

А. К. Русинко

## АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС НЕУСТАЛЕНОЇ ПОВЗУЧОСТІ МЕТАЛІВ ПІСЛЯ МЕХАНОТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ

Узагальнено синтезну теорію пластичності та повзучості на випадок неусталеної повзучості металів, якій передувала механотермічна обробка. Досліджено особливий тип неусталеної повзучості — інверсійну повзучість. Одержані аналітичні результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

Сучасне машинобудування висуває все жорсткіші вимоги до механічних властивостей матеріалів, зокрема, до їхньої здатності чинити опір деформації повзучості. Високоміцний стан, як правило, характеризується термічно стійкою субструктурою кристалічної ґратки металу. Одним з способів отримання такої субструктури є механотермічна обробка (МТО), яка полягає у пластичному деформуванні при кімнатній температурі та наступному відпалі розвантаженого зразка. Як свідчать експериментальні дослідження [3, 6], попередня МТО суттєво впливає як на усталену, так і на неусталену повзучість металів.

Метою роботи є побудова математичної моделі визначення деформації неусталеної повзучості металів як функції пластичної деформації за попередньої механотермічної обробки.

Класичний підхід до теорії повзучості передбачає задання значення деформації повзучості як функції напруження і не враховує вплив передісторії пластичного і теплового навантаження на повзучість металу. Це спонукає до використання більш сучасних підходів, одним із яких є синтезна теорія пластичності та повзучості [1]. Основна особливість цієї теорії полягає в тому, що в її рамках вдається аналітично пов'язати незворотну макродеформацію з фізичними процесами на мікрорівні будови матеріалу, які її викликають. Це дає змогу враховувати вплив субструктури, утвореної за МТО, на неусталену повзучість металу.

**1. Експериментальні дані впливу МТО на неусталену повзучість металів. Фізика процесу.** На рис. 1 наведено діаграми повзучості нікелевих зразків за розтягу при напруженні  $\sigma_x = 25\text{МПа}$  і температурі  $T = 700^\circ\text{C}$ , які зазнали попередньої МТО. МТО полягала у пластичному деформуванні розтягом до певної величини осьової деформації  $\varepsilon_0$  та стабілізуючому відпалі (температура  $T_1$  та тривалість  $t_1$  відпалу для усієї серії зразків однакові:  $T_1 = 800^\circ\text{C}$ ,  $t_1 = 1\text{год.}$ ) [6].

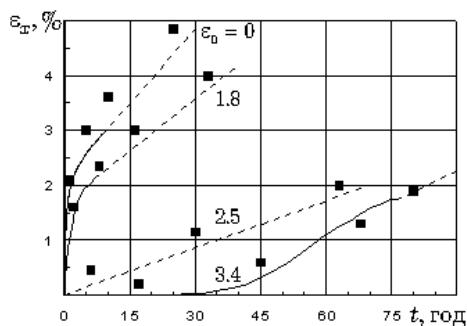


Рис. 1

Крива при значенні  $\varepsilon_0 = 0 [\%]$  — звичайна діаграма повзучості без попередньої МТО; криві при значеннях  $\varepsilon_0 = 1.8, 2.5, 3.4 [\%]$  — діаграми повзучості після МТО. На рис. 1 точками ■ позначено експериментальні дані [6], а суцільні та штрихові лінії — неусталені та усталені частини крипових діаграм — розрахункові криві.

Як видно з цього рисунка, що більша, до певної міри, величина  $\varepsilon_0$ , дає меншу величину, швидкість та тривалість неусталеної повзучості ( $\varepsilon_0 = 1.8\%$ ). При  $\varepsilon_0 = 2.5\%$  на діаграмі повзучості неусталеної ділянки взагалі не буде, тобто з самого початку деформація в часі змінюватиметься зі сталою швидкістю. Подальше нарощення попереднього наклепу ( $\varepsilon_0 = 3.4\%$ ) приводить до того, що діаграма  $\varepsilon - t$  починається ділянкою, яка є увігнутою відносно часової осі. Ця специфічна зміна деформації в часі одержала назву інверсійної (нульової) повзучості. Тривалість та величина деформації нульової стадії збільшується зростом  $\varepsilon_0$  [6]. Подібні діаграми повзучості отримано також для інших чистих металів [6].

Експерименти з впливу величини пластичної деформації за МТО на швидкість усталеної повзучості нікелю описано у роботі [3], з якої видно, що функція  $\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon_0)$  не є монотонною: спочатку спадає, а після досягнення певного мінімуму зростає, повертаючись до свого початкового значення. Позначимо через  $\varepsilon_{\text{опт}}$  оптимальне значення наклепу за МТО, коли  $d\dot{\varepsilon}/d\varepsilon_0|_{\varepsilon_0=\varepsilon_{\text{опт}}} = 0$ . З результатів роботи [3] видно, що  $\varepsilon_{\text{опт}} \approx 2.5\%$ . З порівняння залежності  $\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon_0)$  з [7] і діаграм повзучості з рис. 1 випливає, що саме при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{опт}} = 2.5\%$  неусталеної ділянки на діаграмі  $\varepsilon - t$  немає.

Відмінності у кінетиці та величині неусталеної повзучості пов'язані з особливостями структури, яка сформувалася за попередньої МТО. При пластичній деформації вихідні, відносно досконалі, зерна дробляться на фрагменти, величина та взаємна орієнтація яких залежать від величини незворотної деформації. Границі між фрагментами, які є скупченням дислокацій, утворюють об'ємну сітку субграниць. Під час відпаду металу відбувається перерозподіл дислокацій у полігональні стінки та анігіляція дислокацій протилежних знаків [5, 7].

Фізична природа впливу попередньо створеної полігонізованої структури на неусталену повзучість залежить від густини вбудованих у границі субзерен дислокацій, тобто від величини пластичної деформації. Якщо пластична деформація за МТО потрапляє до діапазону  $0 \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{\text{опт}}$ , то при наступному випробуванні на повзучість, по-перше, знижується інтенсивність ковзання (грубого та тонкого) [3, 6], що зменшує швидкість і величину неусталеної повзучості. По-друге, полігональна мережа обмежує пружні спотворення кристалічної ґратки, які виникають за активного навантаження, коли напруження зростає від нуля до усталеного в часі значення. Тому релаксація цих спотворень — рушійна сила неусталеної повзучості — відбувається за менший проміжок часу. При  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{опт}}$  полігональна мережа настільки обмежує пружні спотворення ґратки від активного навантаження, що вони перестають бути ресурсом матеріалу стосовно продукування неусталеної повзучості. Іншими словами, при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{опт}}$  утворюється така сама субструктура, як і при усталеній повзучості для даного рівня температури і напруження. Тому спостерігається стала швидкість деформування з самого початку випробування.

При  $\varepsilon_0 > \varepsilon_{\text{опт}}$  полігональна субструктура втрачає свою термічну стійкість, що при випробуванні на повзучість проявляється у „розсипанні“ дислокаційних границь на одиночні дислокації та інтенсифікації рекристалізаційних процесів. Це спричинює зміну форми кривої неусталеної повзучості [6].

**2. Математичний апарат — синтезна теорія пластичності та повзучості.** Синтезна теорія пластичності та повзучості поєднує в собі концепцію зсуву Батдорф–Будянського [9] та теорію плину Сандерса [10]. Визначення незворотної деформації відбувається в п'ятивимірному просторі девіаторів напруження  $\mathbf{R}^5$  [2], у якому силове навантаження задає вектор  $\mathbf{S}$ , довжина якого дорівнює інтенсивності дотичних напружень. Якщо розглядати такі напружені стани, коли компоненти вектора напруження  $S_4$  і  $S_5$  дорівнюють нулеві, то дослідження незворотної деформації відбуватиметься у тривимірному підпросторі девіаторів  $\mathbf{R}^3$ . Поверхня пластичності у  $\mathbf{R}^3$  — сфера з радіусом  $\sqrt{2/3}\sigma_T$  ( $\sigma_T$  — межа пластичності  $\sigma_S$  або повзучості  $\sigma_P$  матеріалу при одноосному розтязі відповідно до розглядуваної задачі), що відповідає умові пластичності Губера–Мізеса. Як і в теорії плину Сандерса, доожної точки сфери проводиться дотична площинна, яка символізує відповідну систему ковзання в точці тіла. У початковому стані відстань до площин, очевидно, однакова і дорівнює радіусу сфери, а при пластичному деформуванні визначається за такою формулою:

$$H = \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda, \quad (1)$$

де  $\mathbf{n}(\alpha, \beta)$  — одиничний вектор, перпендикулярний до площини, який задає її орієнтацію;  $\lambda$  — кут між векторами  $\mathbf{n}$  і  $\mathbf{N}$ , де  $\mathbf{N}$  — нормальній до дотичної площини вектор у  $\mathbf{R}^5$ . Для тих кутів  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\lambda$ , для яких  $H > \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda$ , відстань до площин не змінюється. Отже, при пластичному деформуванні відбувається локальна формозміна поверхні пластичності. Зміна відстані до площини характеризує пластичні зсуви у відповідній системі ковзання.

Вводяться в розгляд такі дві скалярні величини: інтенсивність дефектів  $\psi$  та інтенсивність деформації  $\varphi$ .  $\psi$  — це усереднена міра дефектів кристалічної гратки матеріалу, що виникають у певній системі ковзання при навантаженні і викликають пластичні зсуви, усередненою мірою яких виступає величина  $\varphi$ . Інтенсивність дефектів  $\psi$  визначається так [1, 7]:

$$\psi(t) = H^2 - 2/3\sigma_T^2. \quad (2)$$

З цієї формули видно, що чим більше напруження, тим більше виникає дефектів будови матеріалу. Зв'язок між величинами  $\varphi$  і  $\psi$  задається у такій формі [1, 7]:

$$\varphi = \frac{\psi}{r}, \quad r = \text{const.} \quad (3)$$

Як і концепція зсуву, синтезна теорія є дворівневою. На мікрорівні за формулами (1) і (2) визначається пластична деформація в одній системі ковзання, а макродеформація визначається шляхом додавання (трикратного інтегрування) пластичних деформацій за усіма системами ковзання, де відбувалися пластичні зсуви. Тому компоненти вектора незворотної деформації  $e_k$  в точці полікристалічного тіла визначаються за такою формулою [1, 7]:

$$e_k = \int_{\alpha} \int_{\beta} \int_{\lambda} \varphi n_k \cos \lambda \cos \beta d\alpha d\beta d\lambda \quad (k = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Як видно з формул (1)–(4), незворотна деформація тим більша, чим більша кількість дефектів будови кристалічної гратки бере участь у її утворенні. Перехід від компонент вектора деформації  $\mathbf{e}$  до компонент тензора деформації  $\mathbf{\epsilon}$  здійснюється за формулами, наведеними у [7].

При описанні неусталеної повзучості у формулу для визначення інтенсивності дефектів (2) вводиться член  $I(t)$  [8]

$$\psi(t) = H^2 - 2/3\sigma_P^2 - [I(t)]^2 = [\mathbf{S} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda]^2 - 2/3\sigma_P^2 - [I(t)]^2, \quad (5)$$

який задає зміну кількості дефектів в часі, а, отже, через формули (3) і (4) визначає кінетику накопичення деформації за неусталеної повзучості.  $I(t)$  – інтеграл неоднорідності, який є мірою локальних пікових мікронапружень, породжених активним навантаженням, які зумовлюють місцеві пружні спотворення кристалічної ґратки (переплетення дислокацій, утворення складних неправильних дислокаційних мереж тощо). Величина мікронапружень зростає зі збільшенням швидкості навантаження, а їхня релаксація є рушійною силою неусталеної повзучості. Інтеграл  $I(t)$  задається так [8]:

$$I(t) = B \int_0^t \frac{d\mathbf{S}}{dt} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda Q[(t-\tau)] d\tau, \quad (6)$$

де  $Q(t-\tau)$  – спадна функція часу, яка описує релаксацію мікронапружень і визначає кінетику неусталеної повзучості. Умова  $I(t) = 0$  означає завершення переходної повзучості і перехід до її усталеної ділянки.

**3. Узагальнення синтезної теорії на випадок описання неусталеної повзучості після МТО.** Задамо функцію  $Q$  у вигляді

$$Q^M(t-\tau) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t-\tau}{b}\right)^\alpha}, \quad (7)$$

а величини  $\alpha$ ,  $b$  і  $B$  з формул (6) і (7) задамо так:

$$B(H_{\max}) = B_0 \left[ 1 - B_1 \left( \frac{H_{\max} - \sqrt{2/3}\sigma_S}{\sqrt{2/3}\sigma_S} \right)^2 \right], \quad (8)$$

$$\alpha(H_{\max}) = \alpha_0 \left[ 1 + \alpha_1 \left( \frac{H_{\max} - \sqrt{2/3}\sigma_S}{\sqrt{2/3}\sigma_S} \right)^{\alpha_2} \right], \quad 0 < \alpha_0 < 1, \quad (9)$$

$$b(H_{\max}) = b_0 \left[ 1 + b_1 \left( \frac{H_{\max} - \sqrt{2/3}\sigma_S}{\sqrt{2/3}\sigma_S} \right)^{b_1+1} \right], \quad (10)$$

де  $H_{\max}$  – максимальна відстань до площин після попереднього наклепу;  $H_{\max} = |\mathbf{S}_0|$  [7, 8], де  $\mathbf{S}_0$  – вектор напруження при пластичному деформуванні за МТО, який викликає пластичну деформацію  $\varepsilon_0$ . Очевидно, що чим більша  $\varepsilon_0$ , тим більша величина  $H_{\max}$ , а, отже, опосередковано через  $H_{\max}$ , функції  $B = B(H_{\max})$ ,  $\alpha = \alpha(H_{\max})$  і  $b = b(H_{\max})$  залежать від пластичної деформації  $\varepsilon_0$ , якої зазнав зразок за МТО. У формулах (8)–(10)  $B_i$ ,  $\alpha_i$  і  $b_i = \text{const}$ , конкретизація яких наведена нижче.

З урахуванням формул (7)–(10) інтеграл неоднорідності з (6) набуває такого вигляду:

$$I^M(t, H_{\max}) = B(H_{\max}) \int_0^t \frac{d\mathbf{S}}{dt} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda \frac{1}{1 + \left(\frac{t-\tau}{b(H_{\max})}\right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau. \quad (11)$$

Після завершення активного навантаження у момент  $t = t_0$  (рис. 2a) маємо

$$I^M(t = t_0, H_{\max}) = B(H_{\max}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda \int_0^{t_0} \frac{1}{1 + \left(\frac{t_0-\tau}{b(H_{\max})}\right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau, \quad (12)$$

де  $\mathbf{k} = d\mathbf{S}/dt$ . При  $t \geq t_0$ , коли  $\mathbf{k} = 0$ :

$$I^M(t, H_{\max}) = B(H_{\max}) \cos \lambda \left[ \int_0^{t_0} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}}{1 + (\frac{t-\tau}{b})^{\alpha(H_{\max})}} d\tau + \int_{t_0}^t \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}}{1 + \left(\frac{t-\tau}{b(H_{\max})}\right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau \right] = B(H_{\max}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} \cos \lambda \int_0^{t_0} \frac{1}{1 + \left(\frac{t-\tau}{b(H_{\max})}\right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau. \quad (13)$$

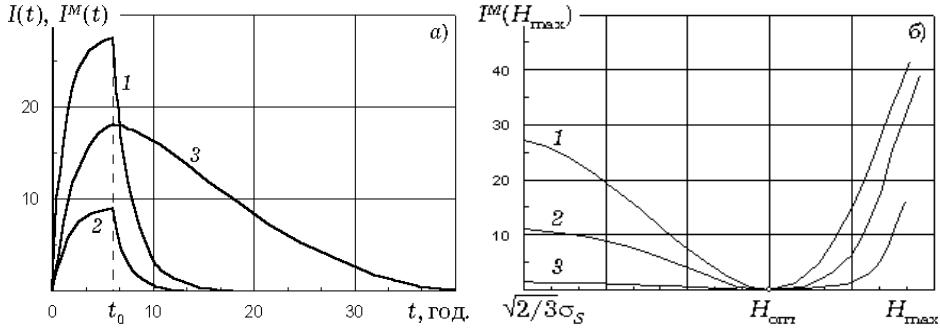


Рис. 2

Функція  $I^M(t, H_{\max})$  не виражається через елементарні функції для довільних значень  $\alpha$ , але очевидним є характер зміни інтеграла в часі: при активному навантаженні ( $|\mathbf{S}| = \text{var}, t \in [0, t_0]$ ) інтеграл зростає до певної величини  $I^M(t_0, H_{\max})$ , а при дії сталого в часі напруження ( $|\mathbf{S}| = \text{const}, t \geq t_0$ ) — спадає до нуля (рис. 2a). Якщо попередньо МТО не проводилася, тобто  $H_{\max} = \sqrt{2/3}\sigma_S$ , то з формул (8)–(10) випливає, що  $B = B_0$ ,  $\alpha = \alpha_0$ ,  $b = b_0$  і формули (4) і (6)–(13) визначають деформацію неусталеної повзучості без попередньої механотермічної обробки. Графік інтеграла неоднорідності при  $H_{\max} = \sqrt{2/3}\sigma_S$  показано на рис. 2a кривою 1.

Чим менший інтеграл неоднорідності, тим меншою є деформація неусталеної повзучості [8]. Тому спадний характер функції  $B(H_{\max})$  з формулами (8) описує зменшення деформації неусталеної повзучості з ростом наклепу за МТО, що символізує обмеження полігональною субструктурою деформації неусталеної повзучості.

При певному значенні  $H_{\max}$ , яке позначатимемо через  $H_{\text{опт}}$ , функція  $B$  стає рівною нульові, а, отже,  $I^M(t, H_{\text{опт}}) = 0$ , що символізує відсутність неусталеної повзучості. Графік  $I^M(t, H_{\max})$  при  $\sqrt{2/3}\sigma_S < H_{\max} < H_{\text{опт}}$  показано кривою 2 на рис. 2a, звідки видно, що  $I^M(t, H_{\max} < H_{\text{опт}}) < I^M(t, H_{\max} = \sqrt{2/3}\sigma_S) < I^M(t, H_{\max} > H_{\text{опт}})$ . На рис. 2b наведено графіки  $I^M(t, H_{\max})$  у різni моменти часу: кривим 1–3 відповідають моменти часу  $t_0, t_1, t_2$ , причому  $t_2 > t_1 > t_0$ . Перехід значень функції  $B(H_{\max} > H_{\text{опт}})$  у від'ємну область згідно з (5), (12) і (13) означає, що деформація неусталеної повзучості знову починає зростати:  $I^M(t_0, H_{\max} > H_{\text{опт}}) > I^M(t_0, H_{\max} < H_{\text{опт}})$  (рис. 2a, крива 3). Умова  $B(H_{\max}) < 0$  символізує зміну механізму накопичення деформації при інверсійній повзучості: релаксація генерованих попереднім наклепом дефектів шляхом рекристалізації.

Форму неусталеної ділянки крипової діаграми після проведення МТО задає функція  $\alpha(H_{\max})$ . Функція  $I^M(t, H_{\max})$  при  $\alpha_0 < \alpha(H_{\max}) < 1$  (крива 2 на рис. 2a при  $t > t_0$ ) поводить себе аналогічно до  $I^M(t, H_{\max} = \sqrt{2/3}\sigma_S)$  в тому сенсі, що  $|dI^M(t, H_{\max})/dt|$  спадає з плином часу. На основі формул (4)

і (5) це символізує зменшення швидкості деформації за неусталеної повзучості. При  $\alpha(H_{\max}) > 1$  (крива 3, рис. 2a) модуль похідної  $dI^M(t, H_{\max})/dt$  спочатку зростає, а потім зменшується, що відображає увігнутість кривової діаграми при інверсійній повзучості.

Тривалість неусталеної повзучості разом з  $\alpha(H_{\max})$  визначає функція  $b(H_{\max})$ . З формули (13) видно, що збільшення  $\alpha(H_{\max})$  характеризує скорочення тривалості неусталеної повзучості, а збільшення  $b(H_{\max})$ , навпаки — її зменшення. Згідно з експериментами [3, 6] збільшення наклепу за МТО у діапазоні  $0 \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{\text{опт}}$  викликає зменшення тривалості неусталеної повзучості, а при  $\varepsilon_0 > \varepsilon_{\text{опт}}$ , навпаки — її збільшення. Тому співвідношення між функціями  $\alpha$  і  $b$  повинно бути таким, щоб при  $H_{\max} < H_{\text{опт}}$  ядро  $Q^M(t - \tau)$  спадало до нуля за менший проміжок часу, ніж при  $H_{\max} > H_{\text{опт}}$ .

**4. Модельні співвідношення для випадку одноосного розтягу.** У цьому випадку вектори  $\mathbf{S}$  і  $\mathbf{n}$  мають компоненти  $(\sqrt{2/3}\sigma_x, 0, 0)$  і  $(\sin \beta, 0, 0)$  відповідно [7, 8], а формула (1) набуває такого вигляду:  $H = \sqrt{2/3}\sigma_x \sin \beta \cos \lambda$ , де  $\sigma_x$  — напруження повзучості. Інтенсивність дефектів з формули (5) набуває такого вигляду:

$$\psi(t, H_{\max}) = \frac{2}{3} \left[ [\sigma_x \sin \beta \cos \lambda]^2 - \sigma_P^2 - \frac{3}{2} [I(t, H_{\max})]^2 \right], \quad (14)$$

$$H_{\max} = \sqrt{2/3}\sigma_{x_0}, \quad t > t_0,$$

де  $\sigma_{x_0}$  — напруження розтягу при пластичному деформуванні за попередньої МТО. Інтеграл неоднорідності (13) буде

$$I^M(t, H_{\max}) = B(H_{\max}) |\mathbf{k}| \int_0^{t_0} \frac{1}{1 + \left( \frac{t-\tau}{b(H_{\max})} \right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau \sin \beta \cos \lambda. \quad (15)$$

Підставимо  $\psi(t, H_{\max})$  у підінтегральний вираз формули (4). У інтегралі (4) кут  $\alpha$  змінюється від 0 до  $2\pi$ ,  $\lambda - 0 \leq \lambda \leq \lambda_1^M$ ;  $\lambda_1^M$  визначається з умови, що  $\psi = 0$  [4, 9]

$$\cos \lambda_1^M(\beta, t, H_{\max}) = \frac{\sigma_P}{\left[ \sigma_x^2 - 3/2 (I_v^M(t, H_{\max}))^2 \sin^2 \beta \right]^{1/2}},$$

$$I_v^M(t, H_{\max}) = B(H_{\max}) |\mathbf{k}| \int_0^{t_0} \frac{1}{1 + \left( \frac{t-\tau}{b(H_{\max})} \right)^{\alpha(H_{\max})}} d\tau, \quad (16)$$

а кут  $\beta - \beta_1^M \leq \beta \leq \pi/2$ ;  $\beta_1^M$  визначається з умови, що  $\lambda_1^M = 0$  [7, 8]:

$$\sin \beta_1^M(t, H_{\max}) = \frac{\sigma_P}{\left[ \sigma_x^2 - 3/2 (I_v^M(t, H_{\max}))^2 \right]^{1/2}}. \quad (17)$$

Проінтегрувавши вираз (4) з урахуванням отриманих співвідношень, одержимо компоненту вектора неусталеної повзучості  $e_1^M(t, H_{\max})$  ( $e_2 = e_3 = 0$ ) [4, 9], який передувала попередня МТО:

$$e_1^M(t, H_{\max}) = a \Phi(\sin \beta_1^M(t, H_{\max})), \quad (t > t_0), \quad (18)$$

$$a = \frac{\pi \sigma_P^2}{9r}, \quad \Phi(\xi) = \frac{1}{\xi^2} \left( 2\sqrt{1-\xi^2} - 5\xi^2 \sqrt{1-\xi^2} + 3\xi^4 \ln \frac{1+\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right).$$

Деформація звичайної неусталеної повзучості (без попередньої МТО) визначається за формулами (16)–(18), у яких аргумент функції  $\Phi$  визначається за формулою (17) при  $H_{\max} = \sqrt{2}/3\sigma_S$ . Перехід від компоненти вектора деформації  $e_1$  до компоненти тензора деформації  $\varepsilon_x$  здійснюється за формулою  $\varepsilon_x = \sqrt{2}/3e_1$  [3, 7, 8].

**5. Побудова розрахункових кривих. Підбір констант моделі.** Побудовані за співвідношеннями (15)–(18) розрахункові криві неусталеної повзучості нікелю при різних значеннях попередньої пластичної деформації наведено на рис. 1 (деформація усталеної повзучості визначена за формулами з роботи [7]). У цих співвідношеннях фігурують такі сталі моделі:  $B_i$ ,  $b_i$ ,  $\alpha_j$  ( $i = 0, 1$ ;  $j = 0, 1, 2$ ) і  $r$ . Константа  $B_0$  має розмірність напруження (МПа),  $b_0$  — часу (с),  $r$  — напруження (МПа), а решта констант — безрозмірні. Сталі  $B_0$ ,  $b_0$  та  $\alpha_0$  підбираються при побудові кривої неусталеної повзучості (без попередньої МТО) за формулами (15)–(18) при  $H_{\max} = \sqrt{2}/3\sigma_S$ . Константа  $r$  підбирається при визначені швидкості усталеної повзучості матеріалу без попередньої МТО [7]. З діаграмами пластичності нікелю [4] визначаємо залежність між пластичною деформацією  $\varepsilon_0$  і напруженням, яке її викликало  $\sigma_{x_0}$ ; за значенням  $\sigma_{x_0}$  визначаємо величину  $H_{\max}$ . Оскільки в рамках синтезної теорії формули для визначення пластичної деформації та повзучості виводяться з єдиного визначального співвідношення (3) [1, 7, 8], то для описання деформації неусталеної повзучості як функції попереднього наклепу за МТО необхідно задати значення констант  $B_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і  $b_1$ , а попередньо підібрані значення  $r$ ,  $B_0$ ,  $b_0$  і  $\alpha_0$  залишаються незмінними.

Зв'язок між характером неусталеної повзучості та швидкістю усталеної повзучості матеріалу, який зазнав попередньої МТО, дає змогу зменшити кількість констант, які підлягають визначенню. При оптимальній величині попередньої пластичної деформації  $\varepsilon_{\text{опт}}$ , коли функція  $\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon_{\text{опт}})$  досягає свого мінімуму, на діаграмі повзучості немає неусталеної ділянки, тобто інтеграл неоднорідності дорівнює нульові, що досягається за допомогою такої рівності:

$$B^M(H_{\text{опт}}) = B_0 \left[ 1 - B_1 \left( \frac{H_{\text{опт}} - \sqrt{2}/3\sigma_S}{\sqrt{2}/3\sigma_S} \right)^2 \right] = 0. \quad (19)$$

Крім того, функцію  $\alpha(H_{\max})$  задамо так, що при відсутності неусталеної повзучості

$$\alpha(H_{\text{опт}}) = \alpha_0 \left[ 1 + \alpha_1 \left( \frac{H_{\text{опт}} - \sqrt{2}/3\sigma_S}{\sqrt{2}/3\sigma_S} \right)^{\alpha_2} \right] = 1. \quad (20)$$

Отже, необхідно задати лише дві сталі моделі:  $\alpha_2$  і  $b_1$ , а константи  $B_1$  і  $\alpha_1$  визначаються з формул (19) і (20).

Розрахункові криві деформації неусталеної повзучості нікелю після проведення МТО ( $\sigma_S = 78$ МПа,  $\sigma_P = 8.6$ МПа [4]) показано сущільними лініями на рис. 1. Графіки усталеної повзучості (штрихові лінії на рис. 1) побудовано на основі формул з роботи [7]. Як видно на цьому рисунку, розрахункові криві добре узгоджуються з експериментальними, що свідчить не лише про якісну, але й кількісну вірогідність запропонованої математичної моделі.

**Висновки.** Таким чином, в роботі на основі синтезної теорії пластичності і повзучості аналітично описана деформація неусталеної повзучості полікристалічних матеріалів як функція попередньої пластичної деформації за попередньої механотермічної обробки. Добре узгодження розрахункових даних з експериментом дає змогу прогнозувати поведінку матеріалу при випробуванні на повзучість, якій передувала МТО.

1. *Андрусик Я. Ф., Русинко К. Н.* Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девиаторов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1993. – № 2. – С. 92–101.
2. *Ильюшин А. А.* Пластичность. – Москва: Изд-во АН СССР, 1963. – 273 с.
3. *Козырский Г. Я., Окраинец П. Н., Петрунин Г. А.* Особенности структур никеля с повышенным сопротивлением ползучести // Вопросы физики металлов и металловедения. – 1964. – № 20. – С. 42–51.
4. *Корнилов Н. И.* Никель и его сплавы. – Москва: Изд-во АН СССР, 1958. – 330 с.
5. *Новиков И. И.* Теория термической обработки металлов. – Москва: Металлургия, 1974. – 400 с.
6. *Розенберг Б. М.* Влияние субструктур на ползучесть никеля // Физика металлов и металловедение. – 1961. – 6, т. 11. – С. 899–909.
7. *Русинко А. К.* Аналітична залежність швидкості усталеної повзучості металів від попередньої пластичної деформації // Проблеми міцності. – 2002. – № 4. – С. 91–102.
8. *Русинко А. К.* Вплив попередньої механотермічної обробки на неусталену повзучість металів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – № 6. – С. 51–57.
9. *Batdorf S., Budiansky B.* Mathematical Theory of Plasticity Based on the Concept of Slip.// NACA, Technical Note, 871, 1949.
10. *Sanders J.* Plastic Stress-strain relations Based on Linear Loading Functions// Proc. 2<sup>nd</sup> US Nat. Congr. Appl. Mech. – 1954. – P. 455–460.

## **АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ ПОСЛЕ МЕХАНОТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ**

*Представлено обобщение синтезной теории пластичности и ползучести на случай описания деформации неуставновившейся ползучести как функции предварительной пластической деформации при предварительной механотермической обработке. Полученные аналитические результаты согласуются с экспериментальными данными, что даёт возможность прогнозировать криповые свойства материала как функции предварительного наклёна.*

## **ANALYTICAL DESCRIPTION OF UNSTEADY CREEP OF METALS AFTER MECHANICS-THERMAL PROCESSING**

*In paper the generalization of synthesis theory of plastic deformation and creep on a case of the description of creep deformation as functions of previous plastic deformation from the mechanics-thermal processing is presented. The received analytical results concur with experimental data that enables to predict creep properties of a material as function of previous plastic deformation.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
19.10.05