

**ДИСЛОКАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ
ЗВАРНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ТОНКОСТІННИХ
ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ**

Запропоновано підхід до дислокаційного моделювання двовісного розподілу зварних напружень в околі обмежених швів у тонкостінних елементах конструкцій і їхнього розрахунку з використанням методики теорії тріщин. Як приклад виконано розрахунок таких напружень навколо поперечного шва в циліндричній оболонці.

У моделюванні зварних залишкових напружень стандартним підходом є припущення про незмінність напружено-деформованого стану вздовж лінії шва за відповідної геометричної симетрії модельної задачі. Наприклад, коли йдеться про зварний шов у обмежній пластині чи в циліндричній оболонці вздовж лінії сталої кривини, зокрема – вздовж чи впоперек такої оболонки. Проте, якщо зварювання не є одночасним уздовж усього шва, а здійснюється поступово, то умови формування залишкових напружень у кінцевій ділянці шва, взагалі кажучи, інші, ніж на його початку, оскільки залишкові напруження у готовій ділянці шва призводять на лінії його продовження до деформування і взаємного зміщення крайових поверхонь зварюваних частин. Безпосередньою причиною цього є не саме виникнення залишкових напружень, а їх релаксація. Отже, висновок перший – залишкові напруження на готовій ділянці шва частково релаксують за рахунок деформування на лінії його продовження. Тому, якщо лінія шва є замкненою або внутрішньою, то з наближенням зварювання до завершення конструкція втрачає здатність до вказаної часткової релаксації залишкових напружень. Отже, висновок другий – на кінцевих ділянках внутрішніх чи замкнених швів встановлюється концентрація залишкових напружень. Зрозуміло, що таке становище є характерним для замкнених зварних швів, наприклад для поперечного шва в циліндричній трубі. Так само і для розімкнених швів, якщо їх попередньо розбити на окремі відрізки, власне для того, щоб не допустити значного взаємного зміщення зварюваних країв. Кінцева ділянка кожного внутрішнього відрізка шва буде концентратором залишкових напружень. Усе сказане стосується і зварювання щілин, тріщин. Саме останній випадок можна вважати таким, що охоплює два попередні.

Отже, постає проблема оцінки концентрації залишкових напружень навколо кінцевих ділянок внутрішніх швів. До неї природно застосувати традиційний для механіки деформування підхід, особливо, коли йдеться про концентрацію напружень: напружений стан на ділянці концентрації розглядати як суму (суперпозицію) двох станів, перший з яких є напруженим станом без концентрації напружень (так би мовити, основним), а другий – додатковим напруженим станом. Відповідно в модельних задачах перший стан можна розглядати як однорідний вздовж лінії шва, а другий – пов'язувати зі взаємним зміщенням крайових поверхонь на його кінцевій ділянці. Взаємне зміщення крайових поверхонь моделюється стрибком переміщень на лінії зварного шва, тобто дислокацією.

У загальних рисах підхід до дислокаційного моделювання зварних залишкових напружень у швах в оболонкових елементах конструкцій описано в роботі [3]. Він ґрунтується на застосуванні відомих методів теорії тріщин як найбільш доречних у цьому випадку, оскільки тут маємо повну аналогію із задачами теорії тріщин, тобто задачами оцінки концентрації напружень, зумовленої наявністю розрізів як особливих внутрішніх дислокацій.

Разом з тим існує ряд певних відмінностей, про які слід зазначити особливо. Нехай σ_0 – основний напружений стан. У задачах теорії тріщин це, як правило, напружений стан у суцільному тілі, що перебуває під дією зовнішнього навантаження. У розглядуваному випадку – це стан, незмінний уздовж лінії шва, а $\Delta\sigma([\mathbf{u}]_\Gamma)$ – додатковий напружений стан, зумовлений стрибком вектора переміщень $[\mathbf{u}]$ на лінії Γ . У теорії тріщин Γ – власне розріз (тріщина), в розглядуваному випадку – це відрізок шва, на якому відбувається концентрація залишкових напружень. У випадку тріщини повний напружений стан σ є сумою основного та додаткового станів:

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma([\mathbf{u}]_\Gamma). \quad (1)$$

Натомість, у розглядуваному випадку концентрація напружень відбувається не з виникненням стрибка переміщень (розкриття тріщини), а з його зникненням, тобто заварюванням тріщини. А з виникненням цього стрибка, повний напружений стан релаксує до основного. Таким чином, повний напружений стан є різницею між основним та додатковим:

$$\sigma = \sigma_0 - \Delta\sigma([\mathbf{u}]_\Gamma). \quad (2)$$

Отже, перша особливість полягає у тому, що напруження навколо шва мають протилежний знак до напружень в околі тріщини.

У задачах теорії тріщин розкриття останніх, як правило, визначається за умови вільних берегів тріщини:

$$\sigma|_\Gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma([\mathbf{u}]_\Gamma)|_\Gamma = -\sigma_0|_\Gamma, \quad (3)$$

хоча загалом методологія дозволяє розглядати задачі, коли до берегів тріщини прикладене навантаження, або, коли розкриття тріщини є заданим. При дослідженні концентрації залишкових напружень у зварному шві природна для тріщини умова (3), як правило, не справджується, оскільки на відрізку Γ ані основний, ані повний напружений стани не є нульовими (взагалі кажучи). Тому в чисельному моделюванні концентрації зварних напружень природно виходити із заданої величини стрибка переміщень, як це робиться у теорії дислокацій.

У задачах теорії тріщин, як правило, не розраховують розподіл додаткового напруженого стану, а обмежуються обчисленням характерних показників тріщиностійкості конструкції – коефіцієнтів інтенсивності напружень чи критичного розкриття тріщини. Зазначимо, що перші з них характеризують безмежно великі напруження у кінцях тріщин. Зрозуміло, що в разі дослідження концентрації залишкових напружень необхідно розраховувати додатковий напружений стан в цілому. При цьому природно розглядати такі розкриття тріщини, які не дають безмежно великої концентрації напружень. Це означає, що, на відміну від теорії тріщин, де в першу чергу розглядається розкриття, похідна від якого має особливість у кінцях тріщини (як правило, кореневу), тут слід розглядати розкриття, похідна від якого не має особливостей.

Розглянемо нескінченно довгу ізотропну циліндричну оболонку радіуса R з відрізком напрямної, вздовж якого зосереджено стрибки переміщення і кута повороту, що зумовлюють збурений напружений стан [2, 4]. Якщо за початок координат вибрати середину відрізка, то поле дисторсій, яким моделюється наявність поперечної тріщини, має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^0 &= \frac{1}{R} [u(\beta)]\delta(\alpha), & \varepsilon_{12}^0 &= 0, & \varepsilon_{22}^0 &= 0, \\ x_{11}^0 &= \frac{1}{R} [\theta_1(\beta)]\delta(\alpha), & x_{12}^0 &= 0, & x_{22}^0 &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де α, β – віднесені до радіуса оболонки віддалі вздовж твірної і напрямного

кола. Тут $[u(\beta)] = u^+(+0, \beta) - u^- (+0, \beta)$, $[\theta_1(\beta)] = \theta_1^+(+0, \beta) - \theta_1^- (+0, \beta)$, якщо $|\beta| < \beta_0$, і $[u(\beta)] = [\theta_1(\beta)] = 0$, якщо $|\beta| \geq \beta_0$, де ℓ – півдовжина тріщини, $\beta_0 = \ell/R$; u – переміщення серединної поверхні оболонки вздовж твірної, а θ_1 – кут повороту нормального елемента навколо твірної.

Використовуючи відому методику [2, 4], запишемо інтегральні подання для зусиль і моментів, що характеризують напружений стан оболонки у випадку симетричної задачі, через похідні від стрибків переміщення $\gamma_1 = \frac{d}{d\beta}[u(\beta)]$ і кута повороту $\gamma_2 = \frac{d}{d\beta}[\theta_1(\beta)]$:

$$G_i(\alpha, \beta) = \frac{2}{1 - \nu^2} \sum_{j=1}^2 \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \mathcal{K}_{ij}(\alpha, \beta - \eta) \gamma_j(\eta) d\eta, \quad i = \overline{1, 4}. \quad (5)$$

Тут $G_1 \equiv N_1 \equiv \hat{N}_1/Eh$, $G_2 \equiv N_2 \equiv \hat{N}_2/Eh$, $G_3 \equiv M_1 \equiv \hat{M}_1/ERh$, $G_4 \equiv M_2 \equiv \hat{M}_2/ERh$, де \hat{N}_1, \hat{N}_2 – розтягувальні зусилля, що діють відповідно вздовж і впоперек розрізу, а \hat{M}_1, \hat{M}_2 – згинні моменти, що діють відповідно вздовж і впоперек розрізу, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона, h – півтовщина оболонки.

Ядра $\mathcal{K}_{ij}(\alpha, \beta)$ мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{ij}(\alpha, \beta) = & \operatorname{Im} \sum_{n=1}^4 \frac{N_{ij}(s_n)}{\Delta'_n} \frac{\sin(a_n \alpha + \beta)}{\operatorname{ch}(b_n \alpha) - \cos(a_n \alpha + \beta)} - \\ & - \beta \cdot \operatorname{Im} \sum_{n=1}^2 \frac{N_{ij}^0(s_{0n})}{\Delta'_{0n}} \exp(is_{0n} |\alpha|) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} \sin(p\beta) \cdot \operatorname{Im} L_{ij}^p(\alpha), \quad (6) \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} L_{ij}^1(\alpha) = & \sum_{n=1}^2 \frac{N_{ij}^1(s_{1n})}{\Delta'_{1n}} \exp(is_{1n} |\alpha|) - \sum_{n=1}^4 \frac{N_{ij}(s_n)}{\Delta'_n} \exp(is_n |\alpha|), \\ L_{ij}^p(\alpha) = & \sum_{n=1}^4 \left(\frac{N_{ij}^p(s_{pn})}{\Delta'_{pn}} \exp(ips_{pn} |\alpha|) - \frac{N_{ij}(s_n)}{\Delta'_n} \exp(ips_n |\alpha|) \right). \quad (7) \end{aligned}$$

Тут $s_n = a_n + ib_n$ – корені головної частини характеристичного полінома $\Delta(s) = \frac{r^2(s) + c_1^2 r_1(s)(2s^2 + 1 - \nu)s^4}{1 - \nu^2}$; $\Delta'_n = \frac{d}{ds} \Delta(s_n)$; s_{pn} – корені характеристичного полінома $\Delta_p(s) = \Delta(s) + p^{-2} \frac{2r_2(s)r_6(s)}{1 - \nu^2} + p^{-4} \left(c_1^{-2} s^4 + \frac{r_3(s)r_7(s)}{1 - \nu^2} \right)$ для p -го члена розвинення у ряд Фур'є за коловою координатою; $\Delta'_{pn} = \frac{d}{ds} \Delta_p(s_n)$;

$$\begin{aligned} N_{11}(s) = & - \left(\frac{c_1^2 s^4}{1 + \nu} r_1(s) + r(s) \right), & N_{12}(s) = & - N_{31}(s) = - \frac{c_1^2 s^2}{1 + \nu} r_1(s) r_4(s), \\ N_{21}(s) = & - \left(\frac{c_1^2 s^4 \nu}{1 + \nu} r_1(s) + s^2 r(s) \right), & N_{22}(s) = & \frac{c_1^2 s^2}{1 + \nu} r_1(s) r_6(s), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{32}(s) &= \frac{c_1^2 r_1(s) r(s)}{1+v}, \quad N_{41}(s) = -\frac{c_1^2 s^4 (1-v)}{1+v} r_4(s), \quad N_{42}(s) = \frac{c_1^2 s^2 (1-v)}{1+v} r(s), \\
N_{11}^0(s) &= N_{12}^0(s) = N_{21}^0(s) = N_{31}^0(s) = N_{41}^0(s) = 0, \quad N_{32}^0(s) = (4c_1^2 + 1)s^4, \\
N_{22}^0(s) &= -N_{32}^0(s)s^2, \quad N_{42}^0(s) = vN_{32}^0(s), \\
N_{11}^p(s) &= N_{11}(s) + p^{-2}2r_2(s) - p^{-4}r_3(s), \\
N_{12}^p(s) &= -N_{31}^p(s) = N_{12}(s) - p^{-2} \left(s^2 r_5(s) + \frac{c_1^2 v s^2}{1+v} r_1(s) \right) + p^{-4} v s^2, \\
N_{21}^p(s) &= N_{21}(s) + p^{-2} s^2 r_2(s), \\
N_{22}^p(s) &= N_{22}(s) - p^{-2} \left(s^4 r_5(s) + \frac{c_1^2 s^2}{1+v} r_1(s) r_7(s) \right), \\
N_{32}^p(s) &= N_{32}(s) - p^{-2} \frac{2c_1^2}{1+v} r_1(s) r_6(s) + p^{-4} \left(s^4 + \frac{c_1^2}{1+v} r_1(s) r_7(s) \right), \\
N_{41}^p(s) &= N_{41}(s) + p^{-2} s^2 \left(r_8(s) + \frac{2c_1^2 v^2 s^2}{1+v} \right) - p^{-4} s^2, \\
N_{42}^p(s) &= N_{42}(s) + p^{-2} \frac{c_1^2 s^2 (1-3v)}{1+v} r_6(s) + p^{-4} \left(v s^4 + \frac{2c_1^2 v s^2}{1+v} r_7(s) \right), \\
r(s) &= (s^2 + 1)^2, \quad r_1(s) = 2s^2 + 1 + v, \quad r_2(s) = (2-v)s^2 + 1, \\
r_3(s) &= 2(1-v)s^2 + 1, \quad r_4(s) = s^2 - v, \quad r_5(s) = s^2 + v, \\
r_6(s) &= (2+v)s^2 + 1, \quad r_7(s) = 2(1+v)s^2 + 1, \quad r_8(s) = v s^2 + 1, \\
c_1 &= \frac{c_0}{\sqrt{3}}, \quad c_0 = \frac{h}{R}.
\end{aligned}$$

Для чисельного експерименту приймали таке розкриття тріщини:

$$[u(\beta)] = 2\varepsilon \left(1 - \frac{\beta}{\beta_0} \right)^{3/2}, \quad |\beta| \leq \beta_0.$$

На рис. 1-4 наведено залежності безрозмірних зусиль та моментів (5) від колової координати β при півдовжині тріщини $\beta_0 = 1$ для різних значень α . При розрахунках використовували метод механічних квадратур [1] для значень $v = 0.2$, $c_0 = 0.01$, $\varepsilon = \frac{5}{6} c_0$.

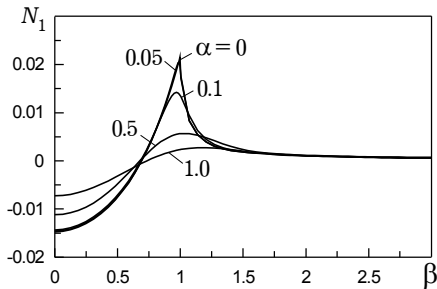


Рис. 1

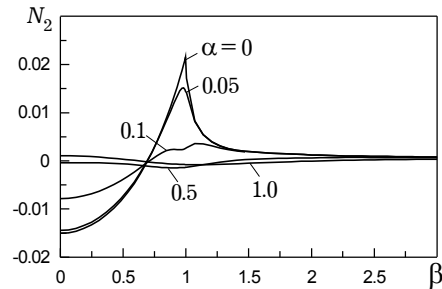


Рис. 2

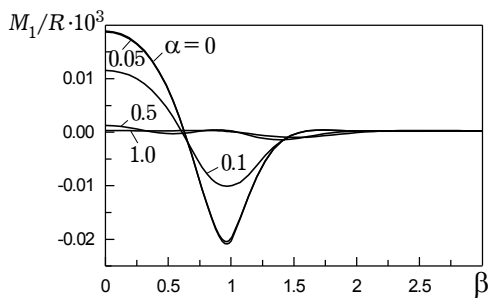


Рис. 3

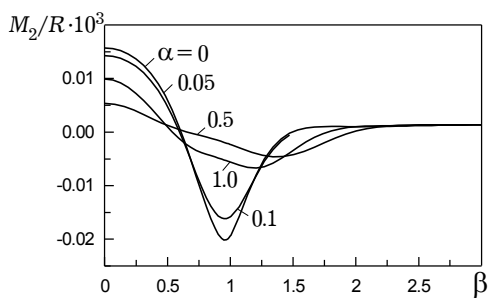


Рис. 4

З аналізу графіків можна зробити такі якісні висновки про розподіл характеристик напруженого стану оболонки. Внесок моментів у величину напружень є на порядок меншим, ніж внесок зусиль. В околі вершин тріщини та її середини як зусилля, так і моменти мають яскраво виражені екстремальні значення за абсолютною величиною. У випадку зусиль ці екстремальні значення є додатними біля вершин і від'ємними біля середини. Це означає, що біля кінців звареної тріщини зусилля є стискувальними, а біля середини – розтягувальними. З віддаленням від відрізка розрізу і за осьюовою, і за кільцевою координатами збудований напружений стан згасає. Отже, області навколо середини відрізків зварених тріщин є концентраторами розтягувальних напружень, а тому їх слід враховувати для оцінки міцності зварних конструкцій.

1. Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. – М.: Наука, 1973. – 304 с.
2. Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики НАН України, 2003. – 320 с.
3. Осадчук В. А. Діагностування залишкових технологічних напружень в елементах конструкцій розрахунково-експериментальним методом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – 46, № 1. – С. 88–104.
4. Prokopovych I. B., Senkiv L. M. Stressed state of anisotropic cylindrical shells with cuts // Advances in Fracture Resistance in Materials: Proc. 8th Int. Congr. of Fracture. – New Delhi: Mc Graw-Hill Publ. Co. Ltd, 1996. – Vol. 1. – P. 547–556.

ДИСЛОКАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ СВАРНЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ

Предложен подход к дислокационному моделированию двuosного распределения сварочных напряжений в окрестности ограниченных швов в тонкостенных элементах конструкций и их расчета с использованием методики теории трещин. В качестве примера проведен расчет таких напряжений вокруг поперечного шва в цилиндрической оболочке.

DISLOCATION MODELLING OF CONCENTRATION OF WELDING RESIDUAL STRESSES IN THIN-WALLED ELEMENTS OF DESIGN

An approach is proposed to dislocation modelling the bi-axial distribution of weld stresses in the vicinity of bounded welds in thin-walled elements of design and to their calculation using the procedure of crack theory. As an example the calculation of the above stresses around a circumferential weld in a cylindrical shell is made.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
31.01.04