УДК 519.6

С. М. Шахно, Г. П. Ярмола

ЗБІЖНІСТЬ МЕТОДУ НЬЮТОНА – КУРЧАТОВА ЗА СЛАБКИХ УМОВ

Досліджено напівлокальну збіжність комбінованого методу Ньютона – Курчатова до локально єдиного розв'язку нелінійного рівняння за слабких умов для похідних і поділених різниць першого порядку. Встановлено радіус кулі збіжності та оцінку швидкості збіжності методу. Як частковий випадок таких умов розглянуто класичні умови Ліпшиця.

Вступ. Розглянемо рівняння

$$H(x) \equiv F(x) + G(x) = 0\,, \tag{1}$$

де F і G – нелінійні оператори, визначені на відкритій опуклій множині D банахового простору X зі значеннями в банаховому просторі Y. Нехай F – диференційовний за Фреше оператор, G – неперервний оператор, диференційовності якого, взагалі кажучи, не вимагаємо.

З огляду на властивості оператора H, для розв'язування рівняння (1) не можна застосувати класичний метод Ньютона. Як правило, використовують метод типу Ньютона [8, 14]

$$x_{n+1} = x_n - [F'(x_n)]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,,$$

різницеві методи, наприклад, метод хорд (січних) [6, 9]

$$x_{n+1} = x_n - [H(x_n; x_{n-1})]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,,$$

метод лінійної інтерполяції Курчатова [1, 5, 12]

$$x_{n+1} = x_n - [H(2x_n - x_{n-1}; x_{n-1})]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,,$$

та метод [11]

$$x_{n+1} = x_n - [F(2x_n - x_{n-1}; x_{n-1}) + G(x_n; x_{n-1})]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,,$$

або комбінований метод [7, 10]

$$x_{n+1} = x_n - [F'(x_n) + G(x_n; x_{n-1})]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,.$$

Тут $G(x; y)$ – поділена різниця першого порядку оператора G за точками x та y.

У статтях [3, 4, 13] авторами запропоновано однокроковий ітераційний процес

$$x_{n+1} = x_n - [F'(x_n) + G(2x_n - x_{n-1}; x_{n-1})]^{-1} H(x_n), \qquad n \ge 0\,. \tag{2}$$

У цих працях також проведено дослідження локальної і напівлокальної збіжності цього методу за класичних та узагальнених умов Ліпшиця. Метод (2) є комбінацією методу Ньютона [2] і різницевого методу лінійної інтерполяції [1, 5, 12].

У цій статті збіжність методу (2) вивчаємо за слабких умов [8, 9, 11]. У випадку умов типу ω припускаємо, що похідні оператора F і поділені різниці першого порядку оператора G задовольняють умови

$$\left\| A_0^{-1}(F'(x) - F'(y)) \right\| \le \omega_1(\|x - y\|), \qquad x, y \in D\,, \tag{3}$$

$$\left\| A_0^{-1}(G(x; y) - G(u; v)) \right\| \le \omega_2(\|x - u\|, \|y - v\|), \qquad x, y, u, v \in D\,. \tag{4}$$

Тут ω_1 – неспадна додатна функція на відрізку $[0, R]$, $\omega_2 : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ – неперервна неспадна функція двох аргументів. Також функція ω_1 задовольняє умову $\omega_1(tr) \le h(t)\omega_1(r)$, $t \in [0,1]$, $r \in [0, R]$, де $h : [0,1] \to \mathbb{R}$. Властивості функції h описано в праці [8].

Зауважимо, що умови (3) і (4) узагальнюють класичні умови Ліпшиця і Гельдера та, взагалі кажучи, не вимагають диференційовності оператора G.

Інший варіант умов – це умови типу ε. Для похідної Фреше та поділених різниць першого порядку вони мають вигляд

$$\left\|A_0^{-1}(F'(x)-F'(y))\right\| \le \varepsilon_1, \qquad x,y \in D, \tag{5}$$

$$\left\|A_0^{-1}(G(x;y)-G(u;v))\right\| \le \varepsilon_2, \qquad x,y,u,v \in D. \tag{6}$$

1. Напівлокальна збіжність комбінованого методу (2). Нехай $\bar{x} \in D$. Позначимо

$$B(\bar{x},R)=\{x \in X : \|x-\bar{x}\| < R\},$$

$$\overline{B(\bar{x},R)}=\{x \in X : \|x-\bar{x}\| \le R\}, \qquad \Phi=\int_0^1 h(t)\,dt.$$

Теорема 1. *Нехай F і G – нелінійні оператори, які визначені на відкритій опуклій множині D банахового простору X, зі значеннями в банаховому просторі Y; F' – похідна Фреше оператора F та $G(\cdot;\cdot)$ – поділена різниця першого порядку оператора G на множині D. Припустимо, що*

- – *лінійний оператор $A_0=F'(x_0)+G(2x_0-x_{-1};x_{-1})$, де x_{-1} і x_0 – точки з D, є оборотним;*
- – *числа $\eta>0$ і $\alpha>0$ такі, що*

$$\left\|A_0^{-1}(F(x_0)+G(x_0))\right\| \le \eta, \qquad \|x_0-x_{-1}\| \le \alpha; \tag{7}$$

- – *виконуються умови* (3) *і* (4) *на* D;
- – *рівняння*

$$u\left(1-\frac{m}{1-\omega_1(u)-\omega_2(3u+\alpha,u+\alpha)}\right)-\eta=0,$$

де $m=\Phi\omega_1(\eta)+\max\{\omega_2(\eta+\alpha,\alpha),\omega_2(2\eta,\eta)\}$, *має принаймні один додатний корінь, і R – найменший додатний корінь.*

Якщо

$$\omega_1(R)+\omega_2(3R+\alpha,R+\alpha)<1, \quad M=\frac{m}{1-\omega_1(R)-\omega_2(3R+\alpha,R+\alpha)}<1,$$

$B(x_0,3R)\subset D$, $\alpha<R$, *то послідовність* $\{x_n\}_{n\ge 0}$, *генерована ітераційним процесом* (2), *є коректно визначеною, міститься в* $B(x_0,R)$ *і збігається до єдиного розв'язку* $x^* \in \overline{B(x_0,R)}$ *рівняння* (1).

Д о в е д е н н я теореми проведемо методом математичної індукції. Позначимо $A_n=F'(x_n)+G(2x_n-x_{n-1};x_{n-1})$.

Зауважимо, що, якщо $x_n, x_{n-1} \in B(x_0,R)$, $n \ge 0$, то з нерівності

$$\|(2x_n-x_{n-1})-x_0\| \le \|2x_n-2x_0\|+\|x_{n-1}-x_0\|<3R$$

випливає, що $2x_n-x_{n-1}\in B(x_0,3R)\subset D$. Тоді можна показати, що всі A_n, $n\ge 1$, є оборотними операторами.

Враховуючи (2) і (7), для $n=0$ маємо

$$\|x_1-x_0\| \le \left\|A_0^{-1}(F(x_0)+G(x_0))\right\| \le \eta < R.$$

Отже, $x_1 \in B(x_0,R)$.

Використовуючи умови (3) і (4), одержимо

$$\|I - A_0^{-1}A_1\| = \|A_0^{-1}(A_0 - A_1)\| \le$$

$$\le \omega_1(\|x_1 - x_0\|) + \omega_2(\|2x_0 - x_{-1} - 2x_1 + x_0\|, \|x_{-1} - x_0\|) \le$$

$$\le \omega_1(\eta) + \omega_2(2\eta + \alpha, \alpha) \le \omega_1(R) + \omega_2(2R + \alpha, \alpha) \le$$

$$\le \omega_1(R) + \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha) < 1 .$$

За теоремою Банаха про обернений оператор, маємо, що $A_1^{-1}A_0$ існує і

$$\|A_1^{-1}A_0\| \le \frac{1}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)}.$$

Далі можемо записати

$$A_0^{-1}(F(x_1) + G(x_1)) =$$

$$= A_0^{-1}(F(x_1) - F(x_0) - F'(x_0)(x_1 - x_0)) +$$

$$+ A_0^{-1}(G(x_1) - G(x_0) - G(2x_0 - x_{-1}; x_{-1})(x_1 - x_0)) =$$

$$= \int_0^1 A_0^{-1}(F'(x_0 + t(x_1 - x_0)) - F'(x_0))\, dt (x_1 - x_0) +$$

$$+ A_0^{-1}(G(x_1; x_0) - G(2x_0 - x_{-1}; x_{-1}))(x_1 - x_0) .$$

Звідси, врахувавши умови (3) і (4), маємо

$$\|x_2 - x_1\| = \|A_1^{-1}(F(x_1) + G(x_1))\| \le \|A_1^{-1}A_0\| \|A_0^{-1}(F(x_1) + G(x_1))\| \le$$

$$\le \frac{\Phi\omega_1(\|x_1 - x_0\|) + \omega_2(\|2x_0 - x_{-1} - x_1\|, \|x_{-1} - x_0\|)}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)} \|x_1 - x_0\| \le$$

$$\le \frac{\Phi\omega_1(\eta) + \omega_2(\eta + \alpha, \alpha)}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)} \|x_1 - x_0\| \le M \|x_1 - x_0\| < \eta .$$

З іншого боку,

$$\|x_2 - x_0\| \le \|x_2 - x_1\| + \|x_1 - x_0\| \le$$

$$\le (M + 1)\|x_1 - x_0\| \le (M + 1)\eta = \frac{1 - M^2}{1 - M}\eta < \frac{1}{1 - M}\eta = R .$$

Отже, $x_2 \in B(x_0, R)$.

Припустимо, що для $k = 1, \dots, n - 1$ виконується:

- $A_k^{-1}A_0$ існує і $\|A_k^{-1}A_0\| \le \dfrac{1}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)}$;
- $\|x_{k+1} - x_k\| \le M\|x_k - x_{k-1}\| \le M^k \|x_1 - x_0\| < \eta$;
- $x_{k+1} \in B(x_0, R)$.

Тоді, враховуючи умови (3) і (4), для $k = n$ одержимо

$$\|I - A_0^{-1}A_n\| = \|A_0^{-1}(A_0 - A_n)\| \le$$

$$\le \omega_1(\|x_0 - x_n\|) + \omega_2(\|2x_0 - x_{-1} - 2x_n + x_{n-1}\|, \|x_{-1} - x_{n-1}\|) \le$$

$$\le \omega_1(R) + \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha) < 1 .$$

За теоремою Банаха, $A_n^{-1}A_0$ існує і

$$\left\| A_n^{-1} A_0 \right\| \le \frac{1}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)}.$$

Врахувавши рівність

$$A_0^{-1}\left(F(x_n) + G(x_n)\right) = A_0^{-1}\left(F(x_n) - F(x_{n-1}) - F'(x_{n-1})(x_n - x_{n-1})\right) +$$

$$+ A_0^{-1}\left(G(x_n) - G(x_{n-1}) - G(2x_{n-1} - x_{n-2}; x_{n-2})(x_n - x_{n-1})\right) =$$

$$= \int_0^1 A_0^{-1}\left(F'(x_{n-1} + t(x_n - x_{n-1})) - F'(x_{n-1})\right) dt (x_n - x_{n-1}) +$$

$$+ A_0^{-1}\left(G(x_n; x_{n-1}) - G(2x_{n-1} - x_{n-2}; x_{n-2})\right)(x_n - x_{n-1})$$

і умови (3) і (4), маємо

$$\left\| x_{n+1} - x_n \right\| = \left\| A_n^{-1}\left(F(x_n) + G(x_n)\right) \right\| \le \left\| A_n^{-1} A_0 \right\| \left\| A_0^{-1}\left(F(x_n) + G(x_n)\right) \right\| \le$$

$$\le \frac{1}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)} \left(\Phi\omega_1(\| x_n - x_{n-1} \|) + \right.$$

$$\left. + \omega_2(\| 2x_{n-1} - x_{n-2} - x_n \|, \| x_{n-1} - x_{n-2} \|) \right) \| x_n - x_{n-1} \| \le$$

$$\le \frac{\Phi\omega_1(\eta) + \omega_2(2\eta, \eta)}{1 - \omega_1(R) - \omega_2(3R + \alpha, R + \alpha)} \| x_n - x_{n-1} \| \le$$

$$\le M \| x_n - x_{n-1} \| \le M^n \| x_1 - x_0 \| < \eta .$$

Покажемо, що $x_{n+1} \in B(x_0, R)$. Справді,

$$\| x_{n+1} - x_0 \| \le \| x_{n+1} - x_n \| + \| x_n - x_{n-1} \| + \ldots + \| x_1 - x_0 \| \le$$

$$\le (M^n + M^{n-1} + \ldots + M + 1) \| x_1 - x_0 \| \le \frac{1 - M^{n+1}}{1 - M} \eta <$$

$$< \frac{1}{1 - M} \eta = R ,$$

і $x_{n+1} \in B(x_0, R)$.

Покажемо, що $\{x_n\}_{n \ge 0}$ – послідовність Коші. Справді, для $p \ge 1$ одержимо

$$\| x_{n+p} - x_n \| \le \| x_{n+p} - x_{n+p-1} \| + \| x_{n+p-1} - x_{n+p-2} \| + \ldots + \| x_{n+1} - x_n \| \le$$

$$\le (M^{p-1} + M^{p-2} + \ldots + 1) \| x_{n+1} - x_n \| =$$

$$= \frac{1 - M^p}{1 - M} \| x_{n+1} - x_n \| \le \frac{1 - M^p}{1 - M} M^n \eta < \frac{M^n}{1 - M} \eta .$$

Отже, $\{x_n\}_{n \ge 0}$ є фундаментальною послідовністю і збігається до $x^* \in \overline{B(x_0, R)}$.

Покажемо, що x^* є розв'язком рівняння (1) і він єдиний. Оскільки

$$\left\| A_0^{-1} H(x_n) \right\| \le \left(\Phi\omega_1(\eta) + \omega_2(2\eta, \eta) \right) \| x_n - x_{n-1} \|$$

і $\| x_n - x_{n-1} \| \to 0$ при $n \to \infty$, то $H(x^*) = 0$.

Доведення єдиності проведемо від супротивного. Припустимо, що існує $y^* \in \overline{B(x_0, R)}$, $y^* \ne x^*$ і $H(y^*) = 0$. Позначимо

$$A = \int_0^1 F'(x^* + t(y^* - x^*))\,dt + G(y^*; x^*).$$

Врахувавши умови (3) і (4), одержимо

$$\left\|A_0^{-1}(A_0 - A)\right\| \le \int_0^1 \omega_1\left(\left\|x_0 - x^* - t(y^* - x^*)\right\|\right) dt +$$

$$+ \omega_2\left(\left\|2x_0 - x_{-1} - y^*\right\|, \left\|x_{-1} - x^*\right\|\right) \le$$

$$\le \int_0^1 \omega_1((1-t)\left\|x_0 - x^*\right\| + t\left\|x_0 - y^*\right\|)\,dt +$$

$$+ \omega_2\left(\left\|x_0 - x_{-1}\right\| + \left\|x_0 - y^*\right\|, \left\|x_{-1} - x_0\right\| + \left\|x_0 - x^*\right\|\right) \le$$

$$\le \omega_1(R) + \omega_2(R + \alpha, R + \alpha) < 1.$$

За теоремою Банаха, оператор A^{-1} існує. Оскільки A є оборотним, то з тотожності

$$A(y^* - x^*) = H(y^*) - H(x^*)$$

випливає, що $y^* = x^*$. Теорему доведено. ♦

Теорема 2. *Нехай F і G – нелінійні оператори, які визначені на відкритій опуклій множині D банахового простору X, зі значеннями в банаховому просторі Y; F' – похідна Фреше оператора F та $G(\cdot;\cdot)$ – поділена різниця першого порядку оператора G на D. Припустимо, що:*

- – *лінійний оператор $A_0 = F'(x_0) + G(2x_0 - x_{-1}; x_{-1})$, де x_{-1} і x_0 – точки з D, є оборотним;*
- – *виконуються умови* (5) *і* (6) *на D;*
- – *числа $\eta > 0$, $\gamma > 0$ і $R > 0$ такі, що*

$$\left\|A_0^{-1}(F(x_0) + G(x_0))\right\| \le \eta, \qquad \left\|x_0 - x_{-1}\right\| < R,,$$

$$\gamma = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} < 1, \qquad \frac{\eta}{1-\gamma} < R, \qquad B(x_0, 3R) \subset D.$$

Тоді ітераційний процес (2) *є коректно визначеним, генерована ним послідовність $\{x_n\}_{n\ge 0}$ міститься в $B(x_0, R)$ і збігається до єдиного розв'язку $x^* \in \overline{B(x_0, R)}$ рівняння* (1). *Крім того, справджується оцінка*

$$\left\|x_n - x^*\right\| \le \frac{\gamma^n}{1-\gamma}\eta. \tag{8}$$

Д о в е д е н н я збіжності методу (2) до єдиного розв'язку x^* рівняння (1) проводиться методом математичної індукції аналогічно, як у теоремі 1.

Покажемо, що справджується оцінка (8). Оскільки для $n, p \in \mathbb{N}$ виконується

$$\left\|x_{n+p} - x_n\right\| \le \left\|x_{n+p} - x_{n+p-1}\right\| + \left\|x_{n+p-1} - x_{n+p-2}\right\| + \ldots + \left\|x_{n+1} - x_n\right\| \le$$

$$\le (\gamma^{p-1} + \gamma^{p-2} + \ldots + 1)\left\|x_{n+1} - x_n\right\| \le \frac{1-\gamma^p}{1-\gamma}\gamma^n\eta.$$

то при $p \to \infty$ отримаємо (8). Теорему доведено. ♦

Нехай

$$\omega_1(\|x-y\|) = 2\ell\|x-y\| \quad \text{і} \quad \omega_2(\|x-u\|,\|y-v\|) = p(\|x-u\|+\|y-v\|).$$

Тоді з теореми 1 отримаємо результат про збіжність методу за умов Ліпшиця.

Наслідок 1. *Нехай F і G – нелінійні оператори, які визначені на відкритій опуклій множині D банахового простору X, зі значеннями в банаховому просторі Y; F' – похідна Фреше оператора F та $G(\cdot;\cdot)$ – поділена різниця першого порядку оператора G на D. Припустимо, що:*

- *– лінійний оператор $A_0 = F'(x_0) + G(2x_0 - x_{-1}; x_{-1})$, де x_{-1} і x_0 – точки з D, є оборотним;*
- *– числа $\eta > 0$ і $\alpha > 0$ такі, що*

  $$\left\|A_0^{-1}(F(x_0)+G(x_0))\right\| \le \eta, \ \|x_0 - x_{-1}\| \le \alpha;$$
- *– на множині D виконуються умови Ліпшиця*

  $$\left\|A_0^{-1}(F'(x)-F'(y))\right\| \le 2\ell\|x-y\|,$$

  $$\left\|A_0^{-1}(G(x;y)-G(u;v))\right\| \le p(\|x-u\|+\|y-v\|);$$
- *– рівняння*

  $$u\left(1 - \frac{m}{1-2\ell u - p(4u+2\alpha)}\right) - \eta = 0,$$

де $m = \ell\eta + \max\{p(\eta+2\alpha), 3p\eta\}$, має принаймні один додатний корінь, і R – найменший додатний корінь.

Якщо

$$2\ell R + p(4R+2\alpha) < 1, \qquad M = \frac{m}{1-2\ell R - p(4R+2\alpha)} < 1,$$

$B(x_0, 3R) \subset D$, $\alpha < R$, то послідовність $\{x_n\}_{n\ge 0}$, генерована ітераційним процесом (2), *є коректно визначеною, міститься в $B(x_0,R)$ і збігається до єдиного розв'язку $x^* \in \overline{B(x_0,R)}$ рівняння* (1).

Зауважимо, що у випадку $F(x) = 0$ з методу (2) отримаємо метод Курчатова. Якщо ж $G(x) = 0$, то отримаємо метод Ньютона. Врахувавши це, з теорем 1, 2 і наслідку 1 отримаємо теореми про напівлокальну збіжність базових методів. Ці результати не суперечать отриманим раніше.

Результати чисельного дослідження методу (2) наведено в [3].

Висновки. Розглянуто комбінований метод Ньютона – Курчатова для розв'язування нелінійних рівнянь з недиференційовним оператором. Проведено аналіз напівлокальної збіжності методу за слабких умов, які не вимагають диференційовності нелінійного оператора, і отримано оцінку його швидкості збіжності.

1. *Курчатов В. А.* Об одном методе линейной интерполяции решения функциональных уравнений // Докл. АН СССР. – 1971. – **198**, № 3. – С. 524–526.
2. *Ортега Дж., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – Москва: Мир, 1975. – 558 с.
   Те саме: *Ortega J. M., Rheinboldt W. C.* Iterative solution of nonlinear equations in several variables. – New York etc.: Acad. Press, 1970. – xx+572 p.
3. *Шахно С. М., Ярмола Г. П.* Двоточковий метод для розв'язування нелінійних рівнянь з недиференційовним оператором // Мат. студії. – 2011. – **36**, № 2. – С. 213–220.
4. *Шахно С. М., Ярмола Г. П.* Про збіжність методу Ньютона-Курчатова за класичних умов Ліпшиця // Журн. обчисл. та прикл. математики. – 2016. – № 1 (121). – С. 89–97.

5. *Шахно С. М.* Про різницевий метод з квадратичною збіжністю для розв'язування нелінійних операторних рівнянь // Мат. студії. – 2006. – **26**, № 1. – С. 105–110.
6. *Шахно С.* Метод хорд при узагальнених умовах Ліпшиця для розділених різниць першого порядку // Мат. вісн. НТШ. – 2007. – **4**. – С. 296–303.
7. *Argyros I. K.* A unifying local-semilocal convergence analysis and applications for two-point Newton-like methods in Banach space // J. Math. Anal. Appl. – 2004. – **298**, No. 2. – P. 374–397.
8. *Argyros I. K., Hilout S.* Newton–Kantorovich approximations under weak continuity conditions // J. Appl. Math. Comput. – 2011. – **37**, No. 1-2. – P. 361–375.
9. *Argyros I. K., Ren H.* On the convergence of a Newton-like method under weak conditions // Commun. Korean Math. Soc. – 2011. – **26**, No. 4. – P. 575–584.
10. *Cătinaş E.* On some iterative methods for solving nonlinear equations // Revue d'Analyse Numér. Théor. de l'Appr. – 1994. – **23**, No. 1. – P. 47–53.
11. *Ren H., Argyros I. K.* A new semilocal convergence theorem for a fast iterative method with nondifferentiable operators // J. Appl. Math. Comput. – 2010. – **34**, No. 1-2. – P. 39–46.
12. *Shakhno S. M.* On a Kurchatov's method of linear interpolation for solving nonlinear equations // Proc. Appl. Math. Mech. – 2004. – **4**, No. 1. – P. 650–651. https://doi.org/10.1002/pamm.200410306.
13. *Shakhno S. M.* Combined Newton-Kurchatov method under the generalized Lipschitz conditions for the derivatives and divided differences // Журн. обчисл. та прикл. математики. – 2015. – № 2 (119). – С. 78–89.
14. *Zabrejko P. P., Nguen D. F.* The majorant method in the theory of Newton-Kantorovich approximations and the Pták error estimates // Numer. Funct. Anal. Optim. – 1987. – **9**, No. 5-6. – P. 671–684.

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА НЬЮТОНА – КУРЧАТОВА ПРИ СЛАБЫХ УСЛОВИЯХ

Исследована полулокальная сходимость комбинированного метода Ньютона – Курчатова к локально единственному решению нелинейного уравнения при слабых условиях для производных и разделенных разностей первого порядка. Установлены радиус шара сходимости и оценка скорости сходимости метода. В качестве частного случая таких условий рассмотрены классические условия Липшица.

CONVERGENCE OF NEWTON – KURCHATOV METHOD UNDER WEAK CONDITIONS

The semilocal convergence of the combined Newton – Kurchatov method to a locally unique solution of nonlinear equation under weak conditions for the derivatives and the first order divided differences is investigated. A radius of convergence ball and convergence rate estimate for the method are established. The classical Lipschitz conditions as a special case of such conditions are considered.

Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано
09.03.17