УДК 517.95

В. В. Давидович

ГРУПОВА КЛАСИФІКАЦІЯ ОДНОГО КЛАСУ РІВНЯНЬ КОЛМОГОРОВА З ЗАЛЕЖНИМИ ВІД ЧАСУ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Виконано групову класифікацію одного класу рівнянь Колмогорова.

Вступ. Для опису броунівського руху частинки у 1934 р. А. М. Колмогоров у роботі [10] запропонував рівняння

$$u_t = [F(t,x,y)u]_{xx} - [G(t,x,y)u]_x - xu_y \tag{1}$$

(тут F та G – довільні гладкі функції своїх змінних у деякій області простору $\mathbb{R}^3$, $F \neq 0$).

Рівняння з класу (1) широко використовують для моделювання різноманітних процесів у фізиці та при математичних розрахунках в економіці [9, 10, 12, 16]. Зокрема, при $F = \gamma$ та $G = -\gamma x - V'(y)$ отримуємо рівняння Крамерса [8]

$$u_t = -(xu)_y + (V'(y)u)_x + \gamma(xu + u_x)_x\,, \tag{2}$$

яке описує рух частинки у флуктуючому середовищі (функція $u = u(t,x,y)$ – густина ймовірності, функція $V(y)$ – зовнішній потенціал, γ – стала).

У випадку, коли функції F та G є сталими, рівняння (1) зводиться до рівняння

$$u_t = u_{xx} - xu_y\,. \tag{3}$$

Оскільки рівняння (1) містить довільні елементи (функції F та G), то при дослідженні його симетрійних властивостей виникає задача групової класифікації (див., наприклад, [3, 13, 15]). Проте функції F і G залежать від змінних t, x та y, що унеможливлює застосування методу Лі – Овсяннікова [4, 5] до всього класу (1). Таким чином, при проведені групової класифікації класу рівнянь (1) вказаним методом необхідно накладати додаткові обмеження на функції F та G.

На сьогоднішній день існує ряд робіт, присвячених дослідженню симетрійних властивостей та побудові інваріантних розв'язків підкласів класу (1). Зокрема, у роботі [14] проведено групову класифікацію класу рівнянь (2), в статті [6] проведено редукцію та побудовано точні розв'язки рівняння (3), а у роботі [2] знайдено алгебру інваріантності фундаментальних розв'язків рівняння (3) та побудовано у явному вигляді фундаментальний розв'язок вказаного рівняння як слабкий інваріантний розв'язок за операторами зі знайденої алгебри інваріантності. Зауважимо, що фундаментальний розв'язок рівняння (3) побудований А. М. Колмогоровим у статті [10].

1. Перетворення еквівалентності та оператор інваріантності. Накладемо додаткові обмеження на функції F та G з класу рівнянь (1):

$$F = A(t), \qquad G = B(t)\,,$$

де A та B – довільні гладкі функції змінної t.

Таким чином, отримуємо клас

$$u_t = A(t)u_{xx} - B(t)u_x - xu_y\,, \tag{4}$$

симетрійні властивості якого будемо досліджувати у роботі.

Перш за все, відмітимо, що клас рівнянь (4) заміною змінних

$$\overline{x} = x - \int B(t)\,dt, \qquad \overline{y} = y - \int\left(\int B(t)\,dt\right)dt$$

 ISSN 0130–9420. Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2016. – 59, № 2. – С. 94-100.

зводиться до класу рівнянь

$$u_t = A(t)u_{xx} - xu_y. \tag{5}$$

Згідно з методом Лі – Овсяннікова, при проведенні групової класифікації класу рівнянь необхідно знайти перетворення еквівалентності, тобто такі невироджені точкові перетворення, які зводять довільно вибране рівняння з заданого класу до деякого іншого рівняння з цього ж класу. Зокрема, для класу рівнянь (5) виконується така теорема.

Теорема 1. *Довільно вибране рівняння з класу* (5) *зводиться до деякого іншого рівняння з цього класу вигляду*

$$v_{\bar t} = \tilde A(\bar t)v_{\bar x\bar x} - \bar x v_{\bar y}$$

перетвореннями еквівалентності

$$\bar t = \frac{\alpha_1 t + \alpha_2}{\alpha_3 t + \alpha_4}, \qquad \bar x = \frac{(\alpha_3 t + \alpha_4)^2}{\alpha_1\alpha_4 - \alpha_2\alpha_3}(fx + f'y + g'), \qquad \bar y = fy + g,$$

$$v = \alpha_5 u + (\alpha_6 t + \alpha_7)x - \alpha_6 y + \alpha_8, \tag{6}$$

де

$$f = \alpha_9 \exp\left(-\int \frac{\alpha_3}{\alpha_3 t + \alpha_4}dt\right),$$

$$g = \alpha_{10} + \alpha_{11}\int \exp\left(-2\int \frac{\alpha_3}{\alpha_3 t + \alpha_4}dt\right)dt,$$

$$\tilde A = \frac{(\alpha_3 t + \alpha_4)^6}{(\alpha_1\alpha_4 - \alpha_2\alpha_3)^3} f^2 A,$$

α_i, $i = 1,\ldots,11$, – *довільні сталі такі, що* $(\alpha_1\alpha_4 - \alpha_2\alpha_3)\alpha_5\alpha_9 \neq 0$.

Д о в е д е н н я теореми ґрунтується на прямому методі побудови групи перетворень еквівалентності (див., наприклад, [17]). ♦

Застосувавши критерій інваріантності (див. монографії [1, 3, 5, 7, 11]), отримаємо загальний вигляд оператора симетрії Лі класу рівняння (5) і систему визначальних рівнянь.

Теорема 2. *Оператор інваріантності класу рівнянь* (5) *має такий вигляд:*

$$X = \tau(t,y)\partial_t + \xi^1(t,x,y)\partial_x + \xi^2(t,y)\partial_y + \big(r(t,x,y)u + p(t,x,y)\big)\partial_u, \tag{7}$$

де τ, ξ^1, ξ^2, r *та* p *– невідомі гладкі функції, які знаходяться із системи визначальних рівнянь*

$$A'\tau + A(\tau_t - 2\xi^1_x + x\tau_y) = 0, \tag{8}$$

$$A(2r_x - \xi^1_{xx}) + x\xi^1_y + \xi^1_t = 0, \tag{9}$$

$$\xi^1 + x(\tau_t - \xi^2_y + x\tau_y) - \xi^2_t = 0, \tag{10}$$

$$Ar_{xx} - xr_y - r_t = 0, \tag{11}$$

$$p_t = Ap_{xx} - xp_y. \tag{12}$$

Оскільки доведення теореми ґрунтується на відомих фактах з групового аналізу і не містить нетривіальних обчислень, то його опускаємо.

2. Групова класифікація класу рівнянь (5). Результат інтегрування системи (8)–(12) подаємо у вигляді наступних теорем. Для початку знайдемо алгебру інваріантності, яку допускає рівняння (5) з будь-якою довільною функцією $A(t)$, тобто ядро максимальних алгебр інваріантності (МАІ) рівнянь з класу (5).

Теорема 3. *Ядром МАІ рівнянь із класу* (5) *є 6-вимірна алгебра Лі, що генерується такими базисними операторами*:

$$\partial_y,\quad \partial_x + t\partial_y,\quad (tx - y)\partial_u,\quad x\partial_u,\quad \partial_u,\quad u\partial_u. \tag{13}$$

Д о в е д е н н я. Оскільки функція $A(t)$ є довільною, то, розщепивши рівняння (8) за A та її похідною, отримуємо $\tau = \xi^1_x = 0$. З рівнянь (9) і (11) відповідно маємо $r_x = \xi^1_t = \xi^1_y = 0$ та $r_t = r_y = 0$.

Отже, $\xi^1 = \alpha_1$, $r = \alpha_2$ (де α_1 та α_2 – довільні сталі). З рівнянь (10) і (12) знаходимо: $\xi^2 = \alpha_1 t + \alpha_3$, $p = (\alpha_4 t + \alpha_5)x - \alpha_4 y + \alpha_6$ ($\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ та α_6 – довільні сталі).

Таким чином, знайшли оператор

$$X = \alpha_1\partial_x + (\alpha_1 t + \alpha_3)\partial_y + \big(\alpha_2 u + (\alpha_4 t + \alpha_5)x - \alpha_4 y + \alpha_6\big)\partial_u,$$

з якого отримуємо базис (13) ядра МАІ рівнянь з класу (5). ♦

Встановимо тепер необхідні умови на функцію $A(t)$, які приведуть до розширення МАІ рівнянь з класу (5).

Теорема 4. *З точністю до перетворень еквівалентності* (6)*, при довільній фіксованій гладкій функції* $A(t)$ (*крім випадків, наведених у табл. 1, та при умові, що функція* $A(t)$ *не є розв'язком рівняння* (15)) *рівняння* (5) *допускає нескінченновимірну МАІ з базисними операторами*

$$\partial_y,\quad \partial_x + t\partial_y,\quad u\partial_u,\quad \int A\,dt\,\partial_x + \int\left(\int A\,dt\right)dt\,\partial_y - \frac{x}{2}u\partial_u,$$

$$\int tA\,dt\,\partial_x + \int\left(\int tA\,dt\right)dt\,\partial_y + \frac{y - tx}{2}u\partial_u,\quad p(t,x,y)\partial_u, \tag{14}$$

де функція $p(t,x,y)$ – *довільний гладкий розв'язок рівняння* (12).

Розширення скінченновимірної частини МАІ (*СЧМАІ*) *рівняння* (5) *можливе лише при значеннях функції* $A(t)$, *наведених у табл. 1, та у випадку, коли функція* $A(t)$ *є розв'язком рівняння*

$$\left(\int (I_1 - I_2 + \delta_1 t + \delta_2)\,dt + \delta_3\right)A' = (3I_2 - 2I_1 + \delta_4 - 2\delta_1 t)A, \tag{15}$$

де

$$I_2 = \int\left(\frac{\lambda_4}{2}t^2 + \lambda_5 t + \lambda_6\right)A\,dt,$$

λ_i *та* δ_j – *довільні сталі* $i = 4,5,6$, $j = 1,\ldots,4$, $\lambda_4^2 + \lambda_5^2 + \lambda_6^2 \neq 0$.

Д о в е д е н н я теореми ґрунтується на розв'язанні системи визначальних рівнянь (8)–(12).

З рівнянь (8) і (10) знаходимо функції τ, ξ^1 та ξ^2:

$$\tau = f(t),$$

$$\xi^1 = \frac{1}{2}\left(f' + \frac{A'}{A}f\right)x + \frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)' y + g', \tag{16}$$

$$\xi^2 = \frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)y + g(t), \tag{17}$$

де $f(t)$ і $g(t)$ – довільні гладкі функції.

Проінтегрувавши рівняння (9), маємо

$$r = -\frac{1}{2A}\left[\frac{1}{2}\left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' x^2 + \frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)'' xy + g''x\right] + Q(t,y), \tag{18}$$

де $Q(t,y)$ – довільна гладка функція.

Підставимо функцію r з (18) у рівняння (11):

$$\left[2AQ_y - \frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)^{(3)} y - g^{(3)} + \frac{A'}{A}\left(\frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)'' y + g''\right)\right]x +$$

$$+ 2AQ_t + A\left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' +$$

$$+ \left[\frac{A'}{A}\left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' - \left(5f' + \frac{2A'}{A}f\right)''\right]\frac{x^2}{2} = 0 .$$

Провівши розщеплення цього рівняння за степенями змінної x, отримуємо систему

$$2Q_t + \left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' = 0 , \tag{19}$$

$$2AQ_y - \frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)^{(3)} y - g^{(3)} + \frac{A'}{A}\left(\frac{1}{2}\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)'' y + g''\right) = 0 , \tag{20}$$

$$\frac{A'}{A}\left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' - \left(5f' + \frac{2A'}{A}f\right)'' = 0 . \tag{21}$$

З рівнянь (19) і (20) після нескладних обчислень маємо

$$Q = \lambda_1 - f' - \frac{A'}{2A}f + \frac{\lambda_2}{2}y - \frac{\lambda_4}{8}y^2 , \tag{22}$$

$$g'' = (\lambda_2 t + \lambda_3)A , \tag{23}$$

$$\left(3f' + \frac{A'}{A}f\right)'' = -(\lambda_4 t + \lambda_5)A , \tag{24}$$

де λ_i, $i = 1,\ldots,5$, − довільні сталі.

Таким чином, отримали формули (16)−(18), (22) і (23), які встановлюють залежність функцій ξ^1, ξ^2 і r від A та f. Для завершення доведення теореми необхідно розв'язати систему двох рівнянь (21) і (24) відносно однієї функції f. Зокрема, тривіальний розв'язок вказаної системи ($f = 0$, $\lambda_4 = \lambda_5 = 0$) приводить до алгебри Лі (14).

Знайдемо всі можливі значення функції A, які приводять до розширення скінченновимірної частини алгебри (14).

Підставивши (24) в (21) та проінтегрувавши отримане рівняння один раз за змінною t, маємо рівняння

$$\left(2f' + \frac{A'}{A}f\right)' = \left(\lambda_6 + \lambda_5 t + \frac{\lambda_4}{2}t^2\right)A , \tag{25}$$

де λ_6 − довільна стала.

Подальший хід доведення суттєво залежить від значення сталих λ_4, λ_5 та λ_6. Зокрема, у випадку $\lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 0$ СЧМАІ рівняння (5) можуть бути лише 6-вимірними алгебрами Лі, які, з точністю до перетворень еквівалентності (6), подані в табл. 1. У випадку $\lambda_4^2 + \lambda_5^2 + \lambda_6^2 \neq 0$ з рівнянь (24) і (25) отримуємо нелінійне інтегро-диференціальне рівняння (15), загальний розв'язок якого побудувати не вдалося. ♦

Таблиця 1

$A(t)$	СЧМАІ рівняння (5)	Обмеження
εe^t	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ 2\partial_t + x\partial_x + y\partial_y,$ $(1+t)e^t\partial_x + te^t\partial_y + \frac{y-(2+t)x}{2\varepsilon}u\partial_u,$ $e^t\partial_x + e^t\partial_y - \frac{x}{2\varepsilon}u\partial_u$	$\varepsilon = \pm 1$
$\varepsilon\frac{\exp(q\arctan t)}{(1+t^2)^2}$	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,$ $(1+t^2)\partial_t + \left(\frac{q-2t}{2}x + y\right)\partial_x + \frac{q+2t}{2}y\partial_y,$ $\frac{q(t^2+qt-1)}{(1+t^2)\exp(-q\arctan t)}\partial_x + \frac{qt-2}{\exp(-q\arctan t)}\partial_y +$ $+\frac{q(4+q^2)}{2\varepsilon}(y-tx)u\partial_u,\ \frac{2t^2+2qt+q^2+2}{(1+t^2)\exp(-q\arctan t)}\partial_x +$ $+\frac{q+2t}{\exp(-q\arctan t)}\partial_y - \frac{q(4+q^2)}{2\varepsilon}xu\partial_u$	$q > 0,\ \varepsilon = \pm 1$
$\frac{1}{(1+t^2)^2}$	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ (1+t^2)\partial_t + (y-tx)\partial_x + ty\partial_y,$ $\frac{1}{1+t^2}\partial_x + \arctan t\partial_y + (tx-y)u\partial_u,$ $\left(\arctan t + \frac{t}{1+t^2}\right)\partial_x + t\arctan t\partial_y - xu\partial_u$	
εt^k	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ 2t\partial_t + (k+1)x\partial_x + (k+3)y\partial_y,$ $(k+3)t^{k+2}\partial_x + t^{k+3}\partial_y + \frac{(k+2)(k+3)}{2\varepsilon}(y-tx)u\partial_u,$ $(k+2)t^{k+1}\partial_x + t^{k+2}\partial_y - \frac{(k+1)(k+2)}{2\varepsilon}xu\partial_u$	$k \neq 0, -1, -\frac{3}{2},$ $k > -2,\ \varepsilon = \pm 1$
t^{-2}	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ 2t\partial_t - x\partial_x + y\partial_y,$ $(1+\ln t)\partial_x + t\ln t\partial_y + \frac{y-tx}{2}u\partial_u,$ $\frac{1}{t}\partial_x + \ln t\partial_y + \frac{x}{2}u\partial_u$	
εt^{-1}	$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ t\partial_t + y\partial_y,$ $2t\partial_x + t^2\partial_y + \frac{y-tx}{\varepsilon}u\partial_u,$ $(1+\ln t)\partial_x + t\ln t\,\partial_y - \frac{x}{2\varepsilon}u\partial_u$	$\varepsilon = \pm 1$

Зауваження. *Функції* $A(t)$*, які є розв'язками рівняння* (15)*, можуть привести як до* 6*-вимірних, так і до* 8*-вимірних частин МАІ рівняння* (5).

Легко переконатися, що для функції $A(t) = (t^2+1)^{-3/2}$, яка є розв'язком рівняння (15) при $\delta_i = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$, $\lambda_6 = -1$, $i = 1,\ldots,4$, рівняння (5) допускає алгебру Лі з такою СЧМАІ:

$$\partial_y,\ \partial_x + t\partial_y,\ u\partial_u,\ \frac{2}{\sqrt{1+t^2}}\partial_x + 2\operatorname{arcsinh} t\,\partial_y + (tx-y)u\,\partial_u,$$

$$\frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}\partial_x + 2\sqrt{1+t^2}\,\partial_y - xu\partial_u,$$

$$4\sqrt{1+t^2}\,\partial_t - \frac{4tx}{\sqrt{1+t^2}}\partial_x + \left(\frac{2t}{\sqrt{1+t^2}} + x^2\right)u\partial_u,$$

яка не є еквівалентною до жодної з алгебр, поданих в табл. 1.

Функція $A(t) = at^{-3/2}$, яка є розв'язком рівняння (15) при $\delta_i = \lambda_4 = = \lambda_6 = 0$, $\lambda_5 = \frac{3}{4}$, $i = 1, \dots, 4$, веде до такої 8-вимірної частини МАІ рівняння (5):

$$\partial_y, \quad \partial_x + t\partial_y, \quad u\partial_u, \quad 4t\partial_t - x\partial_x + 3y\partial_y,$$

$$16t^{3/2}\partial_t + \frac{12y}{\sqrt{t}}\partial_x + 24\sqrt{t}\, y\partial_y - 3\left(\frac{x(tx-y)}{a} + 4\sqrt{t}\right)u\partial_u,$$

$$12\sqrt{t}\,\partial_x + 8t^{3/2}\partial_y + \frac{3(y-tx)}{a}u\partial_u, \qquad \frac{4}{\sqrt{t}}\partial_x + 8\sqrt{t}\,\partial_y + \frac{xu}{a}\partial_u,$$

$$2\sqrt{t}\,\partial_t - \frac{x}{\sqrt{t}}\partial_x + \frac{1}{8}\left(\frac{4}{\sqrt{t}} - \frac{x^2}{a}\right)u\partial_u.$$

Зауважимо, що рівняння з класу (5) з функцією $A(t) = at^{-3/2}$ перетворенням

$$\bar{t} = -2at^{-1/2}, \qquad \bar{x} = x - \frac{3y}{2t}, \qquad \bar{y} = ayt^{-3/2},$$

$$v = \exp\left(\frac{3(y-tx)^2}{8at^{3/2}} + \frac{3}{4}\ln t\right)u \tag{26}$$

зводиться до рівняння (3). Перетворення (26) є формо-зберігаючим (допустимим) перетворенням класу рівнянь (5) і не належить до групи перетворень еквівалентності (6). Протягом останніх років застосування допустимих перетворень при розв'язуванні задач групової класифікації стає більш актуальним, оскільки дозволяє значно скоротити кількість отриманих випадків (див., наприклад, [8]).

1. *Ибрагимов Н. Х.* Группы преобразований в математической физике. – Москва: Наука, 1983. – 280 с.
2. *Коваленко С., Копась І., Стогній В.* Симетрії Лі та фундаментальні розв'язки лінійного рівняння Колмогорова // Мат. вісн. НТШ. – 2014. – Т. 11. – С. 62–72.
3. *Лагно В. І., Спічак С. В., Стогній В. І.* Симетрійний аналіз рівнянь еволюційного типу. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2002. – 360 с.
4. *Овсянников Л. В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. – Москва: Наука, 1978. – 400 с.
   Те саме: *Ovsiannikov L. V.* Group analysis of differential equations. – New York–London: Acad. Press, 1982. – xvi+416 p.
5. *Овсянников Л. В.* Групповые свойства уравнения нелинейной теплопроводности // Докл. АН СССР. – 1959. – **125,** № 3. – С. 492–495.
6. *Спічак С. В., Стогній В. І., Копась І. М.* Симетрійний аналіз і точні розв'язки лінійного рівняння Колмогорова // Наук. вісті Нац. техн. ун-ту України «Київ. політехн. ін-т». – 2011. – № 4. – С. 93–97.
7. *Bluman G. W., Kumei S.* Symmetries and differential equations. – New York: Springer–Verlag, 1989. – xiii+413 p.
8. *Cherniha R., Serov M., Rassokha I.* Lie symmetries and form-preserving transformations of reaction-diffusion-convection equations // J. Math. Anal. Appl. – 2008. – **342**, No. 2. – P. 1363–1379.
9. *Gardiner C. W.* Handbook of stochastic methods. – Berlin–Heidelberg: Springer, 1985. – 442 p.
10. *Kolmogoroff A. N.* Zufällige Bewegungen (Zur Theorie der Brownschen Bewegung) // Ann. Math. (Second Ser.)– 1934. – **35**, No. 1. – P. 116–117.
11. *Olver P. J.* Applications of Lie groups to differential equations. – New York: Springer-Verlag, 1986. – xxviii+513 p.
12. *Pascucci A.* Kolmogorov equations in physics and in finance // In: Elliptic and Parabolic Problems / Ed. H. Brezis. – Basel: Birkhauser, 2005. – Ser. Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications. – Vol. 63. – P. 313–324.

13. *Pocheketa O. A., Popovych R. O., Vaneeva O. O.* Group classification and exact solutions of variable-coefficient generalized Burgers equations with linear damping // Appl. Math. Comput. – 2014. – **243**. – P. 232–244.
14. *Spichak S., Stogny V.* Symmetry analysis of the Kramers equation // Rep. Math. Phys. – 1997. – **40**, No. 1. – P. 125–130.
15. *Vaneeva O., Zhalij A.* Group classification of variable coefficient quasilinear reaction-diffusion equations // Publications de l'Institut Mathematique. – 2013. – **94**, No. 108. – P. 81–90.
16. *Wilmott P., Howison S., Dewynne J.* Option pricing: Mathematical models and computation. – Oxford: Oxford Financial Press, 1993. – 468 p.
17. *Zhdanov R. Z., Lahno V. I.* Group classification of heat conductivity equations with a nonlinear source // J. Phys. **A**: Math. Gen. – 1999. – **32**, No. 42. – P. 7405–7418. – http://dx.doi.org/10.1088/0305-4470/32/42/312.

ГРУППОВАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ КОЛМОГОРОВА С ЗАВИСИМЫМИ ОТ ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Выполнена групповая классификация одного класса уравнений Колмогорова.

GROUP CLASSIFICATION OF A CLASS OF KOLMOGOROV EQUATIONS WITH TIME-DEPENDENT COEFFICIENTS

Group classification of a class of Kolmogorov equation is carried out.

Ін-т математики НАН України, Київ

Одержано
23.09.16