УДК 517.98

М. В. Марцінків

АЛГЕБРИ ЛІПШИЦЕВО-АНАЛІТИЧНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Досліджено клас ліпшицево-аналітичних відображень. Показано взаємозв'язок між класами ліпшицевих, ліпшицево-поліноміальних та ліпшицево-аналітичних відображень, розглянуто алгебри ліпшицево-аналітичних функцій, зокрема встановлено оцінки для меж множини характерів та властивості цих алгебр.

Вступ. Розглянемо непорожні метричні простори X, Y та ліпшицеве відображення $f : X \to Y$. Зафіксуємо у метричному просторі X деяку точку θ_X. Простір усіх ліпшицевих відображень з метричного простору X з деякою фіксованою точкою θ_X у метричний простір Y з фіксованою точкою θ_Y, які переводять θ_X в θ_Y, позначається $Lip_0(X,Y)$. Якщо Y є лінійним простором, то $\theta_Y = 0$. Відомо, що довільний метричний простір X є нормованим відносно норми $\alpha(x) = \rho(\theta_X, x)$, де функція $\alpha(x)$ задовольняє умову $|\alpha(x_1) - \alpha(x_2)| \le \rho(x_1, x_2) \le \alpha(x_1) + \alpha(x_2)$ для довільних елементів $x_1, x_2 \in X$. Такий простір (X,α) називається *простором з відміченою точкою* або *нормованою множиною*. В. Пестов довів, що для довільного метричного простору X з відміченою точкою θ_X та нормою $\alpha(x)$ існує єдиний (з точністю до ізометричного ізоморфізму) банахів простір $B(X)$ такий, що метричний простір X вкладається у банахів простір $B(X)$ і кожне відображення $f(x) \in Lip_0(X,E)$ може бути продовжене до лінійного оператора $\tilde{f}(x) : B(X) \to E$ для довільного нормованого простору E, причому $\|\tilde{f}\| = L_f$ [2]. Простір $B(X)$ називається *вільним банаховим простором.* Зауважимо, що з огляду на побудову простору $B(X)$ елементи вигляду $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \underline{x_k}$, де $\underline{x_k}$ – елементи лінійної оболонки простору X, є щільними в $B(X)$. Загальна теорія ліпшицевих відображень викладена у монографіях [7, 16], теорія ліпшицевих відображень з використанням вільних банахових просторів та властивості вільних банахових просторів описані в роботах [3, 4, 8, 10, 12].

Клас $\mathcal{F}(X,Y)$ нелінійних відображень з X в Y *допускає глобальну лінеаризацію*, якщо існує лінійний простір $W(X)$ та ін'єктивне відображення $U_{\mathcal{F}(X,Y)} : X \to W(X)$ таке, що для довільного $F \in \mathcal{F}(X,Y)$ існує лінійний оператор $L_F \in \mathcal{L}(W(X),Y)$, для яких діаграма

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "U_{\mathcal{F}(X,Y)}"] \arrow[d, "F"'] & W(X) \arrow[dl, "L_F"] \\ Y & \end{tikzcd}$$

є комутативною. У випадку ліпшицевих відображень вільний банахів простір $B(X)$ та відображення $\upsilon : X \to B(X)$, $\upsilon(x) = \underline{x}$, задають лінеаризацію нелінійних функцій з класу $Lip_0(X,E)$. У цій статті продовжено дослідження ліпшицевих відображень з використанням вільних банахових просторів, зокрема розглядається ширше поняття, ніж ліпшицеві відображення, а саме ліпшицево-аналітичні відображення.

Розглянемо метричні простори X, Y. Позначимо через $\mathbb{P}({}^n X, Y)$ множину відображень з X в Y таких, що для довільного відображення $F \in \mathbb{P}({}^n X, Y)$ існує n-однорідний неперервний поліном $P_F \in \mathcal{P}({}^n B(X), B(Y))$, для якого $P_F(\underline{x}) = \underline{F(x)}$ для довільного $x \in X$. Іншими словами, $F \in \mathbb{P}({}^n X, Y)$, якщо діаграма

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{F} & Y \\ \upsilon \downarrow & & \downarrow \upsilon \\ B(X) & \xrightarrow{P_F} & B(Y) \end{array}$$

є комутативною для деякого $P_F \in \mathcal{P}({}^n B(X), B(Y))$.

Елементи класу $\mathbb{P}({}^n X, Y)$ будемо називати *n-однорідними ліпшицево-поліноміальними відображеннями* з простору X у простір Y. Деякі властивості відображень цього класу описані в [1].

Нехай X − нормована множина, E − нормований простір. Відображення $F : X \to E$ називається *ліпшицево-аналітичним*, якщо існує відображення $\tilde{F} : B(X) \to E$, $\tilde{F} \in H(B(X), E)$, таке, що $F(x) = \tilde{F}(\underline{x})$. Якщо $\tilde{F} \in H(B(X), E)$, тобто $\tilde{F}$ є відображенням обмеженого типу (обмежене на обмежених множинах), то будемо казати, що F − *ліпшицево-аналітичне відображення обмеженого типу*. Множину всіх ліпшицево-аналітичних відображень (відповідно обмеженого типу) з X в E позначимо $\mathbb{H}(X, E)$ (відповідно $\mathbb{H}_b(X, E)$).

Основні результати.

Твердження 1. *Нехай X − дискретна нормована множина. Тоді* $\mathbb{H}_b(X, E) = Lip(X, E)$.

Д о в е д е н н я. Очевидно, що $\mathbb{H}_b(X, E) \supset Lip(X, E)$. Достатньо показати, що $Lip_0(X, E)$ збігається з підпростором відображень f з $\mathbb{H}_b(X, E)$, для яких $f(\theta) = 0$. Нехай $f \in \mathbb{H}_b(X, E)$, $f(\theta) = 0$, тоді звуження f на $\underline{X}$ буде обмеженим відображенням. У [8] доведено, що звуження f на $\underline{X}$ належить класу $Lip_0(\underline{X}, E)$. Тоді $F = f \circ v \in Lip_0(X, E)$ і $\tilde{F} = f$. ♦

Наступний приклад показує, що навіть у випадку дискретної нормованої множини $\mathbb{H}(X, E) \neq Lip(X, S)$.

Приклад 1. Нехай $X = \mathbb{Z}_+$ з дискретною метрикою. Простір $\underline{X}$ можна ототожнити зі стандартним базисом $\{e_n\} \subset \ell_1$, $e_n = \underline{n}$, і в цьому випадку $B(X) = \ell_1$. Визначимо на $B(X)$ аналітичну функцію $f\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n e_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} (2a_n)^n$. Відомо (див., напр., [13]), що $f \in H(\ell_1) = H(\ell_1, \mathbb{C})$, але $f \notin H_b(\ell_1)$. З іншого боку, $f(e_n) = 2^n$, тобто f є необмеженою функцією на X, тому $f \notin Lip_0(X)$. Таким чином, $\mathbb{H}(X) \neq Lip(X)$. ◄

Кожен лінійний оператор на банаховому просторі є ліпшицевим відображенням. Проте поліноміальні оператори не є ліпшицевими (якщо степінь полінома більший за одиницю), але є лішицево-поліноміальними. Аналогічно, клас ліпшицево-аналітичних відображень на банаховому просторі відрізняється від класу ліпшицево-поліноміальних відображень. Таким чином, у загальному випадку

$$Lip(X,E) \subset \mathbb{P}(X,E) \subset \mathbb{H}_b(X,E) \subset H(X,E).$$

Теорема 1. *Нехай* X *− нормована множина.*

1°) *Існує комплексний локально опуклий топологічний векторний простір* G_X *і вкладення* $\tau_G : X \to G_X$ *такі, що* $G'_X = H(B(X))$ *і для кожної ліпшицево-аналітичної функції* $f \in \mathbb{H}(X)$ *існує лінійний функціонал* $\varphi_f : G_X \to \mathbb{C}$ *такий, що* $f(x) = \varphi_f(\tau_G(x))$ *для кожного* $x \in X$.

2°) *Існує комплексний локально опуклий топологічний векторний простір* Q_x*, який є індуктивною границею банахових просторів, і вкладення* $\tau_Q : X \to Q_x$ *такі, що* $Q'_X = H_b(B(X))$ *і для довільного комплексного нормованого простору* E *і відображення* $F \in \mathbb{H}(X,E)$ *існує лінійний оператор* $A_f : Q_x \to E$ *такий, що* $A_F(x) = F(\tau_Q(x))$ *для кожного* $x \in X$.

Д о в е д е н н я. ***1°***) Згідно з [14] для довільного комплексного банахового простору U існує локально опуклий простір $G(U)$ і вкладення $\delta : U \to G(U)$ такі, що $G(U)' = H(U)$ і для кожної функції $g \in H(U)$ існує лінійний функціонал $\psi_g : G(U) \to \mathbb{C}$ такий, що діаграма

$$\begin{array}{ccc} U & \xrightarrow{f} & \mathbb{C} \\ \delta\downarrow & \nearrow\psi_g & \\ G(U) & & \end{array}$$

буде комутативною.

Вважатимемо, що $U = B(X)$, $G_X := G(U) = G(B(X))$. Для кожної функції $\tilde{f} \in \mathbb{H}(X)$ існує функція $\tilde{f} \in H(B(X))$ така, що $f(x) = \tilde{f}(v(x))$. Покладемо $\tau_G(x) := \delta(v(x)) = \delta(\underline{x})$. Тоді $\varphi_f := g_{\tilde{f}}$.

2°) В [11] показано, що для довільного комплексного банахового простору U існує локально опуклий LB *-простір* (тобто індуктивна границя банахових просторів) $Q(U)$ і вкладення $e : U \to Q(U)$ такі, що $(Q(U))' = H_b(U)$ і для довільного нормованого простору E і кожного відображення $J \in H_b(U,E)$ існує лінійний оператор $\mathcal{L}_j : Q(U) \to E$ такий, що діаграма

$$\begin{array}{ccc} U & \xrightarrow{f} & E \\ e\downarrow & \nearrow\mathcal{L}_j & \\ Q(U) & & \end{array}$$

буде комутативною.

Поклавши $U = B(X)$, отримаємо, що $Q_x := Q(B(X))$, $\tau_Q = e(v(x))$, $A_F \equiv \mathcal{L}_{\tilde{F}}$, де $\tilde{F}$ − аналітичне відображення з $H_b(B(X),E)$, для якого $F(x) = \tilde{F}(\underline{x})$ для довільного $x \in X$. Теорему доведено. ♦

Простір X називається *алгеброю Фреше*, якщо X є простором Фреше, тобто локально опуклим метризовним простором, на якому задано асоціативну операцію множення, і топологія на просторі X може задаватися зліченною системою напівнорм p_i, тобто $p_i(xy) \le p_i(x)p_i(y)$ для довільних $x, y \in X$, $1 \le i \le \infty$.

Нехай X − нормована множина. Розглянемо простір ліпшицево-аналітичних функцій в $\mathbb{H}_b(X) = \mathbb{H}(X, \mathbb{C})$. Зауважимо, що $\mathbb{H}_b(X)$ є алгеброю відносно поточкового множення. Для кожної функції $f \in \mathbb{H}(X)$ ми позначаємо через $\tilde{f}$ функцію з $H_b(B(X))$ таку, що $\tilde{f}(\underline{x}) = f(x)$. Така функція існує згідно з означенням $\mathbb{H}_b(X)$, але взагалі кажучи, вона не єдина.

Твердження 2. *Відображення* $j : \tilde{f} \mapsto f$ *є неперервним гомоморфізмом алгебр.*

Д о в е д е н н я випливає з того факту, що j є оператором звуження на $\underline{X} \subset B(X)$.

Наслідок 1. *Множина елементів* $\ker j$ *є ідеалом алгебри* $H_b(B(X))$ *і алгебра* $\mathbb{H}_b(X)$ *є ізоморфною до* $H_b(B(X)) / \ker j$.

Д о в е д е н н я випливає з загальної теорії топологічних алгебр.

З цього наслідку, зокрема, випливає, що оскільки $H_b(B(X))$ є алгеброю Фреше і множина $\ker j$ − замкнений ідеал, то $\mathbb{H}_b(X)$ також є алгеброю Фреше. Оскільки множина характерів $\mathcal{M}(A) \subset A^*$, то на $\mathcal{M}(A)$ розглядається $*$ - слабка топологія, індукована з A^*.

Наслідок 2. *Множина характерів* $\mathcal{M}(\mathbb{H}_b(X))$ *алгебри* $\mathbb{H}_b(X)$ *є підмножиною в* $\mathcal{M}(B(X))$ *і складається з тих характерів* $\varphi \in \mathcal{M}(B(X))$, *що* $\varphi(f) = 0$ *для кожного* $f \in \ker j$.

Нагадаємо, що *Стоун-Чехівською компактифікацією* βX метричного простору X називається компактний топологічний простір, який щільно містить X і кожна неперервно обмежена функція f на X може бути продовжена до неперервної функції $\overline{f}$ на βX.

Твердження 3. *Нехай* X − *дискретна нормована множина. Тоді існує гомеоморфізм* $x \mapsto \varphi_x$ *з* βX *на* $\mathcal{M}(\mathbb{H}_b(X))$ *такий, що* $\varphi_x(f) = \overline{f}(x)$ для кожного $f \in \mathbb{H}_b(X)$.

Д о в е д е н н я. Очевидно, що φ_x буде характером для кожного $x \in X$. Оскільки у випадку дискретної множини X $H_b(X)$ збігається з алгеброю ліпшицевих функцій (відносно поточкового множення) $Lip_0(X)$ і ця алгебра є ізоморфною до алгебри $\ell_\infty(X)$ [8], яка у цьому випадку є алгеброю всіх обмежених неперервних функцій на X, то множина характерів цієї алгебри збігається, з точністю до гомеоморфізму $x \mapsto \varphi_x$, зі Стоун-Чехівською компактифікацією βX множини X [9]. ♦

Для банахового простору Z позначимо через $H_{bc}(Z)$ найменшу замкнену підалгебру в $H_b(Z)$, яка містить всі лінійні функціонали на Z, їхні добутки та суми, а через $H_{bw}(Z)$ − підалгебру тих функцій з $H_b(Z)$, які є слабко неперервними на обмежених множинах. Очевидно, що $H_{bc} \subset H_{bw}(Z)$. Для нормованої множини X через $\mathbb{H}_{bc}(X)$ та $\mathbb{H}_{bw}(X)$ позначимо звуження $H_{bc}(B(X))$ та $H_{bw}(B(X))$ відповідно на $\underline{X} \subset B(X)$.

Приклад 2. Нехай X − послідовність з ℓ_1 вигляду $X = \{me_m\}_{m=1}^{\infty} \cup \{0\}$ з метрикою, індукованою з ℓ_1. В [1] показано, що

$B(X)=\ell_1$. Нехай $P\in\mathbb{P}({}^nX)$ і $\tilde{P}\in\mathcal{P}({}^nB(X))$ − відповідний n-однорідний поліном на $B(X)$ такий, що $\tilde{P}(\underline{x})=P(x)$, $x\in X$. Очевидно, що $\tilde{P}$ не єдиний.

Рівність $P(\underline{m})=\tilde{P}(me_m)=m^n\tilde{P}(e_m)$ визначає значення $\tilde{P}$ на базисних векторах e_m. Тобто, $\tilde{Q}$ і $\tilde{P}\in\mathcal{P}({}^nB(X))$ визначають той самий елемент $P\in\mathbb{P}({}^nX)$ (будемо писати $\tilde{Q}\sim\tilde{P}$ або $[\tilde{Q}]\sim[\tilde{P}]$), якщо $\tilde{P}(e_m)=\tilde{Q}(e_m)$ і обидва поліноми $\tilde{P}$ та $\tilde{Q}$ є n-однорідними на $B(X)=\ell_1$.

Зокрема, діагональний поліном $\widetilde{P_0}\left(\sum\limits_m c_me_m\right):=\sum\limits_m c_m^nP(e_m)$ визначає P і два різні діагональні поліноми визначають різні елементи з $\mathbb{P}({}^nX)$. Таким чином, простір $\mathbb{P}({}^nX)$ ізоморфний простору діагональних n-однорідних поліномів на ℓ_1, тобто поліномів вигляду

$$\tilde{P}\left(\sum_{m=1}^{\infty}c_me_m\right)=\sum_{m=1}^{\infty}c_m^n\bar{P}(e_m).$$

Якщо $\tilde{P}\in\mathcal{P}({}^nX)$, $\tilde{Q}\in\mathcal{P}({}^nX)$, то поточковий добуток алгебри $H_b(\ell_1)$ при відображенні $\tilde{P}\mapsto[\tilde{P}]$ перейде у добуток $[\tilde{P}][\tilde{Q}]=[\tilde{R}]$, $\tilde{R}\left(\sum\limits_m c_me_m\right)=$ $=\sum\limits_m c_m^{n+k}\tilde{P}(e_m)\tilde{Q}(e_m)$.

Нехай $f\in\mathbb{H}_b(X)$, тоді існує функція $f\in H_b(\ell_1)$ така, що $f(\underline{x})=f(x)$, $x\in X$, і $\tilde{f}$ має діагональний вигляд, тобто

$$\tilde{f}(u)=\sum_{m=0}^{\infty}\tilde{P}_m(u)=\sum_{m=0}^{\infty}\tilde{P}_m\left(\sum_{n=1}^{\infty}c_ne_n\right)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_n^m\tilde{P}_m(e_n)=$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}c_n^m\tilde{P}_m(e_n)=\sum_{n=1}^{\infty}f_n(c_n),$$

де f_n − цілі функції однієї змінної, $f_n(t)=\sum\limits_{m=0}^{\infty}t^m\tilde{P}_m(e_n)$ і $\{f_n(1)\}=\{\tilde{f}(e_n)\}$ − обмежена послідовність. Тому для довільного ультрафільтра U на множині натуральних чисел функціонал $\varphi_U(f)=\lim\limits_U\tilde{f}(e_n)$ є характером алгебри $\mathbb{H}_b(X)$, тобто $\mathcal{M}(\mathbb{H}_b(X))\supset\beta\mathbb{N}$. З іншого боку, якщо $\{b_n\}$ − обмежена послідовність, то $\lim\limits_U\tilde{f}(b_ne_n)$ також є характером. Таким чином, $\mathcal{M}(\mathbb{H}_b(X))$ не збігається з $\beta\mathbb{N}$.

Отже, множина характерів алгебри $\mathbb{H}_b(X)$ може бути досить складною навіть для простих випадків простору X. ◄

Нагадаємо, що довільне неперервне n-лінійне відображення $B:X\times\ldots\times X\to\mathbb{C}$ може бути продовжене до неперервного n-лінійного відображення $\tilde{B}:X''\times\ldots\times X''\to\mathbb{C}$ таким чином:

$$\tilde{B}(x_1'',\ldots,x_n'')=\lim_{\alpha_1}\ldots\lim_{\alpha_n}B(x_{\alpha_1},\ldots,x_{\alpha_n}),$$

де для кожного k (x_{α_k}) − це напрямленість в X, збіжна в $*$-слабкій топології до x_k''.

Нехай $P \in \mathcal{P}(^n B(X))$ і B є n-лінійним відображенням, асоційованим з P. Тоді *продовження Арона-Бернера* $\tilde{P}$ полінома P визначається як $\tilde{P} := \tilde{B}(x,\ldots,x)$ [5]. Узагальнення продовження Арона-Бернера описані в [15]. Банахів простір X має *обмежену властивість апроксимації*, якщо для кожної компактної множини $K \subset X$ і довільного $\varepsilon > 0$ існує обмежений оператор зі скінченним образом $T : X \to X$ такий, що $Tx - x < \varepsilon$ для всіх $x \in K$.

Наступна теорема встановлює певні межі для множини $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(X))$.

Теорема 2. *Нехай* X *– комплексний банахів простір.*

1°) *Кожен характер алгебри* $\mathbb{H}_{bc}(X)$ *має вигляд* $\varphi_z(f) = \tilde{f}_{AB}(z)$ *, де* $f \in H_b(X)$ *,* $\tilde{f}_{AB}$ *– продовження Арона-Бернера функції* $\tilde{f} \in H_{bc}(B(X))$ *до елемента простору* $(B(X))''$ *і* $\tilde{f}(\underline{x}) = f(x)$ *. У цьому сенсі* $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(X)) \subset (B(X))''$*. Крім того,* $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(X)) \supset \underline{X}$ *.*

2°) *Якщо* X *має обмежену властивість апроксимації, то* $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bw}(X)) = \mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(X))$.

Д о в е д е н н я. ***1°***) Добре відомо (див. [2]), що $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(E)) = E''$ для довільного банахового простору E. Оскільки $\mathbb{H}_{bc}(X)$ – фактор-алгебра $H_{bc}(B(X))$, то $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(X))$ – замкнена підмножина в $H_{bc}(B(X)) = (B(X))''$. Оскільки функціонал $\delta_x : f \mapsto f(x)$, $x \in X$, є характером, то $\mathcal{M}(\mathbb{H}_{bc}(E)) \supset \underline{X}$.

2°) Згідно з [6], якщо банахів простір E має обмежену властивість апроксимації, то $H_{bc}(E) = H_{bw}(E)$. У [12] Godefroy і Kalton показали, що якщо банахів простір X має обмежену властивість апроксимації, то $B(X)$ також має обмежену властивість апроксимації. Комбінуючи ці результати, отримуємо доведення теореми. ♦

Отже, алгебри ліпшицево-аналітичних відображень, які є узагальненням ліпшицевих функцій, мають спільні властивості з алгебрами ліпшицевих відображень, але є складнішими за структурою та побудовою.

1. *Дубей М. В., Загороднюк А. В.* Лінеаризація ліпшицево-поліноміальних та ліпшицево-аналітичних відображень // Карпат. мат. публ. – 2011. – **3**, № 1. – С. 40–48.
2. *Пестов В. Г.* Свободные банаховы пространства и представления топологических групп // Функц. анализ и его прил. – 1986. – **20**, № 1. – С. 81–82.
   Те саме: Pestov V. G. Free Banach spaces and representation of topological groups // Func. Anal. Appl. – 1986. – **20**, No. 1. – P. 70–72.
   https://doi.org/10.1007/BF01077324
3. *Райков Д. А.* Свободные локально выпуклые подпространства равномерных пространств // Мат. сб. – 1964. – **63,** № 4. – С. 582–590.
4. *Arens R. F., Eells J., Jr.* On embedding uniform and topological spaces // Pacific J. Math. – 1956. – **6**, No. 3. – P. 397–403.
5. *Aron R. M., Berner P. D.* A Hahn-Banach extension theorem for analytic mappings // Bull. Soc. Math. France. – 1978. – **106.** – P. 3–24.
6. *Aron R. M., Prolla J. B.* Polynomial approximation of differentiable functions on Banach spaces. // J. Reine Angew. Math. – 1980. – **1980**, No. 313. – P. 195–216.
   https://doi.org/10.1515/crll.1980.313.195
7. *Benyamini Y., Lindenstrauss J.* Geometric nonlinear functional analysis. – Vol. 1. – Providence: Amer. Math. Society, 2000. – 488 p. – (Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. – Vol. 48.)

8. *Dubei M., Tymchatyn E. D., Zagorodnyuk A.* Free Banach spaces and extension of Lipschitz maps // Topology. – 2009. – **48**, No. 2-4. – P. 203–212.
https://doi.org/10.1016/j.top.2009.11.020
9. *Engelking R.* General Topology. – Warsaw: PWN, 1977. – 626 p.
10. *Flood J.* Free topological vector spaces. – Canberra: Australian National university, PhD thesis, 1975. – 109 p.
11. *Galindo P., Garcia D., Maestre M.* Holomorphic mappings of bounded type // J. Math. Anal. Appl. – 1992. – **166**, No. 1. – P. 236–246.
https://doi.org/10.1016/0022-247X(92)90339-F
12. *Godefroy G., Kalton N. J.* Lipschitz-free Banach spaces // Studia Math. – 2003. – **159**, No. 1. – P. 121–141. – https://doi.org/10.4064/sm159-1-6
13. *Mujica J.* Complex Analysis in Banach Spaces. – Amsterdam: North-Holland, 1986. – 434 p. – (North-Holland Math. Studies. – Vol. 120.)
14. *Mujica J., Nachbin L.* Linearization of holomorphic mappings on locally convex spaces // J. Math. Pures Appl. (9). – 1992. – **71**. – P. 543–560.
15. *Taras O., Zagorodnyuk A.* A generalization of the Arens extension for Banach algebras // Indagat. Math. New Ser. – 2015. – **26**. No. 2. – P. 324–328.
https://doi.org/10.1016/j.indag.2014.10.003
16. *Weaver N.* Lipschitz algebras. – Singapore: World Scientific, 1999. – 223 p. – https://doi.org/10.1142/4100

АЛГЕБРЫ ЛИПШИЦОВО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Исследован класс липшицево-аналитических отображений. Показана взаимосвязь между классами липшицовых, липшицово-полиномиальных и липшицово-аналитических отображений, рассмотрены алгебры липшицово-аналитических функций, в частности установлены оценки для границ множества характеров и свойства этих алгебр.

ALGEBRAS OF LIPSCHITZ-ANALYTIC MAPS

The class of Lipschitz-analytic maps is investigated. The relation between the classes of Lipschitz, Lipschitz-polynomial and Lipschitz-analytic maps is shown. The algebras of Lipschitz-analytic functions are considered, in particular, some estimations for bounds of the set of characters and properties of these algebras are established.

Прикарпатський нац. ун-т
ім. Василя Стефаника, Івано-Франківськ

Одержано
19.10.16