УДК 539.3

О. О. Золочевський, В. Л. Рвачов, С. М. Склепус

# ПОВЗУЧІСТЬ ПЛАСТИН НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ З МАТЕРІАЛІВ ІЗ АСИМЕТРІЄЮ ВЛАСТИВОСТЕЙ

*Досліджується повзучість тонких пластин складної форми із матеріалів з асиметрією властивостей, що знаходяться під дією навантажень у площині. Метод розв'язування базується на сумісному застосуванні варіаційно-структурного методу та методу Рунґе – Кутта – Мерсона. Одержано структури розв'язку для основних типів крайових умов. Досліджено вплив типу навантаження на повзучість і тривалу міцність пластини з отворами.*

При деформуванні в умовах високотемпературної повзучості багато матеріалів мають асиметрію властивостей, що виявляється в неоднаковій поведінці при розтягу та стиску, і незалежний закон деформування при чистому зсуві [1, 5, 8]. Також можуть проявлятися вплив гідростатичного тиску на повзучість, залежність пошкоджуваності від типу навантаження, анізотропія, зумовлена зміцненням і пошкоджуваністю, ефект Пойнтінґа тощо [11–13].

Геометрична форма (наявність отворів, вирізів тощо), спосіб закріплення торців пластини можуть суттєво впливати на процеси повзучості та пошкоджуваності. З іншого боку, необхідно враховувати реальні властивості матеріалу, нехтування якими найчастіше приводить до неадекватного опису поведінки конструкції в цілому. Тому необхідність комплексного урахування геометричних і фізичних факторів при дослідженні повзучості пластин складної форми із матеріалів з асиметрією властивостей, вимагає створення нових ефективних моделей і методів розрахунку.

Метою цієї роботи є:

– розробити й обґрунтувати метод розв'язування фізично нелінійної задачі повзучості пластин складної форми на основі варіаційно-структурного методу та методу Рунґе – Кутта – Мерсона;
– дослідити вплив типу навантаження на повзучість і тривалу міцність пластин із матеріалів з асиметрією властивостей;
– дослідити вплив геометричної форми на повзучість і тривалу міцність пластин.

У прямокутній декартовій системі координат $Ox_1x_2$ розглянемо тонку пластину постійної товщини з геометричною формою $\Omega$. Температура пластини $T = \mathrm{const}$. Пластина навантажена контурними нормальними $P_n^{(0)}(x_1, x_2, t)$ і дотичними $P_\tau^{(0)}(x_1, x_2, t)$ зусиллями. Тут $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$ – зовнішня нормаль і дотична до контуру $\partial\Omega$; $t$ – час.

У довільний момент часу задача повзучості пластини може бути зведена до варіаційної проблеми для функціонала Лаґранжа [3]:

$$\Lambda(\dot u_1, \dot u_2) = \frac{1}{2}\iint\limits_{\Omega} \frac{E}{1-\nu^2}\left(\dot u_{1,1}^2 + \dot u_{2,2}^2 + 2\nu \dot u_{1,1}\dot u_{2,2} + \frac{1}{2}(1-\nu)(\dot u_{1,2} + \dot u_{2,1})^2\right) dx_1\, dx_2 -$$
$$- \iint\limits_{\Omega}\left[\dot N_{11}^c \dot u_{1,1} + \dot N_{22}^c \dot u_{2,2} + \dot N_{12}^c(\dot u_{1,2} + \dot u_{2,1})\right] dx_1\, dx_2 -$$
$$- \int\limits_{\partial\Omega}\left[\dot P_n^0(\dot u_1 n_1 + \dot u_2 n_2) + \dot P_\tau^0(\dot u_2 n_1 - \dot u_1 n_2)\right] dS\,, \tag{1}$$

де $\dot u_1, \dot u_2$ – кінематично можливі швидкості переміщень уздовж осей $Ox_1$, $Ox_2$ відповідно; $n_1, n_2$ – напрямні косинуси нормалі $\mathbf{n}$;

$$\dot{N}_{11}^c = \frac{E}{1-\nu^2}(\dot{p}_{11} + \nu\dot{p}_{22}), \qquad \dot{N}_{22}^c = \frac{E}{1-\nu^2}(\dot{p}_{22} + \nu\dot{p}_{11}),$$

$\dot{N}_{12}^c = 2G\dot{p}_{12}$ − «фіктивні» навантаження, зумовлені деформаціями повзучості; $E, G, \nu$ − модуль пружності, модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу. Компоненти тензора швидкостей деформацій повзучості $\dot{p}_{ij}$ задані і не варіюються. Крапка над символами означає повну похідну за часом.

При розгляді плоскої задачі теорії повзучості, залежно від способу закріплення, можуть виникнути три основні задачі.

***1.*** Для ***першої основної задачі*** на контурі пластини $\partial\Omega$ задано швидкості нормальних і дотичних напружень:

$$\dot{\sigma}_n = \dot{P}_n^{(0)} + \dot{P}_n^c, \qquad \dot{\tau}_n = \dot{P}_\tau^{(0)} + \dot{P}_\tau^c.$$

Ці умови, виражені через швидкості переміщень, запишемо у вигляді:

$$A_1(\dot{u}_{1,n}n_1 + \dot{u}_{2,n}n_2) + A_2(\dot{u}_{2,\tau}n_1 - \dot{u}_{1,\tau}n_2) = \dot{P}_n^{(0)} + \dot{P}_n^c,$$

$$G(-\dot{u}_{1,n}n_2 + \dot{u}_{2,n}n_1 + \dot{u}_{1,\tau}n_1 + \dot{u}_{2,\tau}n_2) = \dot{P}_\tau^{(0)} + \dot{P}_\tau^c, \qquad (2)$$

де $\dot{P}_n^c = \dot{N}_{11}^c n_1^2 + 2\dot{N}_{12}^c n_1 n_2 + \dot{N}_{22}^c n_2^2$, $\dot{P}_\tau^c = (\dot{N}_{22}^c - \dot{N}_{11}^c)n_1 n_2 + \dot{N}_{12}^c(n_1^2 - n_2^2)$,

$$\dot{u}_{i,n} = \dot{u}_{i,1}n_1 + \dot{u}_{i,2}n_2, \quad \dot{u}_{i,\tau} = \dot{u}_{i,2}n_1 - \dot{u}_{i,1}n_2, \quad A_1 = \frac{E}{1-\nu^2}, \ A_2 = \nu A_1.$$

Умови (2) є природними для функціонала (1).

***2.*** Для ***другої задачі*** на границі задано швидкості переміщень:

$$\dot{u}_i = \dot{f}_i^{(0)}, \qquad i = 1, 2. \qquad (3)$$

***3.*** Для ***третьої основної*** або ***змішаної задачі*** на частині $\partial\Omega_1$ границі $\partial\Omega$ задано умови (3), а на $\partial\Omega_2$ − умови (2).

Для деформацій повзучості приймемо визначальні співвідношення, отримані та обґрунтовані в роботі [9], що описують різну поведінку матеріалу при розтягу, стиску та зсуві, різний розвиток пошкоджуваності при розтягу, стиску та зсуві, стискувальність матеріалу при повзучості, а також анізотропію, зумовлену пошкоджуваністю:

$$\dot{p}_{k\ell} = \sigma_e^m \psi^{-\beta}\left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi}\right)^q \left(\frac{C\sigma_{k\ell} + AI_1\delta_{k\ell}}{\sigma_2} + Be_k e_\ell\right), \qquad k, \ell = 1, 2. \qquad (4)$$

Тут $\psi$ − параметр, що описує зміцнення і пошкоджуваність матеріалу; $\sigma_e$ − еквівалентне напруження: $\sigma_e = \sigma_2 + B\sigma_{k\ell}e_k e_\ell$, де $\sigma_2^2 = AI_1^2 + CI_2$, $I_1 = \sigma_{k\ell}\delta_{k\ell}$, $I_2 = \sigma_{k\ell}\sigma_{\ell k}$; $\delta_{k\ell}$ − символ Кронекера; $\mathbf{e} = (e_1, e_2)$ − одиничний вектор, спрямований перпендикулярно до площини мікротріщини; $A, B, C$ − сталі матеріалу.

Приймаємо, що мікротріщини в матеріалі орієнтуються перпендикулярно до напрямку дії максимального головного напруження. У цьому випадку параметри $A, B, C$ знаходяться за формулами [9]

$$B = K_+^{1/(m+1)} - K_-^{1/(m+1)}, \qquad \sqrt{2C} = K_0^{1/(m+1)} - B, \qquad A = K_-^{2/(m+1)} - C,$$

де $K_+, K_-, K_0$, $m, \beta, q$ − константи матеріалу, відомі з базових експериментів на розтяг, стиск і зсув.

За параметр $\psi$ виберемо питому енергію розсіяння [9, 10]

$$\psi = \int_0^t W dt,$$

де $W = \sigma_{ij}\dot{p}_{ij}$, $i, j = 1, 2$. Таким чином, для $\psi$ будемо мати кінетичне рівняння

$$\dot{\psi} = \sigma_{ij}\dot{p}_{ij}\,. \tag{5}$$

Підставивши (4) у (5), одержимо

$$\dot{\psi} = \sigma_e^{m+1}\psi^{-\beta}\left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi}\right)^q.$$

Початкове значення $\psi = 0$ відповідає непошкодженому стану при $t = 0$, а критичне значення $\psi = \psi_* = \int\limits_0^{t_*} W\,dt$ відповідає часу $t = t_*$ до руйнування або часу прихованого руйнування.

Наведемо короткий опис методу розв'язку початково-крайової задачі повзучості. Для того щоб знайти значення основних невідомих у довільний момент часу, запишемо початкову задачу Коші за часом:

$$\frac{du_1}{dt} = \dot{u}_1\,, \qquad \frac{du_2}{dt} = \dot{u}_2\,,$$

$$\frac{d\varepsilon_{11}}{dt} = \dot{u}_{1,1}\,, \qquad \frac{d\varepsilon_{22}}{dt} = \dot{u}_{2,2}\,, \qquad \frac{d\gamma_{12}}{dt} = \dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}\,,$$

$$\frac{d\sigma_{11}}{dt} = A_1(\dot{u}_{1,1} + \nu\dot{u}_{2,2} - \dot{p}_{11} - \nu\dot{p}_{22})\,,$$

$$\frac{d\sigma_{22}}{dt} = A_1(\dot{u}_{2,2} + \nu\dot{u}_{1,1} - \dot{p}_{22} - \nu\dot{p}_{11}), \qquad \frac{d\sigma_{12}}{dt} = G(\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1} - 2\dot{p}_{12})\,,$$

$$\frac{dp_{11}}{dt} = \dot{p}_{11}\,, \qquad \frac{dp_{22}}{dt} = \dot{p}_{22}\,, \qquad \frac{dp_{12}}{dt} = \dot{p}_{12}\,, \qquad \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}\,. \tag{6}$$

Початкові умови при $t = 0$ для рівнянь (6) знаходимо з розв'язку задачі пружного деформування.

Для інтегрування початкової задачі Коші за часом будемо використовувати метод Рунґе – Кутта – Мерсона четвертого порядку точності [2, 4], який вимагає п'ятикратного розв'язування варіаційної задачі на кожному часовому кроці та має високу точність і стійкість до нагромадження похибок обчислень. Величина змінного кроку встановлюється автоматично за заданою похибкою обчислень $\delta$.

Варіаційне рівняння $\delta\Lambda = 0$ на кожному часовому кроці будемо розв'язувати методом $R$-функцій [6] у комбінації з методом Рітца. Метод $R$-функцій дозволяє подати наближений розв'язок крайової задачі у вигляді формули – структури розв'язку, що точно задовольняє усі або частину граничних умов і є інваріантною стосовно форми області, де шукаємо розв'язок.

Використовуючи загальну методику побудови структурних формул [6, 7], можна показати, що загальна структура розв'язку, що задовольняє граничні умови першої основної задачі, буде мати вигляд

$$\dot{u}_i = \dot{u}_{0i} + \dot{u}_{1i}\,, \qquad i = 1, 2\,, \tag{7}$$

де $\dot{u}_{0i}$, $\dot{u}_{1i}$ відповідно задовольняють неоднорідні та однорідні граничні умови,

$$\dot{u}_{01} = \omega\left(\frac{1}{A_1}\omega_{,1}\dot{P}_n - \frac{1}{G}\omega_{,2}\dot{P}_\tau\right), \qquad \dot{u}_{02} = \omega\left(\frac{1}{A_1}\omega_{,2}\dot{P}_n + \frac{1}{G}\omega_{,1}\dot{P}_\tau\right), \tag{8}$$

$$\dot{u}_{11} = \Phi_1 - \omega\left[D_1\Phi_1 - (1+\nu)\omega_{,1}\omega_{,2}T_1\Phi_1 + T_1\Phi_2(\nu\omega_{,1}^2 - \omega_{,2}^2)\right] + \omega^2\Phi_3\,,$$

$$\dot{u}_{12} = \Phi_2 - \omega\left[D_1\Phi_2 + (1+\nu)\omega_{,1}\omega_{,2}T_1\Phi_2 + T_1\Phi_1(\omega_{,1}^2 - \nu\omega_{,2}^2)\right] + \omega^2\Phi_4\,. \tag{9}$$

У формулах (7), (8) функція $\omega(x)$ ($x = (x_1, x_2)$) будується за допомогою теорії $R$-функцій і задовольняє умови

$$\omega(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega; \qquad \omega(x) > 0, \quad x \in \Omega; \qquad \left|\omega_{,n}\right| = 1, \quad x \in \partial\Omega;$$

$\Phi_i$, $i = 1, \ldots, 4$, − невизначені компоненти структури розв'язку [6];

$$\dot{P}_n = EC(\dot{P}_n^{(0)} + \dot{P}_n^c) = EC(\dot{P}_n^{(0)}) + EC(\dot{P}_n^c),$$

$$\dot{P}_\tau = EC(\dot{P}_\tau^{(0)} + \dot{P}_\tau^c) = EC(\dot{P}_\tau^{(0)}) + EC(\dot{P}_\tau^c),$$

де $EC(\ldots)$ − оператор продовження граничних умов усередину області $\Omega$; $D_1$, $T_1$ − диференціальні оператори вигляду [6]

$$D_1 = \frac{\partial\omega}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_2}, \qquad T_1 = -\frac{\partial\omega}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_2}.$$

Продовження функцій $\dot{P}_n^c$, $\dot{P}_\tau^c$ мають такий вигляд:

$$EC(\dot{P}_n^c) = \dot{N}_{11}^c\omega_{,1}^2 + 2\dot{N}_{12}^c\omega_{,1}\omega_{,2} + \dot{N}_{22}^c\omega_{,2}^2,$$

$$EC(\dot{P}_\tau^c) = (\dot{N}_{22}^c - \dot{N}_{11}^c)\omega_{,1}\omega_{,2} + \dot{N}_{12}^c(\omega_{,1}^2 - \omega_{,2}^2).$$

Продовження функцій $\dot{P}_n^{(0)}$, $\dot{P}_\tau^{(0)}$ можуть бути побудовані за допомогою формул «склеювання» граничних значень [6].

Якщо на границі задано швидкості переміщень (друга основна задача), то структуру розв'язку можна записати так:

$$\dot{u}_i = \dot{f}_i + \omega\Phi_i, \qquad i = 1, 2,$$

де $\dot{f}_i = EC(\dot{f}_i^{(0)})$ − продовження функцій $\dot{f}_i^{(0)}$ усередину області $\Omega$.

Загальна структура розв'язку, який задовольняє граничні умови змішаної задачі, буде такою:

$$\dot{u}_i = \dot{u}_{0i} + \dot{u}_{1i}, \qquad i = 1, 2,$$

де

$$\dot{u}_{01} = \omega\left(\frac{1}{A_1}\omega_{2,1}\dot{P}_n - \frac{1}{G}\omega_{2,2}\dot{P}_\tau\right) + \dot{f}_1 - \omega D_1^{(2)}\dot{f}_1 + $$
$$+ \omega(1+\nu)\omega_{2,1}\omega_{2,2}T_1^{(2)}\dot{f}_1 - \omega(\nu\omega_{2,1}^2 - \omega_{2,2}^2)T_1^{(2)}\dot{f}_2,$$

$$\dot{u}_{02} = \omega\left(\frac{1}{A_1}\omega_{2,2}\dot{P}_n + \frac{1}{G}\omega_{2,1}\dot{P}_\tau\right) + \dot{f}_2 - \omega D_1^{(2)}\dot{f}_2 - $$
$$- \omega(1+\nu)\omega_{2,1}\omega_{2,2}T_1^{(2)}\dot{f}_2 + \omega(\nu\omega_{2,2}^2 - \omega_{2,1}^2)T_1^{(2)}\dot{f}_1,$$

$$\dot{u}_{11} = \omega_1\Phi_1 - \omega\left[D_1^{(2)}(\omega_1\Phi_1) - (1+\nu)\omega_{2,1}\omega_{2,2}T_1^{(2)}(\omega_1\Phi_1) + \right.$$
$$\left. + T_1^{(2)}(\omega_1\Phi_2)(\nu\omega_{2,1}^2 - \omega_{2,2}^2)\right] + \omega_2\omega\Phi_3,$$

$$\dot{u}_{12} = \omega_1\Phi_2 - \omega\left[D_1^{(2)}(\omega_1\Phi_2) + (1+\nu)\omega_{2,1}\omega_{2,2}T_1^{(2)}(\omega_1\Phi_2) + \right.$$
$$\left. + T_1^{(2)}(\omega_1\Phi_1)(\omega_{2,1}^2 - \nu\omega_{2,2}^2)\right] + \omega_2\omega\Phi_4.$$

Тут

$$\dot{P}_n = \dot{N}_{11}^c \omega_{2,1}^2 + 2\dot{N}_{12}^c \omega_{2,1}\omega_{2,2} + \dot{N}_{22}^c \omega_{2,2}^2 + EC(\dot{P}_n^{(0)}),$$

$$\dot{P}_\tau = (\dot{N}_{22}^c - \dot{N}_{11}^c)\omega_{2,1}\omega_{2,2} + \dot{N}_{12}^c(\omega_{2,1}^2 - \omega_{2,2}^2) + EC(\dot{P}_\tau^{(0)}),$$

$\omega = 0$, $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 0$ − рівняння границі $\partial\Omega$ і ділянок $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_2$ відповідно. Оператори $D_1^{(2)}$, $T_1^{(2)}$ мають вигляд

$$D_1^{(2)} = \frac{\partial\omega_2}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega_2}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_2}, \qquad T_1^{(2)} = -\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2}\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega_2}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_2}.$$

При чисельній реалізації невизначені компоненти структур розв'язку зображали у вигляді скінченних рядів

$$\Phi_i(x) \approx \Phi_{iN}(x) = \sum_{k=1}^{N_i} C_k^{(i)} \varphi_k(x),$$

де $\{\varphi_k\}$ – система степеневих поліномів вигляду $x_1^m x_2^n$ (степінь полінома визначається як $P = m + n$). Невизначені коефіцієнти $C_k^{(i)}$ знаходили методом Рітца.

Як приклад розглянемо повзучість прямокутної пластини з двома круговими отворами (рис. 1). Матеріал пластини − титановий сплав ОТ−4. Температура $T = 748$ K.

На зовнішньому контурі пластина навантажена нормальним зусиллям $|P_{n1}^0| = 100$ МПа, на контурі отворів діють нормальні зусилля $|P_{n2}^0| = 200$ МПа. Розміри в плані: $2a = 0.12$, $2b = 0.1$ м, радіус кругових отворів $r = 0.01$ м. Пружні константи матеріалу: $E = 60$ ГПа, $\nu = 0.3$. Константи матеріалу при повзучості: $\beta = 0$, $m = 4$, $q = 2$, $K_+ = 13.5\cdot10^{-2}$ ГПа$^{-m}$ год.$^{-1}$, $K_- = 7.5\cdot10^{-2}$ ГПа$^{-m}$ год.$^{-1}$, $K_0 = 2.77$ ГПа$^{-m}$ год.$^{-1}$; критичне значення параметра пошкоджуваності $\psi_* = 100$ МПа.

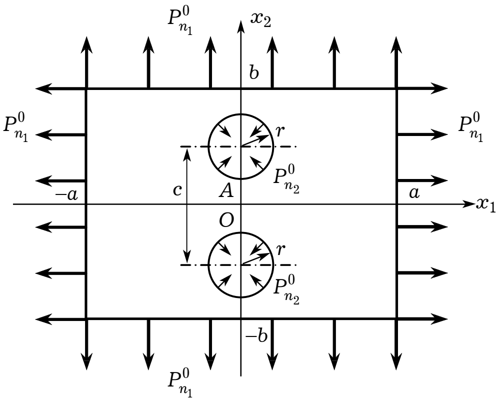

Рис. 1

Нормалізоване до першого порядку рівняння границі області, показаної на рис. 1, може бути записане так:

$$\omega = ((F_1 \wedge_0 F_2) \wedge_0 F_3) \wedge_0 F_4 = 0,$$

де

$$F_1 = \frac{1}{2b}(b^2 - x_2^2), \qquad F_2 = \frac{1}{2a}(a^2 - x_2^2),$$

$$F_3 = \frac{1}{2r}(x_1^2 + (x_2 - 0.5c)^2 - r^2),$$

$$F_4 = \frac{1}{2r}(x_1^2 + (x_2 + 0.5c)^2 - r^2).$$

При розв'язуванні враховували симетрію задачі. Для обчислення елементів матриці Рітца використовували формули Ґаусса. При цьому кількість вузлів інтегрування по чверті області дорівнювала 432. Степені апроксимуючих поліномів: $P_1 = P_2 = 17$, $P_3 = P_4 = 9$. Похибка $\delta = 0.01$.

Дослідимо, як впливає напрямок зовнішнього навантаження і відстань між отворами на тривалу міцність пластини. На рис. 2 наведено криві для часу прихованого руйнування, що ілюструють залежність часу прихованого руйнування від напрямку зовнішнього навантаження і відношення відстані між центрами отворів до діаметра отвору – $c/d$. Крива *1* отримана за допомогою класичних визначальних співвідношень [9, 10] і експериментальних даних на розтяг. Очевидно, що в цьому випадку будемо мати однакову криву тривалої міцності при розтягу та стиску. Криві *2*, *3* отримано за допомогою визначальних співвідношення (4) при розтягу та стиску пластини відповідно. В усіх випадках руйнування пластини починається поблизу границі отворів.

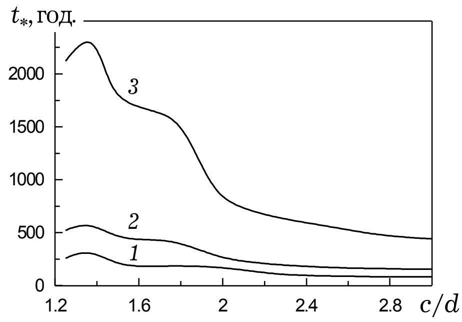


Рис. 2

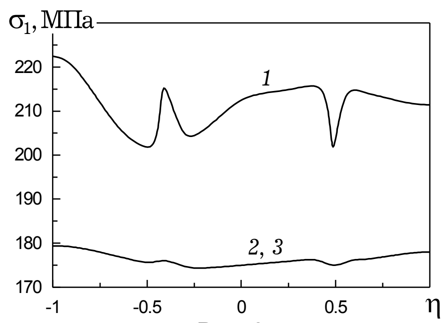


Рис. 3

На рис. 2 видно, що класична теорія повзучості не дозволяє дати прийнятну оцінку часу до руйнування.

Нижче, на рис. 3–9, наведено результати дослідження повзучості пластини при $c/d = 2.25$. На рис. 3 показано результати обчислень інтенсивності напружень $\sigma_i = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2}$ на краю кругового отвору як функції від $\eta = 2\theta/\pi$. Крива *1* відповідає пружному розв'язку в початковий момент часу, криві *2*, *3* – моментам часу до руйнування при розтягу ($t = t_{*p}$) і при стиску ($t = t_{*c}$), які отримано на основі визначальних співвідношень (4). На рисунку бачимо, що в момент руйнування інтенсивності напружень на краю отвору при розтягу і стиску практично збігаються (середня різниця значень становить 0.2 %).

На рис. 4 зображено залежності від часу повної деформації $\varepsilon_{22}$, деформації повзучості $p_{22}$ і пружної деформації $\varepsilon_{22}^e = \varepsilon_{22} - p_{22}$ в точці $A(0; c/2 - r)$ при розтягу. На рисунку видно, що пружні деформації в процесі повзучості зменшуються.

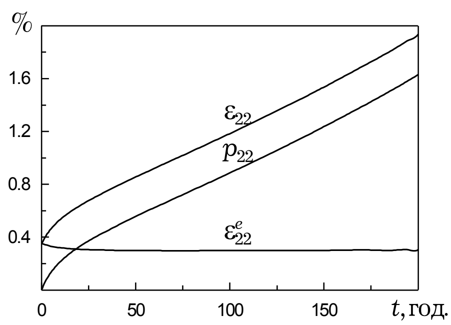


Рис. 4

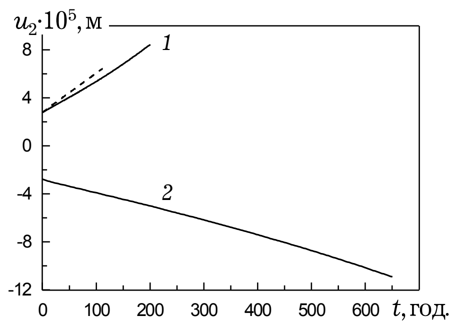


Рис. 5

На рис. 5–7 зображено результати розрахунків переміщень $u_2$, повних деформацій $\varepsilon_{22}$ і напружень $\sigma_{11}$ у точці $A(0; c/2 - r)$ в залежності від часу.

Суцільними лініями показано дані, отримані за допомогою визначальних співвідношень, що враховують різноопірність матеріалу (розтяг – крива *1*, стиск – крива *2*), пунктирними лініями – результати, отримані на основі класичних рівнянь теорії повзучості.

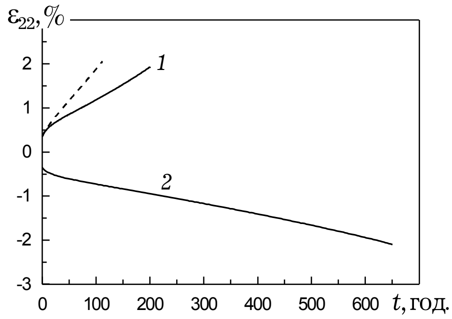


Рис. 6

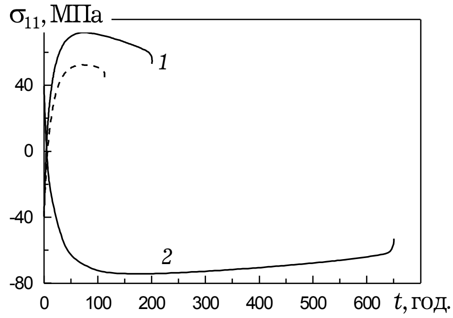


Рис. 7

В результаті досліджень було встановлено, що як при розтягу, так і при стиску пластини руйнування (у правій верхній чверті пластини) починається в одній і тій самій точці $A_*(0.0047\,\text{м},\ 0.0127\,\text{м})$.

На рис. 8, 9 зображено криві для параметра пошкоджуваності та інтенсивності напружень у точці $A_*$ при розтягу (криві *1*) і стиску (криві *2*). Пунктирна крива для інтенсивності напружень отримана на основі класичних визначальних співвідношень теорії повзучості.

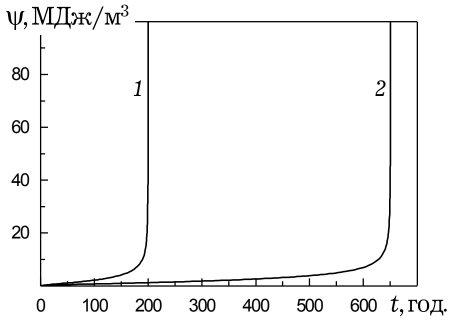


Рис. 8

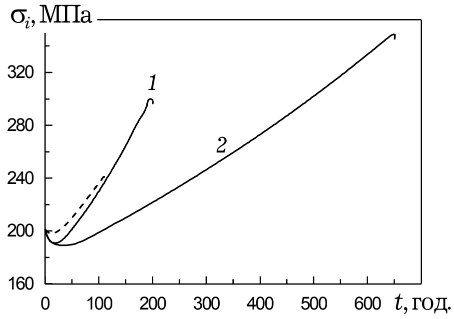


Рис. 9

З наведених вище результатів можна зробити висновок, що напрямок зовнішнього навантаження, а також геометрична форма суттєво впливають на інтенсивність розвитку процесів повзучості та пошкоджуваності в пластині. Використання класичних визначальних співвідношень при дослідженні повзучості та тривалої міцності пластин з різноопірних матеріалів приводить до неприпустимих похибок як при знаходженні основних невідомих задачі повзучості, так і при визначенні часу прихованого руйнування $t_*$. Використання нових визначальних співвідношень і запропонованого методу розв'язування початково-крайових задач повзучості дозволяє більш достовірно й точно описувати процеси повзучості й руйнування пластин складної форми з різноопірних матеріалів.

1. *Горев Б. В., Рубанов В. В., Соснин О. В.* О ползучести материалов с разными свойствами при растяжении и сжатии // Проблемы прочности. – 1979. – № 7. – С. 62–67.
2. *Золочевский А. А.* Об учете разносопротивляемости материалов растяжению и сжатию в задачах ползучести оболочек // Динамика и прочность машин. – 1980. – Вып. 32. – С. 8–13.
3. *Золочевский А. А., Склепус С. Н.* Решение задач ползучести пластин сложной формы с помощью метода $R$-функций // Проблемы машиностроения. – 2000. – **3**, № 1, 2. – С. 123–129.

4. *Мудров А. Е.* Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: МП «Раско», 1991. – 270 с.
5. *Никитенко А. Ф., Цвелодуб И. Ю.* О ползучести анизотропных материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие // Динамика сплошной среды. – 1979. – Вып. 43. – С. 69–78.
6. *Рвачев В. Л.* Теория $R$-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
7. *Рвачев В. Л., Синекоп Н. С.* Метод $R$-функций в задачах теории упругости и пластичности. – Киев: Наук. думка, 1990. – 216 с.
8. *Соснин О. В.* О ползучести материалов с разными характеристиками на растяжение и сжатие // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1970. – № 5. – С. 136–139.
9. *Betten J., Sklepus S., Zolochevsky A.* A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression // Engng Fract. Mech. – 1998. – **57**, No. 5. – P. 623–641.
10. *Betten J., Sklepus S., Zolochevsky A.* A microcrack description of creep damage in crystalline solids with different behaviour in tension and compression // Int. J. Damage Mech. – 1999. – **8**, July 1999. – P. 197–232.
11. *Foux A.* An experimental investigation of the Poynting-effect // Second-order effects in elasticity, plasticity and fluid dynamics. – Oxford: Pergamon Press, 1964. – P. 228–251.
12. *Murakami S., Yamada Y.* Effects of hydrostatic pressure and material anisotropy on the transient creep of thick-walled tubes // Int. J. Mech. Sci. – 1974. – **16**, No. 3. – P.145–160.
13. *Trampczynski W. A., Hayhurst D. R., Leckie F. A.* Creep rupture of copper and aluminium under non-proportional loading // J. Mech. Phys. Solids. – 1981. – **29**. – P. 353–374.

## ПОЛЗУЧЕСТЬ ПЛАСТИН НЕКАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С АСИММЕТРИЕЙ СВОЙСТВ

*Исследуется ползучесть тонких пластин сложной формы из материалов с асимметрией свойств, находящихся под действием нагружения сил в плоскости. Метод решения базируется на совместном применении вариационно-структурного метода и метода Рунге – Кутта – Мерсона. Построены структуры решения для основных типов граничных условий. Исследовано влияние вида нагружения на ползучесть и длительную прочность пластины с отверстиями.*

## CREEP OF NON-CANONICAL FORM PLATES FROM MATERIALS WITH NON-SYMMETRIC PROPERTIES

*A creep problem for thin plates of complex form from materials with non-symmetric properties under plane loading is considered. The method of solution is based on the joint using the variational-structural method and the Runge – Kutta – Merson method. The structures of solution for the main types of boundary conditions are obtained. The influence of loading type on creep behavior and long-time strength of the plate with holes is studied.*

Ін-т проблем машинобудування
ім. А. М. Подгорного НАН України, Харків

Одержано
06.07.05