

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ПРУЖНОМУ КРУГОВОМУ ЦИЛІНДРІ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО СВОЄЇ ОСІ В АКУСТИЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянуто перехідні процеси в пружному круговому циліндрі безмежної довжини, який набирає обертів зі стану спокою до певного значення кутової швидкості, а через деякий час раптово зупиняється. У «крейсерському» режимі кутова швидкість може бути сталою або коливатись на сталій частоті. Вважається, що циліндр оточений ідеальною стисливою рідиною (газом), тому його можна розглядати як випромінювач звукових імпульсів обертового типу (акустичний рототрон). Точний розв'язок задачі одержано з використанням інтегрального перетворення Фур'є за часом. Обчислення інтеграла Фур'є здійснено за допомогою методу Ромберга. Виконано аналіз імпульсних механічних характеристик (радіального переміщення, напружень і густини матеріалу) циліндра, виготовленого з армко-заліза та оточеного водою. Досліджено роль резонансного збудження радіальних осесиметричних коливань циліндра у формуванні структури імпульсів.

1. Вступ. Спектральні характеристики напружено-деформованого стану кругового циліндра нескінченної довжини, що обертається зі змінною кутовою швидкістю навколо своєї осі обертання, вивчалися у роботах [6, 7]. У цій публікації подано алгоритм обчислення і детальний аналіз нестационарних характеристик, які формуються під час набирання циліндром обертів, виходу на «крейсерський» режим і раптовій зупинці. Такі режими роботи різного типу технічних об'єктів (наприклад, роторів електродвигунів чи газових турбін [3, 8–12]) часто зустрічаються на практиці. Пропонуючи в цій статті розглядати обертовий пружний циліндр як акустичний випромінювач (рототрон), акцентуємо основну увагу на його механічні характеристики (особливо при переході через резонанси) як на необхідні складові надійності пристроїв такого типу.

2. Вихідні співвідношення. Загальна постановка задачі та її аналітичний розв'язок детально описані у згаданих вже роботах [6, 7]. Тут подамо лише уточнення, які стосуються перехідних процесів. Отже, розглянемо пружний круговий циліндр безмежної довжини, оточений акустичним середовищем (ідеальна стислива рідина або газ). У момент часу $t = 0$ об'єкт, який до цього часу перебував у стані спокою, починає обертатись навколо своєї осі, набираючи обертів. Кутова швидкість обертання збільшується і виходить з часом або на певне сталие, або на квазістале значення. Для цих двох випадків вивчатимемо далі напружено-деформований стан цього обертового тіла.

Задача розв'язується за допомогою інтегрального перетворення Фур'є за часом, причому обернене інтегральне перетворення одержується за формулою

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} [f^F(\omega) e^{-i\omega t}] d\omega, \quad -\infty < t < \infty, \quad i = \sqrt{-1}, \quad (1)$$

де $f^F(\omega)$ – Фур'є-трансформанта функції $f(t)$; символом «Re» позначено дійсну частину комплексної функції.

Тоді в Фур'є-трансформантах для радіального переміщення і радіальної, кільцевої та осьової компонент тензора напружень відповідно матимемо [6, 7]

$$\begin{aligned} u^F(r, \omega) &= a X_L^2(\omega) U(r, \omega), & 0 \leq r \leq a, \\ \sigma_j^F(r, \omega) &= (\lambda + 2\mu) X_L^2(\omega) \Sigma_j(r, \omega), & j = r, \theta, z, \quad 0 \leq r \leq a, \end{aligned}$$

де

$$U(r, \omega) = A(\omega)J_1(k_L r) - \frac{r}{a} \frac{1}{x_L^2},$$

$$\Sigma_{r,0}(r, \omega) = A(\omega)x_L[(1 - \alpha)J_0(k_L r) \mp \alpha J_2(k_L r)] - 2(1 - \alpha)\frac{1}{x_L^2},$$

$$\Sigma_z(r, \omega) = A(\omega)x_L(1 - 2\alpha)J_0(k_L r) - \frac{2}{x_L^2}.$$

Тут $J_n(z)$ – функції Бесселя n -го порядку, $n = 0, 1, 2$; r – радіальна координата циліндричної системи координат (r, θ, z) з початком відліку, розміщеному на осі симетрії циліндра; a – радіус циліндра; $k_L = \omega/c_L$ – хвильове число в пружному тілі; ω – параметр інтегрального перетворення (циклічна частота); $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_s^0}$ – швидкість хвиль розтягу-стиску в матеріалі циліндра; λ, μ – сталі Ляме, а ρ_s^0 – густина матеріалу циліндра в рівноважному стані; $\alpha = \mu/(\lambda + 2\mu)$; $x_L = k_L a$ – хвильовий радіус циліндра; $X_L(\omega) = K_L(\omega)a$; $K_L(\omega)$ – «зведене хвильове число» кутової швидкості, яке визначається через перетворення Фур'є від квадрата кутової швидкості $\Omega(t)$ обертання циліндра:

$$K_L^2(\omega) = \frac{1}{c_L^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2(t) e^{i\omega t} dt.$$

Функція $A(\omega)$ визначається з граничних умов гідропружного контакту циліндра з акустичним середовищем і має вигляд

$$A(\omega) = \frac{\Delta_A}{x_L^2 \Delta},$$

де

$$\Delta_A = 2(1 - \alpha) + \varphi(\omega), \quad \Delta = \Delta_A J_1(x_L) - x_L J_2(x_L), \quad \varphi(\omega) = -x_L \frac{x}{x_s} \frac{H_0^{(1)}(x)}{H_1^{(1)}(x)},$$

причому $H_n^{(1)}(x)$ – функції Ганкеля першого роду n -го порядку, $n = 0, 1$; $x = \rho c$ і $x_s = \rho_s^0 c_L$ – хвильові опори в акустичному середовищі та пружному матеріалі відповідно; c і ρ – швидкість звуку й густина акустичного середовища; $x = ka$; $k = \omega/c$ – хвильове число в акустичному середовищі.

Зміну кутової швидкості в часі t , $-\infty < t < \infty$, змодельємо виразом

$$\Omega(t) = \Omega_0 [1 + \varepsilon_0 \sin(\omega_0 t)] \sqrt{1 - \exp(-\alpha_0 t)} [H(t) - H(t - t_0)], \quad (2)$$

де Ω_0 – кутова швидкість в «крейсерському» режимі обертання циліндра; ε_0 і ω_0 – відносна амплітуда та кругова частота коливань кутової швидкості; α_0 – додатний параметр, що характеризує перехідний процес виходу обертів циліндра на сталі чи квазісталі значення; $H(t)$ – функція Гевісайда; t_0 – час тривалості імпульсу відцентрової сили.

У частковому випадку $\varepsilon_0 = 0$ (або $\omega_0 = 0$) маємо кутову швидкість, що виходить з часом на сталі значення [13, 14]; якщо ж $\varepsilon_0 \neq 0$ ($|\varepsilon_0| < 1$), то одержуємо кутову швидкість, що з часом виходить на квазімонохроматичне коливання з круговою частотою ω_0 [15].

Інтегральне перетворення Фур'є від квадрата кутової швидкості (2) дозволяє одержати «зведене хвильове число» $K_L(\omega)$, а звідси й функцію

$$X_{L0}^2(\omega) = X_{L0}^2 g(\omega), \quad (3)$$

де

$$g(\omega) = (1 + 0.5 \varepsilon_0^2) g_0(\omega) + 2\varepsilon_0 g_1(\omega) + 0.5 \varepsilon_0^2 g_2(\omega), \quad (4)$$

причому

$$\begin{aligned} X_{L0} &= K_{L0} a, & K_{L0} &= \Omega_0 / c_L, & g_0(\omega) &= p(\omega) - p(\omega + i\alpha_0), \\ g_1(\omega) &= -0.5 [g_0(\omega + \omega_0) - g_0(\omega - \omega_0)], \\ g_2(\omega) &= -0.5 [g_0(\omega + 2\omega_0) - g_0(\omega - 2\omega_0)], \\ p(w) &= \frac{\exp(iwt_0) - 1}{iw}, & w &= x + iy. \end{aligned} \quad (5)$$

Тоді обернене перетворення Фур'є (імпульс) будь-якої механічної характеристики циліндра згідно з формулою (1) одержуємо у вигляді

$$S(r, t) = \frac{1}{\pi} X_{L0}^2 \int_0^\infty \frac{1}{x_L^2} \operatorname{Re} [G^F(r, \omega) g(\omega) e^{-i\omega t}] d\omega,$$

де $G^F(r, \omega)$ – одна з функцій $U(r, \omega)$ або $\Sigma_j(r, \omega)$, $j = r, \theta, z$.

При наближеному обчисленні інтеграла Фур'є шляхом заміни напівнескінченного проміжку інтегрування скінченим виникають труднощі з обчисленнями для $\omega \approx 0$. Внаслідок невизначеності типу «нуль поділити на нуль» підінтегральна функція має великі значення, навіть якщо обчислення виконувати з подвійною точністю. Тим часом, як показано в роботі [6], функції $U(r, \omega)$, $\Sigma_j(r, \omega)$, $j = r, \theta, z$, при $\omega \rightarrow 0$ прямують до виразів, що відповідають розв'язкам Лява [4] при сталій кутовій швидкості обертання циліндра:

$$\begin{aligned} U_0(r) &= \frac{1}{8} \left[\frac{2 - \alpha}{1 - \alpha} \frac{r}{a} - \left(\frac{r}{a} \right)^3 \right], & \Sigma_{r0}(r) &= \frac{2 - \alpha}{4} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right], \\ \Sigma_{\theta 0}(r) &= \frac{1}{4} \left[2 - \alpha - (2 - 3\alpha) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right], & \Sigma_{z0} &= \frac{1 - 2\alpha}{4} \left[\frac{2 - \alpha}{1 - \alpha} - 2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Для регуляризації наближених обчислень інтегралів Фур'є, починаючи з $\omega = 0$, запишемо функції $U(r, \omega)$, $\Sigma_j(r, \omega)$, $j = r, \theta, z$ у вигляді сум*:

$$\begin{aligned} U(r, \omega) &= U_0(r) + U_1(r, \omega), \\ \Sigma_j(r, \omega) &= \Sigma_{j0}(r) + \Sigma_{j1}(r, \omega), \quad j = r, \theta, z, \end{aligned} \quad (7)$$

де

$$U_1(r, \omega) = \left\{ \Delta_A J_1(k_L r) - \left[\frac{r}{a} + x_L^2 U_1(r) \right] \Delta \right\} / (x_L^2 \Delta), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{r, \theta 1}(r, \omega) &= \left\{ x_L \Delta_A \left[(1 - \alpha) J_0(k_L r) \mp \alpha J_2(k_L r) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left[2(1 - \alpha) + x_L^2 \Sigma_{r, \theta 0}(r) \right] \Delta \right\} / (x_L^2 \Delta), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Sigma_{z1}(r, \omega) = (1 - 2\alpha) \left\{ x_L \Delta_A J_0(k_L r) - \left[2 + x_L^2 \Sigma_{z0}(r) \right] \Delta \right\} / (x_L^2 \Delta). \quad (10)$$

У формулі (9) знак «-» відповідає індексу «r», а знак «+» – індексу «θ».

Важливою характеристикою хвильового процесу в пружному циліндрі є також змінна густина матеріалу $\rho_s(r, t)$, яка пов'язана з вектором швидкості частинок матеріалу $\mathbf{v}(r, t)$ за допомогою лінеаризованого рівняння балансу маси [2]

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \rho_s^0 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \rho_s^0 = \rho_s|_{t=0}.$$

Тоді в умовах розглядуваної задачі Фур'є-перетворення для функції $[\rho_s(r, t) - \rho_s^0] / \rho_s^0$ матиме вигляд

* Строго кажучи, регуляризацію потрібно виконувати з використанням асимптотичних розкладів підінтегральної функції при малих ω .

$$\frac{1}{\rho_s^0} \rho_s^F(r, \omega) = X_L^2(\omega) R_s(r, \omega),$$

де

$$R_s(r, \omega) = R_{S0}(r) + R_{s1}(r, \omega), \quad (11)$$

причому $R_{S0}(r) = -\frac{1}{8} \left[\frac{2-\alpha}{1-\alpha} - 3 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$ – відносна густина матеріалу, що від-

повідає випадку $\Omega(t) = \Omega_0$, тобто, коли

$$\rho_s(r) = \rho_s^0 \left[1 + X_{L0}^2 R_{s0}(r) \right].$$

Другий доданок у правій частині формули (11) є регуляризованою частиною спектральної функції для густини $\rho_s(r, t)$:

$$R_{s1}(r, \omega) = \left\{ -x_L \Delta_A J_1'(k_L r) + \left[1 - x_L^2 R_{s0}(r) \right] \Delta \right\} / (x_L^2 \Delta).$$

Тут штрихом позначено похідну від функції Бесселя.

3. Числовий алгоритм розв'язування задачі та аналіз результатів.

Обернене інтегральне перетворення Фур'є від знайдених трансформант виконуємо за допомогою числового методу. При цьому верхня нескінченна межа інтегрування замінюється скінченим значенням, яке визначається шляхом числового експерименту з міркувань достатньої точності обчислень. Нижня межа, що дорівнює нулеві, залишається незмінною, оскільки вкладом від її значення є розв'язки задачі при сталому значенні кутової швидкості обертання циліндра. Згідно з методикою, поданою в роботі [1], для обчислення інтеграла Фур'є спочатку по всіх вузлах наближеного інтегрування будуються масиви дійсної і уявної частини спектральних густин імпульсу відцентрової сили і досліджуваних характеристик (переміщення, напружень і густини матеріалу). При цьому функції Бесселя і Неймана (що входять до функції Ганкеля) та їхні похідні першого порядку обчислюються з подвійною точністю за допомогою підпрограми `mju_01_b_for` (JY01B) (алгоритмічна мова FORTRAN-77), опублікованої в Інтернеті [16]. Безпосередньо обчислення інтеграла Фур'є виконується за допомогою одного з варіантів методу Ромберга [17], адаптованого в цій роботі до випадку, коли підінтегральна функція задана у вигляді масиву значень. Обчислення цього масиву та імпульсної характеристики виконуються в межах однієї програми.

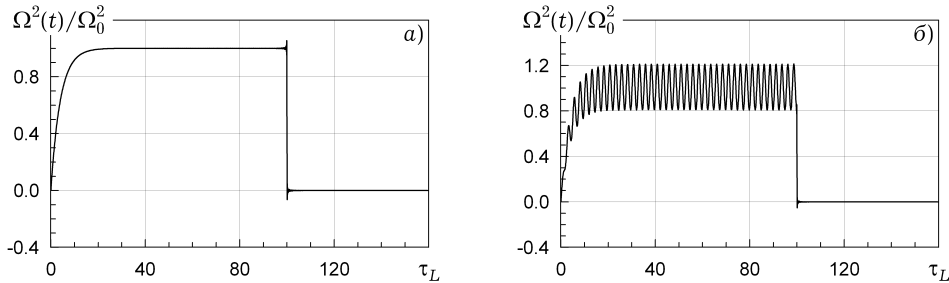


Рис. 1

На рис. 1 подано зображення форм імпульсів відцентрової сили (квадрата відносної кутової швидкості $\Omega^2(t)/\Omega_0^2$), одержаних з використанням методу Ромберга для обчислення інтеграла Фур'є зі спектральною густиною $g(\omega)$ (4), (5). Рис. 1а ілюструє перехід кутової швидкості на стаłe значення, а рис. 1б – перехід на квазімонохроматичний режим коливань з безрозмірною частотою $x_{L0} = 2.5$ навколо сталого значення з відносною амплітудою коливань $\varepsilon_0 = 0.1$. Тут частота коливань, час і коефіцієнт загасання імпульсу вважаються безрозмірними величинами, віднесеними до радіуса цилінд-

ра a та швидкості поширення поздовжньої хвилі c_L : $x_{L0} = k_{L0}a$, $k_{L0} = \omega_0/c_L$, $\tau_L = c_L t/a$ і $\lambda_{L0} = a\alpha_0/c_L$. У цих випадках і майже скрізь при подальших обчисленнях безрозмірні тривалість імпульсу $\tau_{L0} = c_L t_0/a$ і коефіцієнт загасання мають відповідно значення $\tau_{L0} = 100$ і $\lambda_{L0} = 1$. Обчислення виконано з верхньою безрозмірною межею інтегрування $x_L^* = 200$. Скінченність верхньої межі інтегрування при наближеному обчисленні інтеграла Фур'є спричинює явище Гіббса [18], наслідки якого слабо помітні в місцях початку і закінчення сигналів.

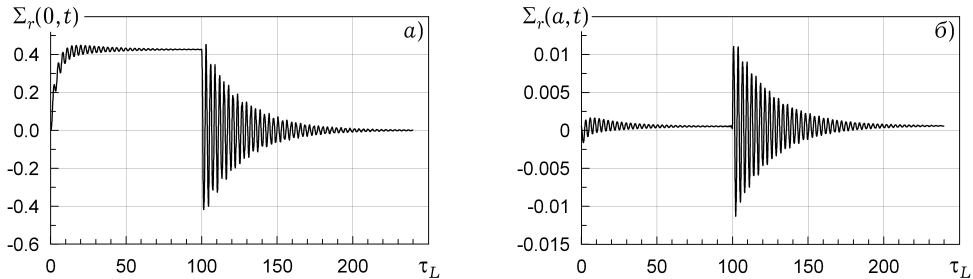


Рис. 2

На рис. 2 наведено імпульси радіального напруження $\sigma_r(r,t)$, віднесені до $(\lambda + 2\mu)X_{L0}^2$, обчислені відповідно на осі циліндра (рис. 2а, тут радіальні й кільцеві напруження однакові) і на його поверхні (рис. 2б). Циліндр, виготовлений з армко-заліза [5], обертається у воді (рівноважні сталі середовищ подані в [2, 6]). Параметри збурюючої сили відповідають випадкові, показаному на рис. 1а. Як видно, імпульс складається з двох частин: першої – у межах часу генерування відцентрової сили, і другої – після закінчення її дії. Форма першої частини імпульсу чутлива до радіальної координати, точніше – до вкладу напруження, що виникає при сталій кутовій швидкості обертання циліндра. Останнє, як впливає з формули (6), є максимальним на осі циліндра і зовсім відсутнє на його поверхні. З рис. 1а і 2а видно, що протягом періоду дії відцентрової сили середня амплітуда радіального напруження на осі циліндра повністю відтворює характер вхідного імпульсу. Але при цьому в напруженні виникають слабкі коливання, що, загасаючи з часом, скупчуються навколо статичного значення напруження. Друга частина імпульсу, характерна своїм значним декрементом загасання, теж суттєво залежить від радіальної координати, тобто від статичного розв'язку. Вона відображає інерційні властивості обертового об'єкта, оскільки формується за рахунок осесиметричних збіжних і розбіжних циліндричних хвиль розтягу-стиску, амплітуди яких зменшуються зі збільшенням часу пробігу цих хвиль.

На рис. 3 показано серію імпульсів радіального напруження на осі обертового об'єкта. При їх обчисленні змінювалась несуча частота коливань кутової швидкості, а відносна амплітуда мала значення $\varepsilon_0 = 0.3$. Для відтворення оригіналу інтегрального перетворення Фур'є достатньо було вибрати для верхньої межі інтегрування значення $x_L^* = 50$. Графіки демонструють ефект переходу обертового циліндра через резонанс на частоті основного тону $x_{L,1} = 2.112$. Цей перехід відбувається двічі – при $x_{L0} = x_{L,1}$ і $x_{L0} = 0.5x_{L,1}$, оскільки вхідний квазімонохроматичний імпульс формується на двох гармоніках з частотами ω_0 і $2\omega_0$. З одержаних розрахунків чітко проглядається походження другої частини сигналу, що має характер післядії. Цей «хвостовий» імпульс є наслідком збудження в циліндрі власних

коливань на безрозмірній частоті $x_{L0} = x_{L,1}$ основного тону. Формування ж першої частини сигналу цілком визначається спектром імпульсу відцентрової сили.

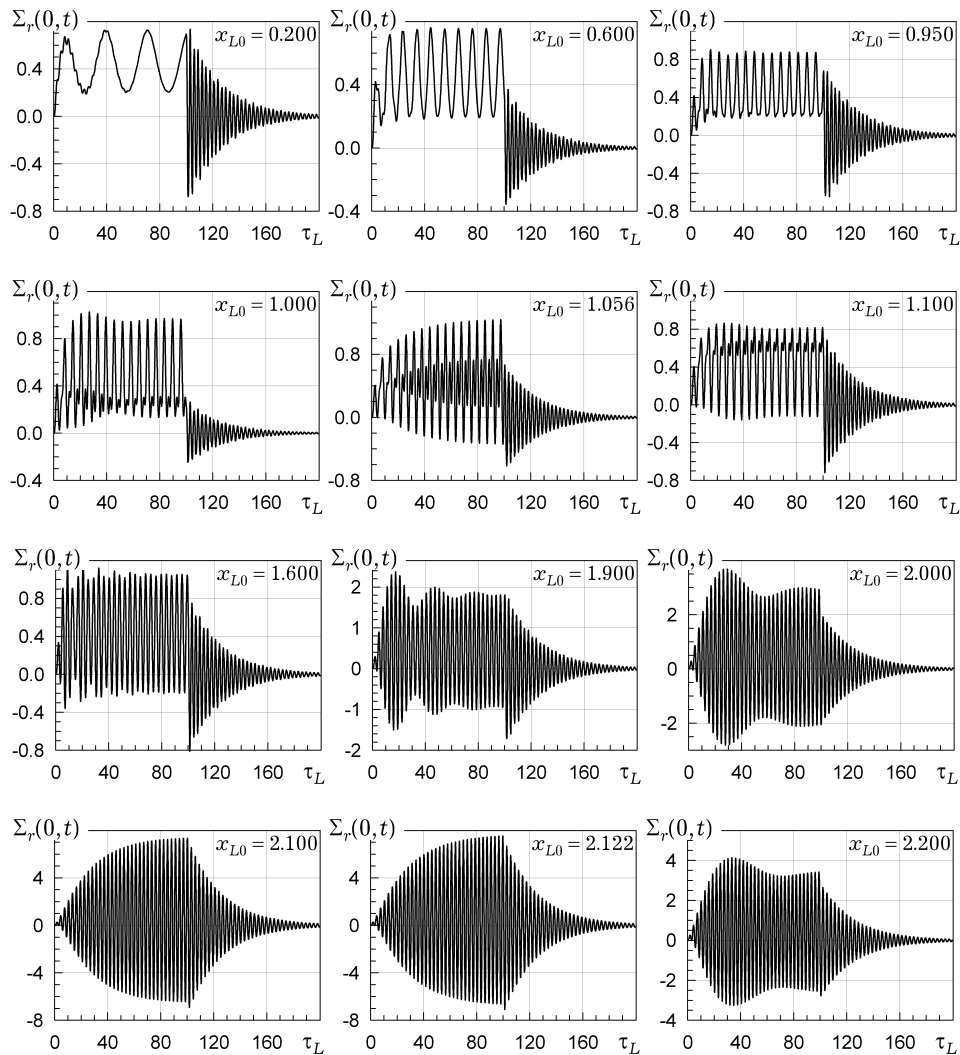


Рис. 3

Видно також, що структура імпульсів подібна до показаних на рис. 2, але тепер перша їхня частина заповнена цугами, що відповідають хвильовому збуренню циліндра осцилюючою відцентровою силою. Збіжні та розбіжні цуги в суперпозиції утворюють амплітудно-модульовану структуру цієї першої частини імпульсу, що свідчить про хвильову різнофазність у точках визначення напруження. Проте на початку сигналу теж можна зауважити вплив, хоча й незначний, власних коливань циліндра. Причиною цього впливу є той самий різкий перехідний процес набирання обертів, який спостерігається наприкінці дії збурюючої сили, коли спад обертів відбувається стрибкоподібно. Числові експерименти показують, що цей перехідний процес тим помітніший, чим більший коефіцієнт λ_{L0} (α_0), що характеризує швидкість виходу імпульсу відцентрової сили на стаціонарний режим. З наближенням несучої частоти до її резонансного значення у циліндрі формується синфазний імпульс напруження. Максимальна величина знакозмінної амплітуди цього сигналу відносно статичного рівня прямує

при збільшенні часу дії відцентрової сили до квазістаціонарного значення, що відповідає висоті спектральної лінії, домноженій на амплітуду збурюючої сили.

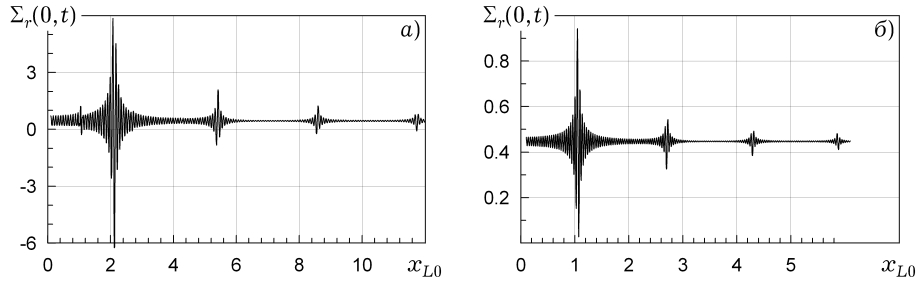


Рис. 4

Рис. 4 детально ілюструє миттєву зміну амплітуди й фази радіального напруження на осі циліндра при переході несучої частоти збурюючої сили через декілька перших обертонів власних коливань об'єкта. Обчислення виконані для моменту часу $\tau_L = 80$ при відносній амплітуді осциляцій кутової швидкості $\varepsilon_0 = 0.3$. Зміна фази особливо помітна поблизу резонансу основного тону (рис. 4а). Резонанси на частотах, вдвічі менших від частот щойно ілюстрованих резонансів, малопомітні внаслідок значної різниці у рівнях амплітуд (у $0.5\varepsilon_0$ разів). Виокремлення резонансів на другій гармоніці здійснюється вилученням складової відцентрової сили з частотою ω_{L0} (рис. 4б). З порівняння цих двох рисунків видно, що якісні структури переходу через резонанси двох типів гармонік подібні між собою.

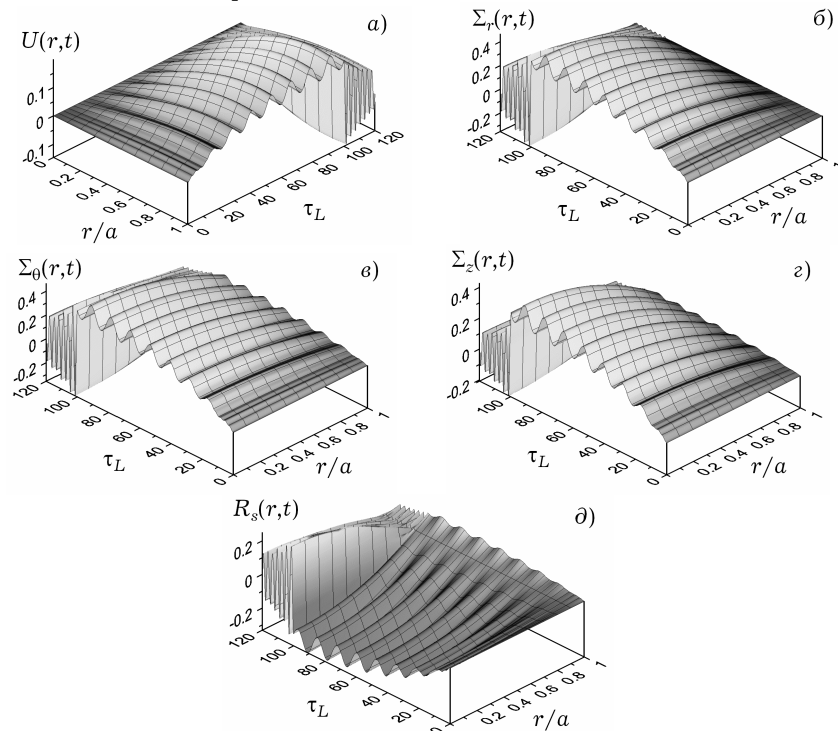


Рис. 5

На рис. 5 зображено перехідний процес просторово-часового розподілу відповідно радіального переміщення $U(r,t) = u(r,t)/(aX_{L0}^2)$, напружень $\Sigma_j(r,t) = \sigma_j(r,t)/[(\lambda + 2\mu)X_{L0}^2]$ (радіальних: $j = r$, кільцевих: $j = \theta$, осевих:

$j = z$) і густини матеріалу $R_s(r, t) = [\rho_s(r, t) - \rho_s^0] / (\rho_s^0 X_{L0}^2)$ при збудженні циліндра імпульсом з безрозмірною несучою частотою $x_{L0} = 0.5$ і відносною амплітудою коливань кутової швидкості обертання циліндра $\varepsilon_0 = 0.1$ для безрозмірного часу виходу обертів на квазістаціонарний режим $\lambda_{L0}^{-1} = 100$ (тривалість імпульсу незмінна, $\tau_{L0} = 100$). Відтворюючи в загальних рисах розподіл спектральних амплітуд уздовж радіуса циліндра, графіки ілюструють кількісні та якісні особливості цього перехідного процесу на початку і в кінці дії відцентрової сили.

3. Висновки. Збудження хвильових імпульсів в циліндричному випромінювачі обертового типу (акустичному рототроні) відбувається двічі – на початку набирання циліндром обертів і після припинення обертання. Перше з цих збуджень має активний характер, бо підтримується відцентровою силою. Відповідна частина сигналу повторює за формою імпульс кутової швидкості обертання циліндра. Друге збудження має пасивний, інерційний характер. Форма другої частини сигналу інваріантна щодо вхідного сигналу. Аналіз кожного з цих сигналів показує, що після різкого припинення обертів циліндра у ньому відбуваються значні знакозмінні осциляції (на власній частоті основного тону) напружень, переміщень, а також густини матеріалу, навіть якщо оберти з часом виходять на сталі значення. При амплітудній модуляції кутової швидкості осциляції характеристик напружено-деформованого стану відбуваються протягом усього часу динамічного стану циліндра. Амплітудні коливання цих характеристик в період дії відцентрової сили цілком визначаються спектральними властивостями пружного циліндра. Тобто при нерезонансному збудженні амплітуди коливань незначно відхиляються від статичних значень відповідних характеристик напружено-деформованого стану обертового тіла. Якщо ж несучі частоти відцентрової сили співпадають з власними частотами осесиметричних радіальних коливань циліндра, амплітуди стають значними внаслідок співпадіння фаз перевідбитих циліндричних хвиль. Особливо помітні ці амплітуди при збудженні резонансів основного тону. Тоді напруження, максимальні за абсолютною величиною на осі циліндра, можуть досягати граничних для даного матеріалу значень. Так, для випадку циліндра, виготовленого з армко-заліза, що обертається у воді, амплітуда радіального напруження на осі об'єкта при коливанні на резонансній частоті основного тону у 20 разів перевищує відповідну амплітуду при сталій кутовій швидкості обертання. Важливо також мати на увазі, що цьому резонансному явищу передую подібне, але менш інтенсивне збудження на частоті, вдвічі меншій від попередньої. Щодо початкової амплітуди «інерційного» швидко загасаючого «хвоста» імпульсу, то вона суттєво визначається амплітудою «активної» частини імпульсу. Тобто після різкого спаду обертів циліндра при попередніх коливаннях на резонансі ця амплітуда спочатку теж є досить значною.

1. Векслер Н. Д. Рассеяние импульсов на упругих цилиндрах. – Таллин: Валгус, 1980. – 180 с.
2. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику: Звуковые и ультразвуковые волны большой интенсивности. – Москва: Наука, 1966. – 519 с.
3. Карнюшин Л. В. О наиболее выгодном законе движения электропривода при работе в режиме пусков и торможения // Науч. зап. Львов. политехн. ин-та. Сер. электротехн. – 1956. – Вып. 40, № 9. – С. 211–212.
4. Ляв А. Математическая теория упругости. – Москва–Ленинград: ОНТИ, 1935. – 674 с.
5. Месъкин В. С. Основы легирования стали. – Москва: Металлургия, 1964. – 684 с.
6. Піддубняк О. П. Випромінювання звуку пружним круговим циліндром, що обертається навколо своєї осі зі змінною кутовою швидкістю // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – 46, № 3. – С. 106–115.

7. Піддубняк О. П., Піддубняк Н. Г. Аналіз пружно-деформованого стану кругового циліндра, що обертається з несталою кутовою швидкістю в акустичному середовищі // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2006. – **49**, № 1. – С. 198–207.
8. Резин М. Г. Эффект реакции ротора и механические характеристики с дуговым статором // *Электричество.* – 1950. – № 2. – С. 51–52.
9. Розенман Е. А. О переходных процессах при автоматическом пуске синхронных двигателей // *Вестн. электропром-сти.* – 1948. – № 2. – С. 1–6.
10. Сигов Б. О. Порівняльне дослідження імпульсних двигунів і методика перерахунку їх параметрів // *Автоматика.* – 1957. – № 4. – С. 86–105.
11. Шаповаленко А. Г., Лауэр В. В., Красовский Е. П. О возможности импульсного регулирования скорости асинхронного двигателя, питающегося от автономного генератора соизмеримой мощности // *Изв. Киев. политехн. ин-та.* – 1957. – **26**. – С. 293–296.
12. Швец І. Т. Газові турбіни. – Київ: Держтехвидав УРСР, 1955. – 72 с.
13. Amada Shigeyasu. Dynamic stress analysis of a solid rotating disc // *Bull. Jap. Soc. Mech. Eng.* – 1984. – **27**, No. 230. – P. 1579–1584.
14. Amada Shigeyasu. Dynamic stress analysis of a solid rotating hollow discs // *Trans. Jap. Soc. Mech. Eng.* – 1985. – **A51**, No. 469. – P. 2103–2110 (In Japanese).
15. Amada Shigeyasu. Dynamic stress analysis of a solid disc subjected to cyclic rotations // *Trans. Jap. Soc. Mech. Eng.* – 1986. – **A52**, No. 473. – P. 188–193; Discuss.: P. 193–194 (In Japanese).
16. <http://jin.ece.uinc.edu/routines/routines.html>
17. http://perso.orange.fr/jean-pierre.moreau/Fortran/tromberg_f90.txt
18. Jeffreys H., Swirles (Jeffreys) B. *Methods of mathematical physics.* – New York: Cambridge Univ. Press, 1999. – 718 p.

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УПРУГОМ КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ, ВРАЩАЮЩЕМСЯ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Рассмотрены переходные процессы в упругом круговом цилиндре бесконечной длины, набирающем обороты из состояния покоя до некоторого значения угловой скорости и через некоторое время внезапно останавливаемомся. В «крейсерском» режиме угловая скорость может быть постоянной либо колебаться с постоянной частотой. Предполагается, что цилиндр окружен идеальной сжимаемой жидкостью (газом), поэтому его можно рассматривать как излучатель звуковых импульсов вращательного типа (акустический рототрон). Точное решение задачи получено с использованием интегрального преобразования Фурье по времени. Вычисления интеграла Фурье осуществлены с помощью метода Ромберга. Выполнен анализ импульсных механических характеристик (радиального перемещения, напряжений и плотности материала) цилиндра, изготовленного из армко-железа и находящегося в воде. Исследована роль резонансного возбуждения радиальных осесимметричных колебаний цилиндра при формировании структуры импульсов.

TRANSIENT PROCESSES IN ELASTIC CIRCULAR CYLINDER ROTATING ABOUT ITS AXIS IN ACOUSTIC MEDIUM

In this paper the transient processes in an elastic circular cylinder of infinite length gaining revolutions from the rest state to some value of angular velocity and after a short time stopping are considered. In 'cruised' regime the angular velocity can be constant or it oscillates with constant frequency. It is assumed that the cylinder is surrounded by ideal compressible liquid (gas), therefore it may be considered as the rotator type radiator of the sound pulses (acoustic rototron). The exact solution to this problem is obtained using the integral Fourier time transform. Calculation of the Fourier integral is carried out with the help of the Romberg's method. The pulse mechanical characteristics (the radial displacement, stresses and material density) of the cylinder, made of armko-iron and being in water, is analyzed. The role of resonance excitation of the radial axisymmetric vibrations of the cylinder during structural formation of pulses is investigated.

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,
Політехніка Лодзька, Лодзь, Польща

Одержано
20.06.06