УДК 511.138+517.53+517.633

В. Л. Макаров[1], І. І. Демків[2]

АБСТРАКТНИЙ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИЙ ДРІБ ТИПУ ТІЛЕ

Побудовано абстрактний ланцюговий дріб типу Тіле, який є інтерполяційним для нелінійного оператора, що діє з лінійного топологічного простору X в алгебру Y з одиницею. У часткових випадках він перетворюється як у класичний дріб Тіле, так і в матричнозначний дріб типу Тіле від багатьох змінних.

Вступ. Узагальненнями дробів Тіле займались ряд авторів (див., наприклад, [4, 10−13, 15] та інші. Ці узагальнення умовно можна розділити на два класи. До першого класу відносяться роботи, присвячені узагальненню дробів Тіле на випадок функцій багатьох змінних, переважно двох (див. [4, 11−13, 15]). До другого класу відносяться роботи, присвячені узагальненню дробів Тіле на випадок векторнозначних та матричнозначних функцій від однієї змінної (див. [10, 15]). Крім того, є окремі результати, присвячені побудові матричнозначних інтерполянтів від двох змінних [5]. Проте всі дробові інтерполянти, запропоновані у зазначених роботах, на відміну від класичного дробу Тіле, мають суттєвий недолік: при заміні останнього інтерполяційного вузла на довільний елемент з відповідної множини визначення інтерполянт не перетворюється у звичайну (векторнозначну, матричнозначну) функцію, що інтерполюється. Зазначимо також, що задача побудови векторнозначних або матричнозначних інтерполянтів еквівалентна традиційній інтерполяційній задачі і тому необхідність побудови векторнозначних або матричнозначних інтерполянтів повинна обґрунтовуватися при кожному конкретному застосуванні.

Метою цієї роботи є узагальнення дробів Тіле на випадок інтерполяції нелінійних операторів, що діють з лінійного топологічного простору X в алгебру Y з одиницею I, яка позбавлена відміченого вище недоліку. Як частковий випадок звідси одержуємо інтерполяційний дріб типу Тіле для функцій довільної кількості змінних без геометричних обмежень на розташування інтерполяційних вузлів.

1. Абстрактний інтерполяційний дріб типу Тіле. Розпочнемо статтю конструктивними міркуваннями щодо побудови найбільш загальної конструкції інтерполяційного ланцюгового дробу (ІЛД) типу Тіле. Розглянемо «двоповерховий» дріб

$$T_2(u) = F(u_0) + \ell_1(u - u_0)[I + \ell_2(u - u_1)]^{-1}, \tag{1}$$

де F − нелінійний, а ℓ_1, ℓ_2 − лінійні оператори, що діють з лінійного топологічного простору X в алгебру Y з одиницею I, елементи дробу u, u_0, $u_1 \in X$. Для оператора F відомі його значення $F(u_{i-1,i}(\xi_i))$, $\xi_i \in [0,1]$, $i = 1, 2$, на континуальних вузлах

$$u_{i-1,i}(\xi_i) = u_{i-1} + g_{\xi_i}(u_i - u_{i-1}), \qquad \xi_i \in [0,1], \qquad i = 1, 2. \tag{2}$$

Тут g_z − лінійний диференційовний за z оператор, що діє з X в X, і має властивості

$$g_0 = E, \quad \rho_1 = 0, \quad g_\tau g_\xi = g_{\max(\tau,\xi)}, \qquad \tau, \xi \in [0,1], \tag{3}$$

де $E : X \to X$ − тотожний оператор. Приклади операторів g_z з властивостями (3) для випадку гільбертового простору H, $X = H$, та простору кусково-неперервних функцій $Q[0,1]$ наведено в [1, 6]. Лінійні оператори ℓ_1,

ℓ_2 задаються формулами

$$\ell_1(u-u_0) = -\int_0^1 F_1'(u_0 + g_{\tau_1}(u_1-u_0))\,dg_{\tau_1}(u-u_0), \qquad F_1(u) = F(u),$$

$$\ell_2(u-u_1) = -\int_0^1 F_2'(u_1 + g_{\tau_2}(u_2-u_1))\,dg_{\tau_2}(u-u_1),$$

$$F_2(u) = \ell_1(u-u_0)[F(u)-F(u_0)]^{-1} \tag{4}$$

і визначають на множині двічі диференційовних за Гато операторів, для яких існують інтеграли (4), поділені різниці першого порядку (див. [3, 7]).

Перевіримо виконання інтерполяційних умов. Підставивши в (1)–(4) континуальний вузол $u_{1,2}(\xi_2)$ і використавши властивість (3) оператора g_τ, отримаємо

$$\ell_1(u_1) = -F(u_0) + F(u_1),$$

$$\ell_2(u_{1,2}(\xi_2)-u_1) = -\int_0^1 F_2'(u_1 + g_{\tau_2}(u_2-u_1))\,dg_{\tau_2} g_{\xi_2}(u_2-u_1) =$$

$$= -\int_{\xi_2}^1 F_2'(u_1 + g_{\tau_2}(u_2-u_1))\,dg_{\tau_2}(u_2-u_1) =$$

$$= -\int_{\xi_2}^1 \frac{d}{d\tau_2} F_2(u_1 + g_{\tau_2}(u_2-u_1))\,d\tau_2 =$$

$$= -F_2(u_1) + F_2(u_{1,2}(\xi_2)) =$$

$$= -\ell_1(u_1-u_0)[F(u_1)-F(u_0)]^{-1} +$$

$$+ \ell_1(u_{1,2}(\xi_2)-u_0)[F(u_{1,2}(\xi_2))-F(u_0)]^{-1} =$$

$$= -I + \ell_1(u_{1,2}(\xi_2)-u_0)[F(u_{1,2}(\xi_2))-F(u_0)]^{-1}.$$

Останні співвідношення разом з (1) приводять до висновку, що

$$T_2(u_{1,2}(\xi_2)) = F(u_{1,2}(\xi_2)) \qquad \forall \xi_2 \in [0,1],$$

тобто (4) є абстрактним інтерполяційним двоповерховим дробом типу Тіле з континуальним інтерполяційним вузлом $u_{1,2}(\xi_2)$ і звичайним інтерполяційним вузлом u_0 (останнє очевидно).

У загальному випадку n-поверхового дробу

$$T_n(u) = F(u_0) + \ell_1(u-u_0)\Big[I + \ell_2(u-u_1)\times$$

$$\times\big[I + \ell_3(u-u_2)\ldots[I + \ell_n(u-u_{n-1})]^{-1}\ldots\big]^{-1}\Big]^{-1} =$$

$$= \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{n} \frac{\ell_p(u-u_{p-1})}{I} \tag{5}$$

(права частина формули (5) є символічним записом) його складові визначаються таким чином:

$$\ell_k(u-u_{k-1}) = -\int_0^1 F_k'(u_{k-1} + g_{\tau_k}(u_k - u_{k-1}))\, dg_{\tau_k}(u-u_{k-1})\,,$$

$$k = 1,2,\ldots,n, \qquad F_1(u) = F(u)\,, \tag{6}$$

$$F_i(u) = \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{i} \frac{\ell_{i-p}(u-u_{i-p-1})}{-I}\,,$$

$$i = 1,2,\ldots, \quad u_{-1} = 0, \quad \ell_0(u) = F(u_0) - F(u) - I\,. \tag{7}$$

Далі, використовуючи математичну індукцію, припустимо, що

$$T_n(u_i) = T_i(u_i) = F(u_i), \qquad i = 0,1,\ldots,k\,, \tag{8}$$

і доведемо правильність співвідношення (8) при $i = k+1$. Маємо

$$T_n(u_{k+1}) = T_{k+1}(u_{k+1})\,,$$

$$\ell_{k+1}(u_{k+1} - u_k) = -\int_0^1 F_{k+1}'(u_k + g_{\tau_{k+1}}(u_{k+1}-u_k))\, dg_{\tau_{k+1}}(u_{k+1}-u_k) =$$

$$= F_{k+1}(u_{k+1}) - F_{k+1}(u_k) = \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_{k+1}-u_{k-p})}{-I} -$$

$$- \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_k - u_{k-p})}{-I} = \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_{k+1}-u_{k-p})}{-I} -$$

$$- \ell_k(u_k - u_{k-1})\left[-I + \mathop{\mathrm{D}}_{p=2}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_k - u_{k-p})}{-I}\right]^{-1} =$$

$$= \ell_k(u_{k+1} - u_{k-1})\left[-I + \mathop{\mathrm{D}}_{p=2}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_{k+1} - u_{k-p})}{-I}\right]^{-1} - I\,.$$

Далі

$$I + \ell_k(u_{k+1} - u_{k-1})[I + \ell_{k+1}(u_{k+1} - u_k)]^{-1} = \mathop{\mathrm{D}}_{p=2}^{k+1} \frac{\ell_{k+1-p}(u_{k+1}-u_{k-p})}{-I} =$$

$$= \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{k} \frac{\ell_{k-p}(u_{k+1} - u_{k-p-1})}{-I}\,,$$

$$I + \ell_{k-1}(u_{k+1} - u_{k-2})\big[I + \ell_k(u_{k+1} - u_{k-1})[I + \ell_{k+1}(u_{k+1} - u_k)]^{-1}\big]^{-1} =$$

$$= \mathop{\mathrm{D}}_{p=2}^{k} \frac{\ell_{k-p}(u_{k+1} - u_{k-p-1})}{-I} = \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{k-1} \frac{\ell_{k-p-1}(u_{k+1} - u_{k-p-2})}{-I}\,,$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$,

$$I + \ell_2(u_{k+1} - u_1)\Big[\ldots[I + \ell_{k-1}(u_{k+1} - u_{k-2})\times$$

$$\times\big[I + \ell_k(u_{k+1} - u_{k-1})[I + \ell_{k+1}(u_{k+1} - u_k)]^{-1}\big]^{-1}\big]^{-1}\ldots\Big]^{-1} =$$

$$= \ell_1(u_{k+1} - u_0)[I + \ell_0(u_{k+1})]^{-1} =$$

$$= \ell_1(u_{k+1} - u_0)[F(u_{k+1}) - F(u_0)]^{-1}\,,$$

що, згідно з означенням абстрактного ІЛД (5), доводить правильність співвідношень

$$T_n(u_{k+1}) = T_{k+1}(u_{k+1}) = F(u_{k+1}), \qquad k = -1, 0, \ldots, n-1. \tag{9}$$

У подібний спосіб доводиться правильність континуальної інтерполяційної умови

$$T_n(u_{n-1,n}(\xi)) = F(u_{n-1,n}(\xi)) \qquad \forall \xi \in [0,1]. \tag{10}$$

Таким чином, доведено, що справджується

Теорема 1. *Нехай оператор* $F(u)$ *є* n *разів диференційовний за Гато і такий, що для нього має сенс дріб* (5). *Тоді цей дріб є абстрактним ІЛД типу Тіле і задовольняє інтерполяційні умови* (9), *а також континуальну інтерполяційну умову* (10).

Зауваження. Оскільки абстрактний ІЛД типу Тіле (5) задовольняє тільки одну континуальну інтерполяційну умову (10), то його конструкцію можна спростити, замінивши оператор g_τ на оператор $(1-\tau)I$. При цьому умови (9) лишаються правильними.

2. Векторнозначний і матричнозначний ІЛД типу Тіле. Будемо розглядати векторнозначну і матричнозначну інтерполяції типу Тіле. Векторнозначній тематиці присвячено значну кількість робіт (див. [8, 12, 13, 17] і наведену там літературу). У переважній більшості зазначених робіт використовують так зване Samelson'а обернення векторів, що є загальновідомою процедурою псевдообернення матриць повного рангу (див. [2]). Цю ж ідею використовують фактично і у випадку матричнозначної інтерполяції типу Тіле з попереднім перетворенням матриць у вектори (див. [9, 10, 14, 16] і наведену там літературу).

Нехай Y – алгебра $(m \times m)$-матриць, $I = E$ – звичайна одинична матриця. Дамо таку інтерпретацію формул (5)–(7):

$$\ell_k(u-u_{k-1}) = -\frac{(u-u_{k-1})}{(u_k-u_{k-1})}[F_k(u_{k-1}) - F_k(u_k)], \qquad k = 1, 2, \ldots, n,$$

$$F_1(u) = F(u),$$

$$F_i(u) = \ell_{i-1}(u-u_{i-2})\Big[-E + \ell_{i-2}(u-u_{i-3}) \times$$

$$\times\Big[-E + \ell_{i-3}(u-u_{i-4})[\ldots[-E-\ell_0(u)]^{-1}\ldots]^{-1}\Big]^{-1}\Big]^{-1} =$$

$$= \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{i} \frac{\ell_{i-p}(u-u_{i-p-1})}{-E}, \quad i = 1, 2, \ldots, \quad u_{-1} = 0,$$

$$\ell_0(u) = F(u_0) - F(u) - E.$$

Для ілюстрації розглянемо конкретний приклад.

Приклад 1. Нехай задано такі інтерполяційні матричні умови:

$$F(u_0) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, \qquad F(u_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & i \end{bmatrix}, \qquad F(u_2) = \begin{bmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$u_0 = -1, \quad u_1 = 0, \quad u_2 = 1.$$

Тоді

$$T_2(u) = \frac{1}{z^2 - 6z - 3}\begin{bmatrix} -3 - 4z + 7z^2 & -4i(z+1)z \\ -(z+1)(z+3) & i(-3 + 2z + z^2) \end{bmatrix},$$

що співпадає з прикладом 2.8 з [9].

3. Матричнозначний ІЛД типу Тіле для функціоналів від багатьох змінних. Розглянемо випадок матричнозначних функціоналів від багатьох змінних. Тоді $X = \mathbb{R}^k$, Y − простір $(m \times m)$-матриць, елементами яких є функціонали від k змінних, гладкість яких і області визначення є такими, щоб мали сенс всі наступні формули. Отже, нехай

$$F(u) = \left[f_{i,j}\left(\underbrace{x(\cdot), y(\cdot), \ldots, w(\cdot)}_{k} \right) \right]_{i,j=1,\ldots,m}$$

і задано значення $F(u_{s-1,s}(\tau))$, $\tau \in [0,1]$, цього матричного функціонала на континуальних вузлах

$$u = u_{s-1,s}(\tau) = \big(x_{s-1}(t) + \tau(x_s(t) - x_{s-1}(t)),$$

$$y_{s-1}(t) + \tau(y_s(t) - y_{s-1}(t)), \ldots, w_{s-1}(t) + \tau(w_s(t) - w_{s-1}(t))\big)^\top,$$

$$s = 1, 2, \ldots, n.$$

Конкретизуємо формули (6), (7) для розглядуваного випадку:

$$\ell_r(u - u_{r-1}) = \int_0^1 F_r'(u_{r-1,r}(\tau_r))(u - u_{r-1})\,d\tau_r =$$

$$= \int_0^1 F_r'(u_{r-1} + \tau_r(u_r - u_{r-1}))(u - u_{r-1})\,d\tau_r, \quad r = 1, 2, \ldots, n,$$

$$F_1(u) = F(u),$$

$$F_r'(u_{r-1,r}(\tau_r))(u - u_{r-1}) =$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial x} f_{i,j}(u_{r-1,r}(\tau_r))\right]_{i,j=1,2,\ldots,m} \big(x(\cdot) - x_{r-1}(\cdot)\big) +$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial y} f_{i,j}(u_{r-1,r}(\tau_r))\right]_{i,j=1,2,\ldots,m} \big(y(\cdot) - y_{r-1}(\cdot)\big) + \ldots +$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial w} f_{i,j}(u_{r-1,r}(\tau_r))\right]_{i,j=1,2,\ldots,m} \big(w(\cdot) - w_{r-1}(\cdot)\big),$$

$$F_i(u) = \mathop{\mathrm{D}}_{p=1}^{i} \frac{\ell_{i-p}(u - u_{i-p-1})}{-I}, \qquad i = 1, 2, \ldots,$$

$$u_{-1} = 0, \qquad \ell_0(u) = F(u_0) - F(u) - I.$$

Приклад 2. Нехай $X = \mathbb{R}^2$ і

$$F(u) = \left[f_{i,j}(x,y)\right]_{i,j=1,2} = \begin{bmatrix} \sin(x+y) & \cos(x+y) \\ x^2 & 1/(1+y) \end{bmatrix}.$$

Тоді при інтерполяційних вузлах

$$u_0 = (0,0), \qquad u_1 = (\pi/2,\, \pi/2), \qquad u_2 = (\pi, 0)$$

матимемо

$$F(u_0 + t(u_1 - u_0)) = \left[f_{i,j}(t\pi/2,\, t\pi/2)\right]_{i,j=0,1},$$

$$\ell_1(u - u_0) = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{2}{\pi}(x+y) \\ \dfrac{\pi}{2}x & -\dfrac{2y}{2+\pi} \end{bmatrix},$$

$$\ell_2(u - u_1) = \int_0^1 F_2'(u_1 + \tau_2(u_2 - u_1))(u - u_1)\,d\tau_2,$$

$$F_2(u) = \ell_1(u)[F(u) - F(u_0)]^{-1} =$$

$$= \Delta^{-1}(x,y)\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{\pi}(x+y) \\ \frac{\pi}{2}x & -\frac{2y}{2+\pi} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{y}{1+y} & 1-\cos(x+y) \\ -x^2 & \sin(x+y) \end{bmatrix} =$$

$$= \Delta^{-1}(x,y)\begin{bmatrix} \frac{2}{\pi}(x+y)x^2 & -\frac{2}{\pi}(x+y)\sin(x+y) \\ -\frac{\pi xy}{2(1+y)} + \frac{2yx^2}{2+\pi} & \frac{\pi x}{2}(1-\cos(x+y)) - \frac{2y}{2+\pi}\sin(x+y) \end{bmatrix},$$

$$\Delta(x,y) = -\frac{y}{1+y}\sin(x+y) - x^2[\cos(x+y) - 1],$$

$$\ell_2(u-u_1) = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \frac{2(x+y-\pi)}{\pi^2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix},$$

$$a_{1,1} = \frac{1}{\pi(\pi+1)^2}(\ln(2+\pi) + \pi + \pi^2)(x+y-\pi),$$

$$a_{2,1} = \frac{1}{8\pi(2+\pi)(1+\pi)^4}(8(1+\pi)^4\ln 2 - 2(2\pi^4 + 10\pi^3 + 17\pi^2 + 10\pi + 4)\times$$

$$\times\ln(2+\pi) + \pi(1+\pi)(4\pi^3 + 11\pi^2 + 11\pi - 2))(x+y-\pi),$$

$$a_{2,2} = -\frac{1}{4\pi(2+\pi)(1+\pi)^3}\big[(1+\pi)\big((4\pi^3 + 11\pi^2 + 11\pi + 2)(x-\pi/2) -$$

$$-(5\pi^2 + 9\pi + 6)(y-\pi/2)\big) +$$

$$+\big(8(1+\pi)^3\ln 2 - 2\pi(2+\pi)\ln(2+\pi)\big)(x+y-\pi/2)\big],$$

і отже,

$$T_2(x,y) = \frac{1}{\Delta_2(x,y)}\begin{bmatrix} t_{1,1}(x,y) & t_{1,2}(x,y) \\ t_{2,1}(x,y) & t_{2,2}(x,y) \end{bmatrix},$$

$$\Delta_2(x,y) = 0.10094x^2 - 0.45299x + 0.11535xy - 0.07314 -$$

$$-0.49946y + 0.01441y^2,$$

$$t_{1,1}(x,y) = 1.5708(0.20264x - 0.63662 + 0.20264y)x,$$

$$t_{1,2}(x,y) = -0.10097x^2 + 0.49963x - 0.16465xy -$$

$$-0.07314 + 0.7008y - 0.06368y^2,$$

$$t_{2,1}(x,y) = -1.5708(0.27184x + 0.146 + 0.27184y)x,$$

$$t_{2,2}(x,y) = 0.05468x^2 - 0.30766x + 0.12857xy - 0.07314 -$$

$$-0.29734y + 0.07389y^2.$$

Для ***прикладу 2*** виконано обчислення похибки між значениями $t_{i,j}(x,y)$ і $f_{i,j}(x,y)$:

$$\delta_{i,j} = \left|t_{i,j}(x,y) - f_{i,j}(x,y)\right|_{i,j=1,2}.$$

На рис. 1 – рис. 4 наведено якісний характер похибки $\delta_{i,j}$, $i,j = 1,2$, оскільки для кількісного аналізу крок є занадто великим.

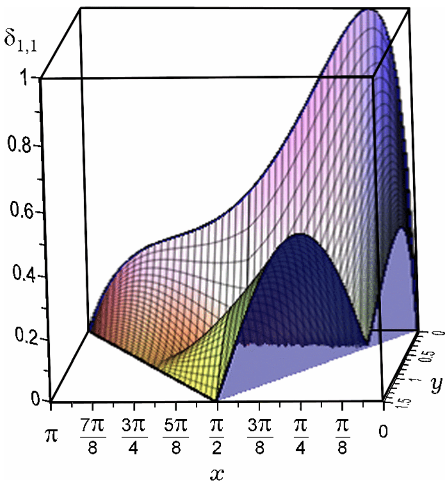

Рис. 1. Графік похибки $\delta_{1,1}$.

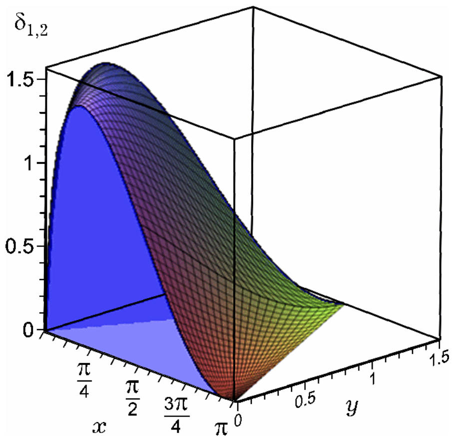

Рис. 2. Графік похибки $\delta_{1,2}$.

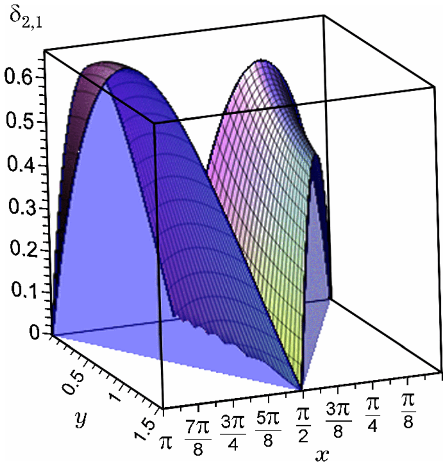

Рис. 3. Графік похибки $\delta_{2,1}$.

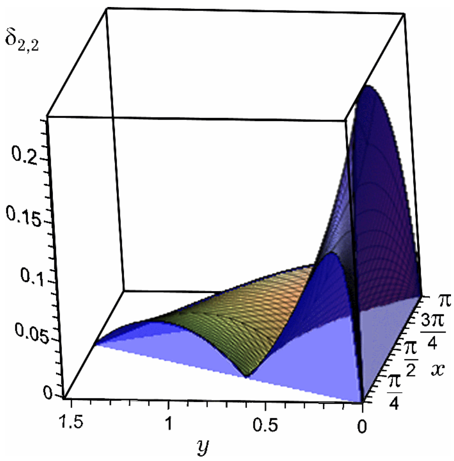

Рис. 4. Графік похибки $\delta_{2,2}$.

1. *Ахиезер Н. И., Глазман И. М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – Москва: Наука, 1966. – 543 с.
2. *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. – Москва: Наука, 1984. – 320 с.
3. *Егоров А. Д., Соболевский П. И., Янович Л. А.* Приближенные методы вычисления континуальних интегралов. – Минск: Наука и техника, 1985. – 310 с.
4. *Кучмінська Х. Й.* Двовимірні неперервні дроби. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2010. – 218 с.
5. *Макаров В. Л., Демків І. І.* Інтерполяційний інтегральний ланцюговий дріб типу Тіле // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – **57,** № 4. – С. 44–50.
   Те саме: *Makarov V. L., Demkiv I. I.* Interpolating integral continued fraction of the Thiele type // J. Math. Sci. – 2017. – **220**, No. 1. – P. 50–58.
6. *Макаров В. Л., Хлобистов В. В., Демків І. І.* Про континуальні вузли інтерполювання формул типу Ньютона та Ерміта в лінійних топологічних просторах // Доп. НАН України. – 2007. – № 12. – С. 22–27.
7. *Янович Л. А.* Приближенное вычисление континуальних интегралов по гауссовым мерам. – Минск: Наука и техника, 1976. – 384 с.
8. *Van Barel M., Bultheel A.* A new approach to the rational interpolation problem: The vector case // J. Comput. Appl. Math. – 1990. – **33**, No. 3. – P. 331–346.
9. *Chuanqing G.* Generalized inverse matrix Padé approximation on the basis of scalar products // Linear Algebra Appl. – 2001. – **322**, No. 1-3. – P. 141–167.

10. *Chuanqing G.* Thiele-type and Lagrange-type generalized inverse rational interpolation for rectangular complex matrices // Linear Algebra Appl. – 1999. – **295**, No. 1-3. – P. 7–30.
11. *Gensane Th.* Interpolation on the hypersphere with Thiele type rational interpolants // Numer. Algor. – 2012. – **60**, No. 3. – P. 523–529.
12. *Graves-Morris P. R.* Vector valued rational interpolants I // Numerische Mathematik. – 1983. – **42**, No. 3. – P. 331–348.
13. *Levrie P., Bultheel A.* A note on Thiele n-fractions // Numer. Algor. – 1993. – **4**, No. 2. – P. 225–239.
14. *Rongrong C., Chuanqing G.* Bivariate generalized inverse Newton–Thiele type matrix Padé approximation // Appl. Math. Comput. – 2014. – **236**. – P. 202–214.
15. *Tan J., Fang Y.* Newton–Thiele's rational interpolants // Numer. Algor. – 2000. – **24**, No. 1. – P. 141–157.
16. *Zhu Gong-Qin, Tan Jie-Qing.* A note on matrix-valued rational interpolants // J. Comput. Appl. Math. – 1999. – **110**, No. 1. – P. 129–140.
17. *Zhu Xiaolin, Zhu Gongqin.* A note on vector-valued rational interpolation // J. Comput. Appl. Math. – 2006. – **195**, No. 1-2. – P. 341–350.

АБСТРАКТНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ДРОБЬ ТИПА ТИЛЕ

Построена абстрактная цепная дробь типа Тиле, которая является интерполяционной для нелинейного оператора, действующего из линейного топологического пространства X в алгебру Y с единицей. В частных случаях он превращается, как в классическую дробь Тиле, так и в матричнозначную дробь типа Тиле от многих переменных.

ABSTRACT INTERPOLATION THIELE-TYPE FRACTION

Abstract Thiele-type continued fraction is constructed, which is an interpolation one for nonlinear operator acting from linear topological space X to algebra Y with a unit. In particular cases it transforms into both a classic Thiele fraction and into a matrix-valued Thiele-type fraction from multiple variables.

[1] Ін-т математики НАН України, Київ,
[2] Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано
13.01.16