УДК 534.232

Ю. М. Дудзінський[1], О. В. Сухарьков[2]

СПЕКТР ЗВУКУ, ГЕНЕРОВАНОГО ЗАНУРЕНОЮ ОСЕСИМЕТРИЧНОЮ СТРУМИННОЮ ОБОЛОНКОЮ

Розглянуто динаміку зануреної струминної оболонки як модель прямотечійних осесиметричних гідродинамічних випромінювачів акустичних хвиль. Отримано формулу для розрахунку спектру генерованого звуку як функцію геометричних і гідродинамічних параметрів кільцевого струменя. Це дозволяє одержати форму сигналу як функцію часу. Зіставлено чисельні розрахунки з результатами експериментів.

Вступ. Останнім часом в ультразвукових методах очищення спостерігається тенденція зниження концентрацій поверхнево активних речовин, перехід на дистильовану воду, а ще переважніше – на хімічно нейтральні рідини (мінеральні масла, толуол та інші органічні рідини) [11]. В останньому випадку робочі рідини також є діелектриками, і основну роль у руйнуванні плівок забруднювачів відіграє механічний вплив кавітації на поверхню твердого тіла. Однак у нейтральному середовищі необхідно підвищити ударний вплив колапсуючих парових каверн, наприклад, створюючи надлишковий статичний тиск у робочій ємності й одночасно збільшуючи інтенсивність акустичного поля [2, 14]. Інший спосіб полягає у створенні акустичних полів із двома або більше гармоніками різних частот [13, 15–17]. При цьому використовують декілька електроакустичних випромінювачів з різними резонансними частотами, кожний з яких збуджується індивідуальним генератором. Це спричиняє на практиці ряд проблем і збільшує вартість апаратури пропорційно до кількості генераторів.

Перспективними є осесиметричні гідродинамічні випромінювачі (ГДВ) акустичних хвиль, у яких частина кінетичної енергії зануреного струменя рідини перетворюється в енергію акустичних коливань [2, 11]. Умовно їх можна розділити на прямотечійні [3, 11] і протитечійні [1, 2] випромінювачі. Механізми гідродинамічного звукоутворення в обох системах ідентичні. До переваг цих систем, що випромінюють звук, можна віднести дешевизну одержуваної енергії, простоту експлуатації, можливість роботи в агресивних середовищах, відсутність джерел високої напруги та шкідливих високочастотних електромагнітних полів. Відповідно до досліджень осесиметричні ГДВ генерують у різних рідинах пружні імпульси експонентної форми високої інтенсивності [2, 7]. Частота нижчої (основної) гармоніки сигналу залежить від геометричних і гідродинамічних параметрів зануреної струминної оболонки [7]. Спектр цих акустичних хвиль складається з безлічі гармонічних складових, кратних і некратних частот. Цим, зокрема, можна пояснити більшу ефективність осесиметричних ГДВ порівняно з резонансними електроакустичними випромінювачами при однаковій інтенсивності акустичних полів [4, 11]. Отже, розробка математичної моделі, що дозволить оцінювати спектр генерованих такими випромінювачами пружних хвиль, зумовлена практичними потребами.

1. Постановка задачі та вихідні рівняння. Схема прямотечійного ГДВ із кільцевим соплом і східчастою перешкодою зображена на рис. 1. Із кругового щілинного сопла *1* витікає занурений кільцевий струмінь *2*. Східчаста перешкода *3* формує зі струменя осесиметричну пружну оболонку циліндричної форми. Накопичувачем енергії є нестійкий первинний вихор з розвинутою кавітацією *4* у формі тороїда. Пульсації вихору *4* збуджують струминну оболонку, що коливається, вигинаючись. У фазі розтягання її вільної підстави каверни з первинного вихору переносяться потоком назовні. За рахунок ефекту Кармана створюється вторинний тороїдальний вихор, що добре видно на фотографії (рис. 1). Парові каверни усередині вто-

ринного тороїда синфазно сплескуються й генерують пружні хвилі високої інтенсивності. При оптимальній швидкості струменя на виході кільцевого сопла, коли частота пульсацій вихору збігається із власною частотою оболонки, спостерігається максимальний рівень тонального звуку [6].

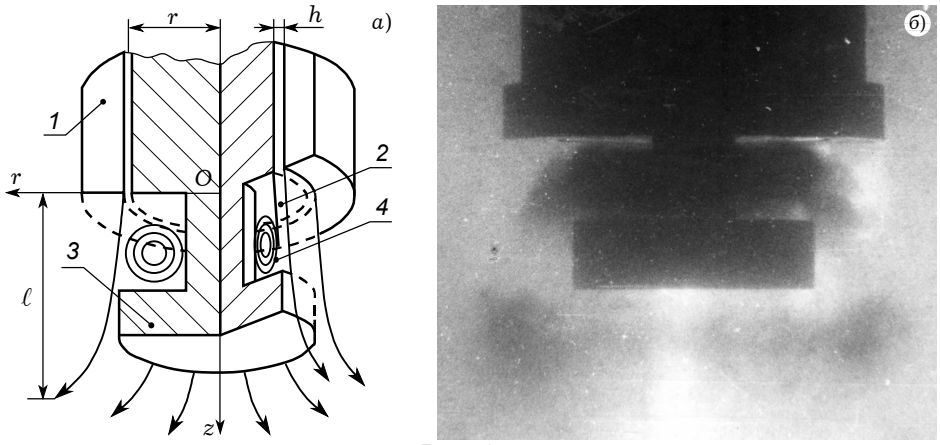

Рис. 1

Якщо довжина струминної оболонки є середньою, тобто виконується умова $\pi r/\ell \sim 1$, то можна знехтувати незначним її розширенням і як модель прямотечійного ГДВ можна розглядати осесиметричну циліндричну оболонку [3]. Скористаємося рівняннями руху оболонки [12]. У випадку циліндричної оболонки параметри Ляме $A = 1, B = r$ (де r – середній радіус еквівалентного циліндра), а радіуси кривин $R_1 \to \infty$, $R_2 = r$. Крім того, при осьовій симетрії жодна з пружних сталих не залежить від кутової координати φ. Оскільки деформується оболонка тільки в напрямку нормалі до її поверхні, то відсутні зусилля зсуву та крутні моменти, а на будь-якому перетині $\varphi = \text{const}$ дорівнюють нулеві згинні моменти й перерізуюча сила. Оскільки осесиметричний струмінь занурений у рідину з тими ж властивостями, то приймаємо, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0$ [10]. Компоненти питомих зовнішніх зусиль у напрямку осі симетрії z, осі φ і нормалі приймають відповідно такі значення:

$$q_z = 0, \qquad q_\varphi = 0, \qquad q_n = Q_0 \cdot e^{i\omega t}, \tag{1}$$

тут t – параметр часу, ω – кутова частота. Припускаємо, що оболонка деформується під дією сил, рівномірно розподілених по її внутрішній поверхні, тому виконує тільки згинні гармонічні коливання. З урахуванням цих припущень після перетворення системи рівнянь руху оболонки [12] залишимо тільки рівняння, у які входить згинний зсув w:

$$w(z,t) = w \cdot e^{i\omega t}.$$

Тоді система рівнянь руху оболонки набуває вигляду

$$\frac{\partial N_z}{\partial z} - \frac{Eh}{r^2} w(z,t) = \rho h \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2} + q_n, \qquad \frac{\partial M_z}{\partial z} - N_z = 0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \Psi_z = 0, \qquad \frac{\partial \Psi_z}{\partial z} - \frac{12}{Eh^3} M_z = 0, \tag{2}$$

де ρ, r, ℓ, h – густина матеріалу, радіус серединної поверхні, довжина й товщина струминної оболонки; E – модуль об'ємної пружності рідини; z – осьова координата; φ – колова координата; n – нормаль до елемента поверхні; Ψ_z – кут між дотичною до окружної осі й нормаллю в точках на поверхні циліндра. На елемент оболонки діють питоме перерізувальне

зусилля N_z і питомий згинний момент M_z. Відсутній крутильний момент і зусилля зсуву, оскільки матеріалом оболонки є рідина. З конструкції цього ГДВ (рис. 1) випливає, що основа оболонки $z = 0$ є жорстко защемлена, основа $z = \ell$ є вільною. На защемленій основі відсутні зсуви, а на вільній дорівнюють нулеві перерізувальні зусилля і згинні моменти:

$$w(0) = w'(0) = 0, \qquad w''(\ell) = w'''(\ell) = 0\,. \tag{3}$$

2. Вимушені коливання осесимметричної струминної оболонки. Врахуємо співвідношення (1) у системі рівнянь (2). Використовуючи підхід, запропонований у роботі [5] стосовно дослідження автоколивань осесиметричного протитечійного ГДВ, цю систему можна звести до одного рівняння:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - k^4 w = -f_0\,, \tag{4}$$

де

$$k = \sqrt[4]{\frac{12(\rho r^2\omega^2 - E)}{Eh^2r^2}}, \qquad f_0 = \frac{12Q_0}{Eh^3}\,, \tag{5}$$

k – характеристичне хвильове число оболонки; Q_0 – амплітуда питомої сили з боку тороїдального вихору, яка рівномірно розподілена по внутрішній поверхні оболонки. Модуль пружності E струминної оболонки можна виразити [1, 4] через адіабатичний модуль об'ємної пружності рідини $K_{\text{ад}}$:

$$E = \frac{K_{\text{ад}}}{3(1-2\nu)} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\chi_i(P^* + \Delta P_{\text{ст}})^i\,, \tag{6}$$

де P^* – межа міцності рідини на розрив; ΔP_{cm} – надлишковий (порівняно з атмосферним) статичний тиск у герметичній ємності; $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \ldots$ – коефіцієнти, які практично не змінюються в широкому діапазоні температур рідини [8, 10], але залежать від об'єму включень (дрібнодисперсні тверді частинки, розчинений газ, зародки кавітаційних пухирців і ін.). Для вистояної протягом трьох тижнів водопровідної води $P^* = 0.51\,\text{МПа}$, $\chi_1 = 7.5$, $\chi_2 = 8\cdot 10^{-6}$, $\chi_3 = 1.2\cdot 10^{-11}$.

Загальний розв'язок неоднорідного рівняння (4) має вигляд [9]

$$w(z) = C_1\,\text{ch}\,(kz) + C_2\,\text{sh}\,(kz) + C_3\cos(kz) + C_4\sin(kz) + \frac{f_0}{k^4}\,. \tag{7}$$

Невідомі коефіцієнти C_1, C_2, C_3 і C_4 знайдемо, підставивши рівність (7) у граничні умови (3). Тоді для функції згинних коливань $w(z)$ одержимо

$$\begin{aligned} w(z) = \frac{f_0}{2k^4\left(1+\cos(k\ell)\,\text{ch}\,(k\ell)\right)}\Big[&\cos(kz) + \cos\left(k(\ell-z)\right)\text{ch}\,(k\ell) + \\ &+ \cos(k\ell)\,\text{ch}\left(k(\ell-z)\right) + \text{ch}\,(kz) - \sin\left(k(\ell-z)\right)\text{sh}\,(k\ell) + \\ &+ \sin(k\ell)\,\text{sh}\left(k(\ell-z)\right)\Big]. \end{aligned} \tag{8}$$

Амплітуда коливань вільного краю оболонки ($z = \ell$) має вигляд

$$w(\ell) = \frac{f_0\left(\cos(k\ell) + \text{ch}\,(k\ell)\right)}{k^4\left(1+\cos(k\ell)\,\text{ch}\,(k\ell)\right)}\,. \tag{9}$$

3. Аналіз розрахункових даних і експериментальних результатів. Функції $w(z)$ і $w(\ell)$ відповідно до виразів (8) і (9) мають розрив при $k = 0$. Як випливає зі співвідношень (5), ця умова повинна відповідати резонанс-

ним коливанням оболонки на власній частоті ω_0 [7]. У цій точці міняється фаза коливань. Оскільки нас цікавить амплітудна спектральна характеристика сигналу, то для розрахунків пропонуємо використовувати модуль функції $w(\ell)$ (9).

Вираз для амплітуди згинних коливань вільного краю струминної оболонки має ряд екстремумів. Аналіз спектрів акустичних полів, що створюються осесиметричними ГДВ прямотечійного типу, виявив великий ступінь їхньої подібності з виглядом функції (9). За допомогою оберненого перетворення Фур'є можна одержати згинну функцію часу, близьку до експериментальної осцилограми сигналу, що генерується реальним випромінювачем. Цей факт додатково підтверджує зроблені раніше [1, 3, 7] висновки про активну роль пружної струминної оболонки в процесі гідродинамічного звукоутворення такими випромінюючими системами.

Було проведено порівняння результатів розрахунків зі спектрограмами й осцилограмами реальних акустичних полів. Як джерело звуку використано гідродинамічний випромінювач, схема якого наведена на рис. 1. При незмінному середньому радіусі струминної оболонки змінювали її довжину шляхом регулювання відстані від східчастої перешкоди до торця кільцевого сопла. Середній радіус $r = 9$ мм, товщина еквівалентної циліндричної оболонки $h = 1$ мм, її довжину ℓ змінювали в межах від 7 мм до 30 мм. Робоча рідина – вистояна протягом трьох тижнів водопровідна вода. Оскільки ГДВ занурений на 0.3 м, то гідростатичний тиск приблизно дорівнює одній атмосфері.

Результати розрахунків за формулою (9) спектрів акустичних полів і відповідних їм сигналів як функцій часу ілюструють графіки на рис. 2–4. На фотографіях зображено результати експериментальних досліджень осцилограм і спектрів акустичних хвиль, які генерує гідродинамічний випромінювач із кільцевим соплом і східчастою перешкодою. При цьому рис. 2–4 відповідають довжини циліндричної оболонки $\ell = 7$ мм, $\ell = 12$ мм і $\ell = 25$ мм.

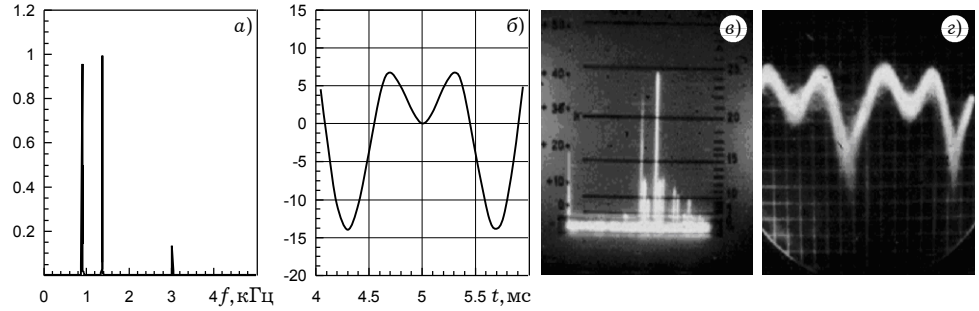

Рис. 2

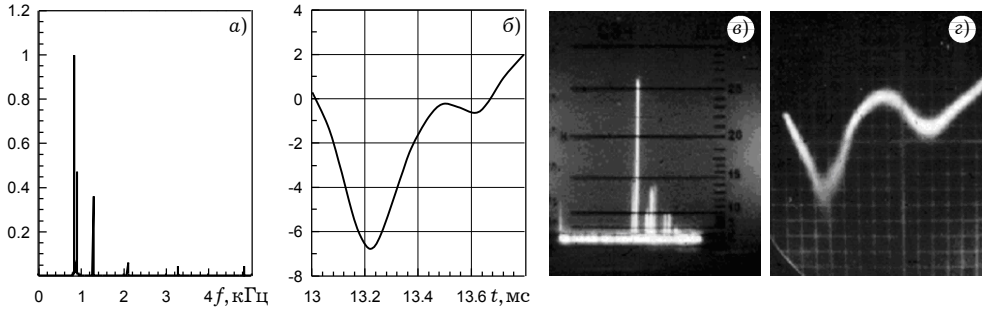

Рис. 3

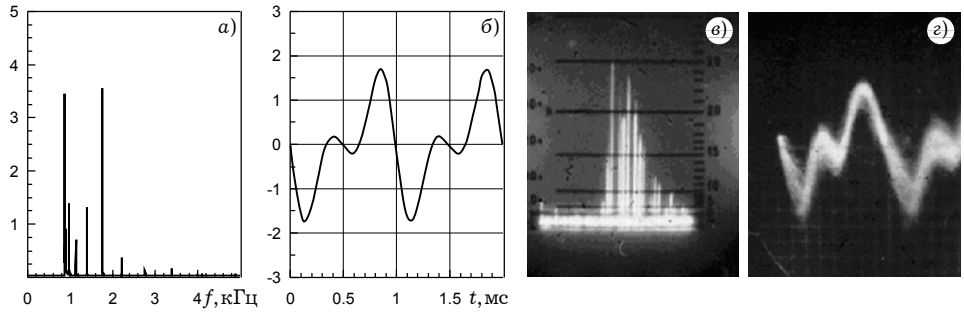

Рис. 4

Висновки. За результатами проведених досліджень можна зробити такі висновки.

- В осесиметричних гідродинамічних випромінювачах пружна затоплена струминна оболонка відіграє активну роль у формуванні акустичних хвиль. Спектр сигналу наближений до амплітудно-частотної характеристики оболонки.
- Зміна геометричного параметра осесиметричної оболонки приводить до істотної зміни спектра й форми звукових імпульсів. При цьому міняється число спектральних ліній, співвідношення між рівнями основної гармоніки й вищих. На практиці зручно формувати необхідне акустичне поле шляхом регулювання довжини зануреної струминної оболонки.
- Отримано добрий збіг теоретичних і експериментальних результатів.
- Розроблена методика дозволяє проводити оцінку акустичного сигналу на стадії розрахунків і проектування осесиметричних гідродинамічних випромінювачів.

1. *Дащенко А. Ф., Дудзинский Ю. М.* Собственные колебания струйной оболочки в условиях гидростатического давления // Прикл. механика. – 2004. – **40**, № 12. – С. 92–98.
2. *Дудзинский Ю. М.* Ближнее поле осесимметричного гидродинамического излучателя // Акуст. вісн. – 2004. – **7**, № 4. – С. 48–51.
3. *Дудзинский Ю. М.* Динамика затопленной осесимметричной кольцевой струи // Доп. НАН України. – 2006. – № 1. – С. 46–51.
4. *Дудзинский Ю. М.* О нелинейном затухании экспоненциальных упругих импульсов // Акуст. вісн. – 2005. – **8**, № 1–2. – С. 51–53.
5. *Дудзинский Ю. М., Попов В. Г.* Вынужденные колебания осесимметричной затопленной струйной оболочки // Прикл. механика. – 2005. – **41**, № 4. – С. 60–65.
6. *Дудзинский Ю. М., Сухарьков О. В.* Энергетика прямоточного гидродинамического излучателя в условиях гидростатического давления // Акус. вісн. – 2004. – **7**, № 1. – С. 44–49.
7. *Дудзінський Ю. М.* Моделі акусто-гідродинамічних сенсорів порога кавітації рідини // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – **48**, № 4. – С. 199–204.
8. *Заремба Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. – Москва: Наука, 1966. – 520 с.
9. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Москва: Наука, 1976. – С. 472–473.
10. *Корнфельд М.* Упругость и прочность жидкостей. – Москва: Гостехтеоретиздат, 1951. – 200 с.
11. *Максимов В. Г., Сухарьков О. В., Сухарьков А. О.* Очистка деталей автомобилей с использованием гидродинамических излучателей // Тр. Одес. политех. ун-та. – 2002. – **1**(17). – С. 65–68.
12. *Огибалов П. М., Колтунов М. А.* Оболочки и пластины. – Москва: Изд-во МГУ, 1969. – 695 с.
13. *Costes S., Tierce P.* Characterization of efficiency of ultrasonic equipment: experimental results of different kinds of transducers // Proc. 3rd Meeting Appl. of Power Ultrasound in Phys. and Chem. Processes. – Paris, 2001. – P. 137–142.

14. *Dezhkunov N. V., Francescutto A., Ciuti P.* Enhancement of the conversion and concentration of energy in a multibubble cavitation zone // 16th Int. Symp. Nonlin. Acoustics (Moscow, Aug. 19–23, 2002). – P. 919–926.
15. *Mettin R., Luther S., Ohl C.-D., Lauterborn W.* Acoustic cavitation structures and simulations by a particle model // Ultrason. Sonochem. – 1999. – **6**. – P. 25–29.
16. *Shimada M., Kobayashi T., Matsumoto Y.* Dynamics of cloud cavitation and cavitation erosion // ASME FEDSM 99-6775: Presented at the ASME/JSME Joint Fluids Eng. Conf., San Francisco, CA, July 18–23, 1999.
17. *Voronin D. V., Sankin G. N., Teslenko V. S., Mettin R., Lauterborn W.* Bimodal bubble cluster as a result of bubble fragmentation in a bipolar acoustic pulse // 16th Int. Symp. Nonlin. Acoustics (Moscow, Aug. 19–23, 2002). – P. 931–934.

СПЕКТР ЗВУКА, ГЕНЕРИРУЕМОГО ЗАТОПЛЕННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУЙНОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Рассмотрена динамика затопленной струйной оболочки как модель прямоточных осесимметричных гидродинамических излучателей акустических волн. Получена формула для расчета спектра генерируемого звука как функции геометрических и гидродинамических параметров кольцевой струи. Это позволяет получить временные функции сигнала. Сопоставлены численные расчеты с результатами экспериментов.

SPECTRUM OF SOUND GENERATED BY THE IMMERSED AXIALLY SYMMETRIC JET SHELL

Dynamics of the immersed jet shell as a model of direct-flow axially symmetric hydrodynamical radiators of acoustic waves is considered. The formula for calculation of the spectrum of generated sound as function of geometric and hydrodynamic parameters of a ring jet is obtained. It allows us to obtain the form of signal as a time function. Numerical calculations are compared with the results of experiments.

[1] Ін-т комп'ют. систем
Одеськ. нац. політехн. ун-ту, Одеса,
[2] Одеськ. нац. акад. зв'язку ім. О. С. Попова, Одеса

Одержано
19.10.06