УДК 515.12

І. З. Стасюк

ОПЕРАТОРИ ОДНОЧАСНОГО ПРОДОВЖЕННЯ ЧАСТКОВИХ УЛЬТРАМЕТРИК

Розглядається задача одночасного продовження неперервних ультраметрик, заданих на компактних підмножинах метризовного нульвимірного компактного простору X. Кожна ультраметрика, ототожнена зі своїм графіком, розглядається як елемент простору непорожніх компактних підмножин множини $X \times X \times \mathbb{R}$ з топологією Вієторіса. Побудовано оператор продовження ультраметрик, який одночасно має властивості операторів продовження, запропонованих у роботах Тимчатина, Зарічного та автора. Зокрема, він є неперервним, однорідним та зберігає операцію взяття поточкового максимуму ультраметрик.

1. Вступ. Метрика r на множині Y називається ультраметрикою, якщо для довільних елементів $x, y, z \in Y$ виконується нерівність $r(x,y) \leq \leq \max\{r(x,z), r(y,z)\}$.

Відомо, що для метризовного топологічного простору існує ультраметрика, що породжує його топологію, тоді й лише тоді, коли він нульвимірний (див. [2, 3]). У [6–8] розглянуто задачу продовження неперервних ультраметрик, визначених на непорожніх компактних підмножинах нульвимірного метризовного компактного простору. Оператори продовження ультраметрик, побудовані в [6] та [7], не мають повного „спектра" природних властивостей. Зокрема, оператор, побудований в [6], не є неперервним в топології поточкової збіжності на множині ультраметрик з довільною фіксованою областю визначення і не зберігає виміру Асуада, а побудований в [7], — не є однорідним. Метою цієї статті є модифікація конструкції оператора продовження неперервних ультраметрик, визначеного в [7], що одночасно має властивості операторів, побудованих в [6] і [7]. Основним результатом є існування однорідного оператора продовження ультраметрик, що зберігає максимум двох ультраметрик, норму ультраметрики, а також вимір Асуада ультраметричного простору. Крім того, цей оператор неперервний у топології Вієторіса, а його звуження на множину ультраметрик з довільною фіксованою компактною областю визначення є неперервним в топології поточкової збіжності.

2. Позначення і попередні відомості. Нехай X — метризовний компактний нульвимірний топологічний простір. Зафіксуємо метрику ρ, яка породжує топологію простору X. Позначимо через $\exp X$ множину всіх непорожніх компактних підмножин простору X з топологією Вієторіса. Для кожної компактної підмножини A простору X позначимо через $\mathrm{UM}(A)$ множину всіх неперервних ультраметрик, визначених на A. Тоді

$$\mathrm{UM} = \cup\{\mathrm{UM}(A) : A \in \exp X, |A| \geq 2\}$$

— множина всіх часткових неперервних ультраметрик, визначених на елементах простору $\exp X$. Аналогічно, як і в [7], будемо розглядати множину UM як підмножину множини $\exp(X \times X \times \mathrm{R})$ з топологією підпростору, ототожнюючи при цьому кожну часткову ультраметрику з її графіком. Для довільної ультраметрики $\sigma \in \mathrm{UM}$ будемо писати $\mathrm{dom}(\sigma) = A$, якщо $\sigma \in \mathrm{UM}(A)$. Крім цього, позначимо

$$||\sigma|| = \max\{\sigma(x,y) : x, y \in \mathrm{dom}(\sigma)\}$$

для кожної ультраметрики σ з множини UM. Неважко переконатися, що множина $\mathrm{UM}(A)$ замкнена відносно операції взяття поточкового максимуму двох ультраметрик та відносно множення на додатню сталу для будь–якої компактної підмножини A простору X. Для довільних елементів σ_1, σ_2 множини UM таких, що $\mathrm{dom}(\sigma_1){=}\mathrm{dom}(\sigma_2)$, будемо використовувати позначення $\sigma_1 \wedge \sigma_2 = \max\{\sigma_1, \sigma_2\}$.

Нагадаємо поняття виміру Асуада довільного метричного простору (Y, r). Нехай s, t — невід'ємні числа. Простір (Y, r) називається (s, t)–однорідним, якщо для чисел $a > 0$, $b > 0$, $b \geq a$ і довільної множини $Y_0 \subset Y$ такої, що $a \leq r(x, y) \leq b$ для всіх $x, y \in Y_0$, $x \neq y$, потужність множини Y_0 не перевищує числа $s(b/a)^t$. Простір (Y, r) називається t–однорідним, якщо він (s, t)–однорідний для деякого $s \geq 0$. Виміром Асуада метричного простору (Y, r) називається число

$$\dim_A(Y, r) = \inf\{t \geq 0 : (Y, r) \quad \text{є} \quad t\text{–однорідним}\},$$

якщо inf існує. У протилежному випадку $\dim_A(Y, r) = \infty$.

Позначимо через C канторову множину, розглядаючи її як підпростір простору дійсних чисел $\mathbb{R}$ зі звичайною топологією. Бінарним раціональним числом будемо називати довільне число $1/2^k$, $k \in \mathbb{N}$.

3. Продовження ультраметрик. Нам знадобиться такий допоміжний факт.

Твердження 1 [7]. *На канторовій множині C існує ультраметрика d така, що $\dim_A(C, d) = 0$ і $d(x, y) \leq 1$ для довільних $x, y \in C$. Крім цього, ультраметрику d можна вибрати так, що вона набуває лише бінарних раціональних значень.*

Основним результатом статті є таке твердження.

Теорема. *Існує відображення $v : \mathrm{UM} \to \mathrm{UM}(X)$, яке має такі властивості для довільних $\sigma, \sigma' \in \mathrm{UM}$:*

1) *v неперервне;*

2) *звуження $v|_{\mathrm{UM}(A)} : \mathrm{UM}(A) \to \mathrm{UM}(X)$ неперервне в топології поточкової збіжності на $\mathrm{UM}(A)$ та $\mathrm{UM}(X)$ для довільної компактної підмножини A простору X;*

3) *$v(\sigma)$ — продовження ультраметрики σ на X;*

4) $||v(\sigma)|| = ||\sigma||$;

5) $v(\sigma \wedge \sigma') = v(\sigma) \wedge v(\sigma')$, *якщо* $\mathrm{dom}(\sigma){=}\mathrm{dom}(\sigma')$;

6) $v(c\sigma) = cv(\sigma)$ *для довільного* $c > 0$;

7) $\dim_A(X, v(\sigma)) = \dim_A(\mathrm{dom}(\sigma), \sigma)$.

Д о в е д е н н я. Для побудови оператора продовження ультраметрик використаємо модифікацію конструкції, запропонованої в [7]. Розглянемо замкнену підмножину

$$K = \{(x, A) \in X \times \exp X : x \in A\}$$

простору $X \times \exp X$. Оскільки $X \times \exp X$ — нульвимірний компактний метризовний простір, то існує неперервне відображення $f : X \times \exp X \to C$ таке, що $f(K) = \{0\}$ і звуження $f|_{(X \times \exp X) \setminus K}$ є вкладенням. Розглянемо багатозначне відображення $G : X \times \exp X \to X$, визначене формулою

$$G(x, A) = \begin{cases} A, \text{ якщо } \quad x \notin A, \\ \{x\}, \text{ якщо } \quad x \in A. \end{cases}$$

Як відомо з праці [7], можна знайти неперервну селекцію $g : X \times \exp X \to X$ для відображення G.

Оскільки канторова множина C є універсальною для всіх нульвимірних просторів зліченної ваги, то існує гомеоморфне вкладення $q : X \to C$ простору X в C. Для кожної компактної підмножини A простору X множина $q(A)$ є компактною підмножиною канторової множини C. Нехай

$$m(A) = q^{-1}(\min\{q(x) : x \in A\})$$

і

$$M(A) = q^{-1}(\max\{q(x) : x \in A\})$$

для довільного елемента A множини $\exp X$. Очевидно, якщо $|A| \geq 2$, то $m(A) \neq M(A)$. Тепер означимо функцію $w : \mathrm{UM} \to \mathbb{R}_+$ за формулою

$$w(\sigma) = \sigma(m(\mathrm{dom}(\sigma)), M(\mathrm{dom}(\sigma))) \text{ для кожного } \quad \sigma \in \mathrm{UM}.$$

Твердження 2. *Відображення* $w : \mathrm{UM} \to \mathbb{R}_+$ *має такі властивості:*

a) w *неперервне;*

b) звуження $w|_{\mathrm{UM}(A)} : \mathrm{UM}(A) \to \mathbb{R}_+$ *неперервне в топології поточкової збіжності на множині* $\mathrm{UM}(A)$.

Д о в е д е н н я. Оскільки q — гомеоморфне вкладення, то послідовність $q(A_n)$ збігається до $q(A)$ в просторі $\exp q(X)$ при умові, що послідовність A_n збігається до A в просторі $\exp X$. Звідси отримаємо збіжність послідовностей $q(m(A_n))$ до $q(m(A))$ і $q(M(A_n))$ до $q(M(A))$, а, отже, збіжність $m(A_n)$ до $m(A)$ і $M(A_n)$ до $M(A)$ при умові, що A_n збігається до A в просторі $\exp X$. Тепер нехай σ_n — послідовність у просторі UM, яка збігається до ультраметрики $\sigma \in \mathrm{UM}$. Тоді $\mathrm{dom}(\sigma_n)$ збігається до $\mathrm{dom}(\sigma)$ в просторі $\exp X$. Тоді існує неперервна ультраметрика $\tilde{\sigma}$, що є продовженням ультраметрики σ на простір X так, щоб $||\tilde{\sigma}|| = ||\sigma||$ [6, теорема 1], [7, теорема 3.1], [1, теорема 1]. Позначимо через $\tilde{\sigma}_n$ звуження ультраметрики $\tilde{\sigma}$ на множину $\mathrm{dom}(\sigma_n) \times \mathrm{dom}(\sigma_n)$. Тоді послідовність $\tilde{\sigma}_n$ збігається до ультраметрики σ [4, лема 3], [7, теорема 3.1]. Зафіксуємо довільне $\varepsilon > 0$. Існує натуральне число N таке, що для довільного $n > N$ виконуються наступні умови:

— $|\sigma(m(\mathrm{dom}(\sigma)), M(\mathrm{dom}(\sigma))) - \tilde{\sigma}(m(\mathrm{dom}(\sigma_n)), M(\mathrm{dom}(\sigma_n)))| < \dfrac{\varepsilon}{2}$;

— $||\sigma_n - \tilde{\sigma}_n|| < \dfrac{\varepsilon}{2}$.

Тоді для довільного $n > N$ отримаємо

$$|w(\sigma) - w(\sigma_n)| =$$

$$= |\sigma(m(\mathrm{dom}(\sigma)), M(\mathrm{dom}(\sigma))) - \sigma_n(m(\mathrm{dom}(\sigma_n)), M(\mathrm{dom}(\sigma_n)))| \leq$$

$$\leq |\sigma(m(\mathrm{dom}(\sigma)), M(\mathrm{dom}(\sigma))) - \tilde{\sigma}(m(\mathrm{dom}(\sigma_n)), M(\mathrm{dom}(\sigma_n)))| +$$

$$+ |\tilde{\sigma}(m(\mathrm{dom}(\sigma_n)), M(\mathrm{dom}(\sigma_n))) - \sigma_n(m(\mathrm{dom}(\sigma_n)), M(\mathrm{dom}(\sigma_n)))| <$$

$$< \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$$

Отже, w — неперервне відображення.

Зафіксуємо $A \in \exp X$ і нехай $\{\sigma_s\}_{s \in S}$ — напрямленість в $\mathrm{UM}(A)$, що поточково збігається до ультраметрики $\sigma \in \mathrm{UM}(A)$. Тоді $\sigma_s(m(A), M(A))$ збігається до $\sigma(m(A), M(A))$, тобто напрямленість $w(\sigma_s)$ збігається до $w(\sigma)$. $\diamondsuit$

Означимо оператор $v : \mathrm{UM} \to \mathrm{UM}(X)$ формулою

$$v(\sigma)(x, y) = \max\{\sigma(g(x, \mathrm{dom}(\sigma)), g(y, \mathrm{dom}(\sigma))),$$

$$w(\sigma)d(f(x,\mathrm{dom}(\sigma)), f(y,\mathrm{dom}(\sigma)))\}$$

для довільних $\sigma \in \mathrm{UM}$ та $x, y \in X$.

Зафіксуємо будь–яку ультраметрику σ з множини UM. Доведемо, що $v(\sigma)(x,y) > 0$ для $x \neq y, \quad x, y \in X$. Якщо $x, y \in \mathrm{dom}(\sigma)$, то

$$g(x,\mathrm{dom}(\sigma)) = x, \quad g(y,\mathrm{dom}(\sigma)) = y.$$

Оскільки σ — метрика, то $\sigma(x,y) > 0$, а, отже, $v(\sigma)(x,y) > 0$. У випадку, коли $x \in \mathrm{dom}(\sigma), \quad y \notin \mathrm{dom}(\sigma)$, отримаємо $f(x,\mathrm{dom}(\sigma)) = 0, \quad f(y,\mathrm{dom}(\sigma)) \neq 0$. Оскільки d — метрика, а $w(\sigma)$ — додатне число, то

$$w(\sigma)d(f(x,\mathrm{dom}(\sigma)), f(y,\mathrm{dom}(\sigma))) > 0.$$

Таким чином, $v(\sigma)(x,y) > 0$. Аналогічно одержимо потрібний результат при умові, що $x \notin \mathrm{dom}(\sigma), \quad y \in \mathrm{dom}(\sigma)$. Нарешті у випадку, коли $x, y \notin \mathrm{dom}(\sigma)$, отримаємо $f(x,\mathrm{dom}(\sigma)) \neq f(y,\mathrm{dom}(\sigma))$. Звідси

$$w(\sigma)d(f(x,\mathrm{dom}(\sigma)), f(y,\mathrm{dom}(\sigma))) > 0,$$

а отже, $v(\sigma)(x,y) > 0$.

Оскільки σ, d — неперервні ультраметрики, g, f — неперервні відображення, то $v(\sigma)$ — неперервна ультраметрика на X.

1). Доведемо неперервність оператора v. Нехай σ_n — послідовність в UM, яка збігається до $\sigma \in \mathrm{UM}$. Тоді $\mathrm{dom}(\sigma_n)$ збігається до $\mathrm{dom}(\sigma)$. Існує неперервна ультраметрика $\tilde{\sigma}$, яка є продовженням ультраметрики σ на X. Нехай $\tilde{\sigma}_n = \tilde{\sigma}|_{\mathrm{dom}(\sigma_n)\times\mathrm{dom}(\sigma_n)}$. Тоді послідовність $\tilde{\sigma}_n$ збігається до σ у просторі UM (див. [4, лема 3], [7, теорема 3.1]). Нехай $\mathrm{dom}(\sigma)=\mathrm{B}, \quad \mathrm{dom}(\sigma_n)=\mathrm{B_n}$, $n \in \mathbb{N}$. Зафіксуємо довільне $\varepsilon > 0$. Тоді існує натуральне число N таке, що для довільного натурального $n > N$ виконуються умови

— $||\sigma_n - \tilde{\sigma}_n|| < \dfrac{\varepsilon}{2}$;

— $|\sigma(g(x,B), g(y,B)) - \tilde{\sigma}(g(x,B_n), g(y,B_n))| < \dfrac{\varepsilon}{2}$;

— $|d(f(x,B), f(y,B)) - d(f(x,B_n), f(y,B_n))| < \dfrac{\varepsilon}{2||\sigma||}$;

— $|w(\sigma) - w(\sigma_n)| < \dfrac{\varepsilon}{2}$.

Отже,

$$|\sigma(g(x,B), g(y,B)) - \sigma_n(g(x,B_n), g(y,B_n))| \leq$$
$$\leq |\sigma(g(x,B), g(y,B)) - \tilde{\sigma}(g(x,B_n), g(y,B_n))| +$$
$$+ |\tilde{\sigma}(g(x,B_n), g(y,B_n)) - \sigma_n(g(x,B_n), g(y,B_n))| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$$

для кожного $n > N$ та довільних $x, y \in X$. Крім цього,

$$|w(\sigma)d(f(x,B), f(y,B)) - w(\sigma_n)d(f(x,B_n), f(y,B_n))| \leq$$
$$\leq w(\sigma)|d(f(x,B), f(y,B)) - d(f(x,B_n), f(y,B_n))| +$$
$$+ |w(\sigma) - w(\sigma_n)| d(f(x,B_n), f(y,B_n)) \leq$$
$$\leq ||\sigma|| \cdot |d(f(x,B), f(y,B)) - d(f(x,B_n), f(y,B_n))| +$$
$$+ |w(\sigma) - w(\sigma_n)| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$$

Таким чином, $|v(\sigma)(x,y) - v(\sigma_n)(x,y)| < \varepsilon$ для всіх $x, y \in X$. Отже, v — неперервне відображення.

2). Зафіксуємо довільну компактну підмножину A в X. Нехай $\{\sigma_s\}_{s\in S}$ — напрямленість ультраметрик з $\mathrm{UM}(A)$, яка поточково збігається до $\sigma \in \in \mathrm{UM}(A)$ на $A\times A$. Доведемо, що $v(\sigma_s)(x,y)$ збігається до $v(\sigma)(x,y)$ для довільної точки $(x,y)\in X\times X$. Зафіксуємо $(x,y)\in X\times X$. Тоді існує індекс $s_0\in S$ такий, що для довільного $s\ge s_0$ виконуються наступні умови:

(I) $|\sigma(g(x,A),g(y,A))-\sigma_s(g(x,A),g(y,A))|<\varepsilon$;

(II) $|w(\sigma)-w(\sigma_s)|\equiv|\sigma(m(A),M(A))-\sigma_s(m(A),M(A))|<\varepsilon$.

З умови (II) отримаємо

$$|w(\sigma)d(f(x,A),f(y,A))-w(\sigma_s)d(f(x,A),f(y,A))|=$$

$$=d(f(x,A),f(y,A))|w(\sigma)-w(\sigma_s)|\le|w(\sigma)-w(\sigma_s)|<\varepsilon.$$

Оскільки

$$v(\sigma)(x,y)=\max\{\sigma(g(x,A),g(y,A)),w(\sigma)d(f(x,A),f(y,A))\}$$

і

$$v(\sigma_s)(x,y)=\max\{\sigma_s(g(x,A),g(y,A)),w(\sigma_s)d(f(x,A),f(y,A))\}$$

для кожного $s\in S$, то $|v(\sigma)(x,y)-v(\sigma_s)(x,y)|<\varepsilon$ для довільного $s\ge s_0$. Отже, напрямленість $v(\sigma_s)$ збігається поточково до $v(\sigma)$ на $X\times X$.

3). Нехай $x,y\in\mathrm{dom}(\sigma)$. Тоді

$$f(x,\mathrm{dom}(\sigma))=f(y,\mathrm{dom}(\sigma))=0,\quad g(x,\mathrm{dom}(\sigma))=x,\quad g(y,\mathrm{dom}(\sigma))=y.$$

Звідси $v(\sigma)(x,y)=\sigma(x,y)$. Отже, v — оператор продовження.

4). Враховуючи те, що ультраметрика d обмежена числом 1 і $w(\sigma)\le \le||\sigma||$, отримаємо $v(\sigma)\le||\sigma||$. Оскільки ультраметрика $v(\sigma)$ набуває свого максимального значення $||\sigma||$ на множині $\mathrm{dom}(\sigma)\times\mathrm{dom}(\sigma)\subset X\times X$, то $||v(\sigma)||=||\sigma||$.

5). Доведемо, що $v(\sigma\wedge\sigma')=v(\sigma)\wedge v(\sigma')$ для довільних $\sigma,\sigma'\in\mathrm{UM}$ таких, що $\mathrm{dom}(\sigma)$=$\mathrm{dom}(\sigma')$=A. Для всіх $x,y\in X:$

$$\begin{aligned}
&(v(\sigma)\wedge v(\sigma'))(x,y)=\\
&=\max\{\,\max\{\sigma(g(x,A),g(y,A)),w(\sigma)d(f(x,A),f(y,A))\},\\
&\qquad\max\{\sigma'(g(x,A),g(y,A)),w(\sigma')d(f(x,A),f(y,A))\}\}=\\
&=\max\{\sigma(g(x,A),g(y,A)),\sigma'(g(x,A),g(y,A)),w(\sigma)d(f(x,A),f(y,A)),\\
&\qquad w(\sigma')d(f(x,A),f(y,A))\}=\\
&=\max\{\max\{\sigma(g(x,A),g(y,A)),\sigma'(g(x,A),g(y,A))\},\\
&\qquad\max\{w(\sigma),w(\sigma')\}d(f(x,A),f(y,A))\}\}.
\end{aligned}$$

Оскільки

$$\max\{w(\sigma),w(\sigma')\}=\max\{\sigma(m(A),M(A)),\sigma'(m(A),M(A))\}=w(\sigma\wedge\sigma'),$$

то

$$\begin{aligned}
(v(\sigma)\wedge v(\sigma'))(x,y)&=\max\{(\sigma\wedge\sigma')(g(x,A),g(y,A)),\\
&w(\sigma\wedge\sigma')d(f(x,A),f(y,A))\}=v(\sigma\wedge\sigma')(x,y).
\end{aligned}$$

6). Нехай $c>0$ — довільне число і $\mathrm{dom}(\sigma)=B$. Тоді

$$v(c\sigma)(x,y)=$$

$$=\max\{c\sigma(g(x,B),g(y,B)),c\sigma(m(B),M(B))d(f(x,B),f(y,B))\}=cv(\sigma)(x,y)$$

для всіх $x, y \in X$.

7). Оскільки $\dim_A(C, d) = 0$, то $\dim_A(C, w(\sigma)d) = 0$ для кожного фіксованого $\sigma \in \mathrm{UM}$. Тоді за теоремою 5.A [5] і твердженням 2.1 [7]

$$\dim_A(X, v(\sigma)) \leq \dim_A(\mathrm{dom}(\sigma), \sigma) + \dim_A(C, w(\sigma)d) = \dim_A(\mathrm{dom}(\sigma), \sigma).$$

З монотонності виміру Асуада випливає, що

$$\dim_A(X, v(\sigma)) = \dim_A(\mathrm{dom}(\sigma), \sigma). \qquad \diamondsuit$$

Нескладно переконатися, використовуючи твердження 1, що оператор продовження з попередньої теореми має також таку властивість: якщо часткова ультраметрика $\sigma \in \mathrm{UM}$ набуває лише бінарних раціональних значень, то $v(\sigma)$ також набуває лише бінарних раціональних значень [7].

1. *Стасюк І. З.* Оператори продовження часткових ультраметрик, неперервні в топології поточкової збіжності // Вісн. Львів. нац. ун–ту (в друці).
2. *De Groot J.* Non–archimedean metrics in topology // Proc. Amer. Math. Soc. – 1956. – **7.** – P. 948–953.
3. *Hattori Y.* Special metrics // Proc. IX Prague Topolog. Symp., Electronic Publ. by Topology Atlas. – 2001. – P. 165–174.
4. *Künzi H. –P., Shapiro L. B.* On simultaneous extension of continuous partial functions // Proc. Amer. Math. Soc. – 1997. – **125.** – P. 1853–1859.
5. *Luukkainen J.* Assouad dimension: antifractal metrization, porous sets, and homogeneous measures // J. Korean. Math. Soc. – 1998. – **35.** – No 1. – P. 23–76.
6. *Stasyuk I. Z.* On a homogeneous operator extending partial ultrametrics // Мат. студії. – 2004. – **22,** No 1. – P. 73–78.
7. *Tymchatyn E. D., Zarichnyi M.* A note on operators extending partial ultrametrics // Comment. Math. Univ. Carolinae. – 2005. – **46.** – P. 515–524.
8. *Tymchatyn E. D., Zarichnyi M.* On simultaneous linear extensions of partial (pseudo) metrics // Proc. Amer. Math. Soc. – 2004. – **132.** – P. 2799–2807.

ОПЕРАТОРЫ ОДНОВРЕМЕННОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ЧАСТИЧНЫХ УЛЬТРАМЕТРИК

Рассматривается задача одновременного продолжения непрерывных ультраметрик, определённых на компактных подмножествах метризуемого нульмерного компактного пространства X. Каждая ультраметрика, отождествлённая со своим графиком, рассматривается как элемент пространства непустых компактных подмножеств множества $X \times X \times \mathrm{R}$ *с топологией Вьеториса. Построен оператор продолжения ультраметрик, который одновременно владеет свойствами операторов продолжения, предложенных в работах Тымчатына, Заричного и автора. В частности, он непрерывен, однороден и сохраняет операцию взятия поточечного максимума ультраметрик.*

OPERATORS OF SIMULTANEOUS EXTENSION OF PARTIAL ULTRAMETRICS

We consider the problem of simultaneous extension of continuous ultrametrics defined on compact subsets of a metrizable zero dimensional compact space X. Each ultrametric identified with its graph,is considered as an element of the space of nonempty compact subsets of the set $X \times X \times \mathrm{R}$ *endowed with the Vietoris topology. We construct an operator extending ultrametrics which at the same time has the properties of the extension operators introduced in the papers of Tymchatyn, Zarichnyi and the author. In particular the operator is continuous, homogeneous and preserves the operation of pointwise maximum of ultrametrics.*

Одержано 22.08.05

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів