

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІВПРОСТОРУ, ЗУМОВЛЕНІЙ ДІЄЮ НА ЙОГО ПОВЕРХНІ РУХОМОГО МЕХАНІЧНОГО ТА ТЕПЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Наведено розв'язки просторових задач теорії пружності, квазістационарної теплопровідності та статичної термопружності для півпростору, на поверхню якого діє локально розподілене рухоме механічне та теплове навантаження. Чисельний аналіз проведено для герцівського розподілу тиску та пропорційної йому інтенсивності теплового потоку в області еліптичної форми.

1. Вступ. Розв'язки двовимірних квазістационарних задач теплопровідності та відповідних квазістатичних задач термопружності для півпростору отримано у працях [5, 10, 14, 15]. Температура і термонапруженій стан у півпросторі, зумовлені рухомим, розподіленим у круговій області на поверхні, механічним і тепловим навантаженням досліджувалися у працях [6, 13, 17], де отримано розв'язки просторових задач теплопровідності та термопружності за умови, що розподіл інтенсивності теплового потоку в рухомій області рівномірний. Побудову розв'язків цих же задач для довільного просторового розподілу механічного та теплового навантаження розпочато нами в працях [8, 9] та завершено в цьому повідомленні.

2. Постановка задач. Нехай в області Ω на поверхні півпростору прикладено рухоме механічне та теплове навантаження. Віднесемо півпростір до глобальної системи декартових координат $O'x'y'z'$ (рис. 1) так, щоб навантажена область рухалась зі сталою швидкістю V у від'ємному напрямку осі Ox' . Знайдемо розподіли температури та напружень у півпросторі в рухомій системі прямоокутних координат $Oxyz$ ($x = x' + Vt$, $y = y'$, $z = z'$) із початком в геометричному центрі області Ω . У цій системі координат зовнішнє навантаження, температурне поле та напружене-деформований стан півпростору не змінюються із часом.

Спочатку розглянемо випадок дії лише механічного навантаження на поверхні півпростору в області Ω . За умови, що швидкість зміни зовнішніх напружень є малою порівняно зі швидкістю хвилі Релея, знайдемо напружене-деформований стан півпростору з розв'язку граничної задачі теорії пружності в рухомій системі координат $Oxyz$ [7]:

$$\mu \Delta \mathbf{U}^e + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{U}^e = \rho_0 V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^e}{\partial x^2}, \quad -\infty < x, y < \infty, \quad z > 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{zz}^e(x, y, 0) = \begin{cases} -p(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{zx}^e(x, y, 0) = \begin{cases} -fp(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega, \end{cases} \quad (3)$$

$$\sigma_{zy}^e(x, y, 0) = 0, \quad -\infty < x, y < \infty, \quad (4)$$

$$\mathbf{U}^e \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad (5)$$

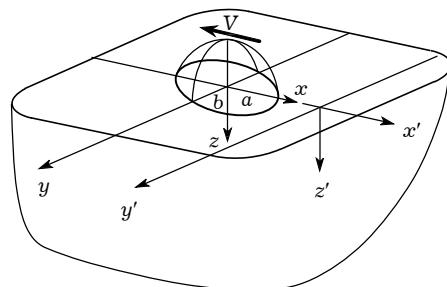


Рис. 1

де $\mathbf{U}^e(u_x^e, u_y^e, u_z^e)$ – вектор переміщень; $\boldsymbol{\sigma}^e(\sigma_{xx}^e, \sigma_{yy}^e, \sigma_{zz}^e, \sigma_{xy}^e, \sigma_{xz}^e, \sigma_{zy}^e)$ – тензор напружень; $p(x, y)$ – заданий тиск; λ, μ – коефіцієнти Ляме; f – коефіцієнт тертя; ρ_0 – густина матеріалу півпростору; Δ – оператор Лапласа.

Функцію, що задає розподіл нормальних напружень (тиску) у граничній умові (2), подамо у вигляді

$$p(x, y) = p_0 p^*(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (6)$$

де p_0 – характерне значення тиску, а $p^*(x, y)$ – безрозмірна функція координат.

Приймаємо, що теплове навантаження півпростору здійснюється шляхом нагрівання його поверхні в області Ω фрикційним тепловим потоком [1]:

$$q(x, y) = \begin{cases} f V p(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega. \end{cases} \quad (7)$$

Вважаючи, що час руху нагрітої ділянки є достатнім для досягнення температурою у півпросторі усталеного стану, розглянемо квазістанціонарну задачу тепlopровідності

$$\Delta T(x, y, z) = \frac{V}{k} \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x}, \quad -\infty < x, y < \infty, \quad z > 0, \quad (8)$$

$$-K \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = q(x, y), \quad -\infty < x, y < \infty, \quad (9)$$

$$T(x, y, z) \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad (10)$$

де T – температура; $q(x, y)$ – інтенсивність теплового потоку (7); K, k – коефіцієнти тепло- і температуропровідності відповідно.

За відомим (із розв'язку задачі тепlopровідності (8)–(10)) температурним полем $T(x, y, z)$ відповідні термічні напруження визначаємо з розв'язку граничної задачі термопружності [4]:

$$\mu \Delta \mathbf{U}^{\text{th}} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{U}^{\text{th}} = \rho_0 V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^{\text{th}}}{\partial x^2} + \gamma \operatorname{grad} T, \\ -\infty < x, y < \infty, \quad z > 0, \quad (11)$$

$$\sigma_{zz}^{\text{th}}(x, y, 0) = 0, \quad \sigma_{zx}^{\text{th}}(x, y, 0) = 0, \quad \sigma_{zy}^{\text{th}}(x, y, 0) = 0, \quad -\infty < x, y < \infty, \quad (12)$$

$$\mathbf{U}^{\text{th}} \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad (13)$$

де $\mathbf{U}^{\text{th}}(u_x^{\text{th}}, u_y^{\text{th}}, u_z^{\text{th}})$ – вектор температурних переміщень;

$\boldsymbol{\sigma}^{\text{th}}(\sigma_{xx}^{\text{th}}, \sigma_{xy}^{\text{th}}, \sigma_{yy}^{\text{th}}, \sigma_{zz}^{\text{th}}, \sigma_{zx}^{\text{th}}, \sigma_{zy}^{\text{th}})$ – тензор термічних напружень;

$\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$; α_t – коефіцієнт лінійного теплового розширення.

Внаслідок лінійності вищезгаданих задач переміщення та напруження у півпросторі від дії механічного та теплового навантаження подамо у вигляді суми:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^e + \mathbf{U}^{\text{th}}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^e + \boldsymbol{\sigma}^{\text{th}}, \quad (14)$$

де \mathbf{U}^e , $\boldsymbol{\sigma}^e$ знаходимо із розв'язку граничної задачі теорії пружності (1)–(5), а \mathbf{U}^{th} , $\boldsymbol{\sigma}^{\text{th}}$ – із задачі термопружності (11)–(13). Зазначимо, що суперпозиція (14) при малих (≈ 0.1) значеннях коефіцієнта тертя f є наближенням

розв'язком контактної задачі про рівномірне ковзання у від'ємному напрямі осі Ox' по поверхні пружного теплопровідного півпростору параболічного теплоізольованого штампа із урахуванням фрикційного теплоутворення в області контакту Ω [3].

3. Розв'язок задачі. Шляхом застосування до граничних задач (1)–(13) подвійного інтегрального перетворення Фур'є за змінними x та y компоненти тензора напружень (14) знайдено у вигляді:

$$\sigma_{mn}(X, Y, Z) = p_0 [\sigma_{mn}^{e*}(X, Y, Z) + w_{th}\sigma_{mn}^{th*}(X, Y, Z)], \quad m, n \equiv x, y, z, \quad (15)$$

$$\sigma_{mn}^{e(th)*}(X, Y, Z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \bar{p}^*(\rho, \varphi) s_{mn}^{e(th)}(\rho, \varphi, X, Z) \cos(\rho Y \sin \varphi) \rho d\rho d\varphi, \quad (16)$$

$$\bar{p}^*(\rho, \varphi) = \frac{1}{2\pi a^2} \iint_{\Omega} p^*(x, y) e^{i(\xi x + \eta y)} dx dy, \quad (17)$$

$$s_{mn}^{e(th)}(\rho, \varphi, Z) = \bar{\sigma}_{mn}^{e(th)*}(\rho, \varphi, Z) e^{-i\rho X \cos \varphi} + \bar{\sigma}_{mn}^{e(th)*}(\rho, \pi - \varphi, Z) e^{-i\rho X \cos(\pi - \varphi)}, \quad (18)$$

$$\bar{\sigma}_{mn}^{e*}(\rho, \varphi, Z) = B(\varphi) \sum_{j=1}^2 b_{mn}^{(j)} e^{-\rho \beta_j Z}, \quad \bar{\sigma}_{mn}^{th*}(\rho, \varphi, Z) = C(\rho, \varphi) \sum_{j=1}^3 c_{mn}^{(j)} e^{-\rho \beta_j Z}, \quad (19)$$

$$B(\varphi) = \frac{1}{2\Delta^e(\varphi)}, \quad C(\rho, \varphi) = \frac{1}{\beta_3 \Delta^{th}(\rho, \varphi) \Delta^e(\varphi)}, \quad (20)$$

$$b_{xx}^{(1)} = (M_2^2 - 2M_1^2 + 2)\Phi_1^e(\varphi) \cos^2 \varphi, \quad b_{xx}^{(2)} = -2i\beta_2 \cos \varphi \Phi_2^e(\varphi),$$

$$b_{yy}^{(1)} = [2 + (M_2^2 - 2M_1^2 - 2) \cos^2 \varphi] \Phi_1^e(\varphi), \quad b_{yy}^{(2)} = -2i\beta_2 \Phi_3^e(\varphi) \sin \varphi,$$

$$b_{zz}^{(1)} = -2J(\varphi) \Phi_1^e(\varphi), \quad b_{zz}^{(2)} = 2i\beta_2 [\Phi_2^e(\varphi) \cos \varphi + \Phi_3^e(\varphi) \sin \varphi],$$

$$b_{xy}^{(1)} = \Phi_1^e(\varphi) \sin 2\varphi, \quad b_{xy}^{(2)} = -i\beta_2 [\Phi_2^e(\varphi) \sin \varphi + \Phi_3^e(\varphi) \cos \varphi],$$

$$b_{zx}^{(1)} = -2i\beta_1 \Phi_1^e(\varphi) \cos \varphi, \quad b_{zx}^{(2)} = -0.5 \Phi_3^e(\varphi) \sin 2\varphi - [2J(\varphi) - \sin^2 \varphi] \Phi_2^e(\varphi),$$

$$b_{zy}^{(1)} = -2i\beta_1 \Phi_1^e(\varphi) \sin \varphi, \quad b_{zy}^{(2)} = -0.5 \Phi_2^e(\varphi) \sin 2\varphi - [2J(\varphi) - \cos^2 \varphi] \Phi_3^e(\varphi),$$

$$c_{xx}^{(1)} = (M_2^2 - 2M_1^2 + 2)\Phi_1^{th}(\rho, \varphi) \cos^2 \varphi, \quad c_{xx}^{(2)} = 2\beta_2 \Phi_2^{th}(\rho, \varphi) \cos \varphi,$$

$$c_{xx}^{(3)} = -\frac{1}{\sqrt{\rho}} [M_2^2 \rho \cos^2 \varphi + 2(\rho \cos^2 \varphi - i\rho e \cos \varphi)] \Delta^e(\varphi),$$

$$c_{yy}^{(1)} = [2 + (M_2^2 - 2M_1^2 - 2) \cos^2 \varphi] \Phi_1^{th}(\rho, \varphi), \quad c_{yy}^{(2)} = 2\beta_2 \Phi_3^{th}(\rho, \varphi) \sin \varphi,$$

$$c_{yy}^{(3)} = -\frac{1}{\sqrt{\rho}} [M_2^2 \rho \cos^2 \varphi + 2(\rho \sin^2 \varphi - i\rho e \cos \varphi)] \Delta^M(\varphi),$$

$$c_{zz}^{(1)} = (1 + \beta_2^2) \Phi_1^{th}(\rho, \varphi), \quad c_{zz}^{(2)} = 2\beta_2 [\Phi_2^{th}(\rho, \varphi) \cos \varphi + \Phi_3^{th}(\rho, \varphi) \sin \varphi],$$

$$c_{zz}^{(3)} = -\sqrt{\rho} (1 + \beta_2^2) \Delta^e(\varphi), \quad c_{xy}^{(1)} = \Phi_1^{th}(\rho, \varphi) \sin 2\varphi,$$

$$c_{xy}^{(2)} = \beta_2 [\Phi_2^{th}(\rho, \varphi) \sin \varphi + \Phi_3^{th}(\rho, \varphi) \cos \varphi], \quad c_{xy}^{(3)} = -\sqrt{\rho} \Delta^e(\varphi) \sin 2\varphi,$$

$$c_{zx}^{(1)} = -2i\beta_1 \Phi_1^{th}(\rho, \varphi) \cos \varphi,$$

$$c_{zx}^{(2)} = -i \left[\frac{1}{2} \Phi_3^{th}(\rho, \varphi) \sin 2\varphi + (\beta_2^2 + \cos^2 \varphi) \Phi_2^{th}(\rho, \varphi) \right],$$

$$\begin{aligned}
c_{zx}^{(3)} &= 2i\beta_3 \Delta^e(\varphi) \cos \varphi, & c_{zy}^{(1)} &= -2i\beta_1 \Phi_1^{\text{th}}(\rho, \varphi) \sin \varphi, \\
c_{zy}^{(2)} &= -i[0.5\Phi_2^{\text{th}}(\rho, \varphi) \sin 2\varphi + (\beta_2^2 + \sin^2 \varphi)\Phi_3^{\text{th}}(\rho, \varphi)], \\
c_{zy}^{(3)} &= 2i\beta_3 \Delta^e(\varphi) \sin \varphi, & \Phi_1^e(\varphi) &= J(\varphi) - if\beta_2 \cos \varphi, \\
\Phi_2^e(\varphi) &= -i\beta_1 \cos \varphi - f[I(\varphi) \sin^2 \varphi + J(\varphi)], \\
\Phi_3^e(\varphi) &= -i\beta_1 \sin \varphi + 0.5fI(\varphi) \sin 2\varphi, & \Phi_1^{\text{th}}(\rho, \varphi) &= \sqrt{\rho}J^2(\varphi) - \beta_3\beta_2, \\
\Phi_2^{\text{th}}(\rho, \varphi) &= (\beta_3 - \sqrt{\rho}\beta_1)J(\varphi) \cos \varphi, & \Phi_3^{\text{th}}(\rho, \varphi) &= (\beta_3 - \sqrt{\rho}\beta_1)J(\varphi) \sin \varphi, \\
\Delta^e(\varphi) &= J^2(\varphi) - \beta_1\beta_2, & \Delta^{\text{th}}(\rho, \varphi) &= M_1^2\rho \cos^2 \varphi - iPe \cos \varphi, \\
I(\varphi) &= \frac{1}{\beta_2^2}[J(\varphi) - 2\beta_1\beta_2], & J(\varphi) &= 1 - \frac{1}{2}M_2^2 \cos^2 \varphi, \\
\beta_1 &= \sqrt{1 - M_1^2 \cos^2 \varphi}, & \beta_2 &= \sqrt{1 - M_2^2 \cos^2 \varphi}, & \beta_3 &= \frac{1}{\sqrt{\rho}}\sqrt{\rho - iPe \cos \varphi}, \\
w_{\text{th}} &= \frac{afVE\alpha_t}{2K(1-\nu)}, & Pe &= \frac{Va}{k}, & M_1 &= \frac{V}{c_1}, & M_2 &= \frac{V}{c_2}, \\
c_1 &= \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}, & c_2 &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}, & \xi &= \frac{\rho}{a} \cos \varphi, & \eta &= \frac{\rho}{a} \sin \varphi, \tag{21}
\end{aligned}$$

$$X = \frac{x}{a}, \quad Y = \frac{y}{a}, \quad Z = \frac{z}{a}, \tag{22}$$

де a – характерний розмір області Ω .

Безрозмірний параметр w_{th} (21), що відповідає у співвідношенні (15) за внесок термічних напружень σ_{mn}^{th} до повних напружень σ_{mn} у півпросторі, відомий як «термоkontактний критерій» [12, 16].

4. Чисельний аналіз та висновки. Розглянемо випадок еліптичної форми $\Omega = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$ області дії зовнішнього навантаження на поверхні півпростору. Функцію $p(x, y)$, що характеризує розподіл тиску у цій області, візьмемо у вигляді (6), де [2]

$$p_0 = \frac{3}{2\pi ab} P, \quad p^*(x, y) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}, \tag{23}$$

P – головний вектор нормальних зусиль, розподілених на області Ω . Підставивши залежності (21) під знак інтеграла у формуулі (17), знайдемо

$$\bar{p}^*(\rho, \varphi) = \frac{h}{\rho^2 \ell^2} \left[\frac{\sin(\rho \ell)}{\rho \ell} - \cos(\rho \ell) \right],$$

де $\ell = \sqrt{\cos^2 \varphi + h^2 \sin^2 \varphi}$, $h = b/a$.

Розрахунки проведено для нержавіючої сталі з такими параметрами: $E = 190 \text{ ГПа}$, $\nu = 0.3$, $\rho_0 = 7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $K = 21 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot {^\circ}\text{C})$, $k = 5.9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\alpha = 14 \cdot 10^{-6} \text{ }{^\circ}\text{C}^{-1}$ при $a = 0.5 \text{ мм}$, $f = 0.5$, $V = 15 \text{ м/с}$. Із формул (18), (19), (21), (22) знайдено, що $Pe = 1271.2$, $w_t = 339.3$, $M_1 = 0.26 \cdot 10^{-2}$, $M_2 = 0.49 \cdot 10^{-2}$. Подвійні інтегриали (16) обчислювали наближено за допомогою квадратурних формул типу Гаусса [11].

Графіки зміни безрозмірних механічних напружень $\sigma_{mn}^{e*} = \sigma_{mn}^e / p_0$ на рис. 2 і 3 показано штрихпунктирними, температурних $\sigma_{mn}^{\text{th}*} = \sigma_{mn}^{\text{th}} / p_0$ – штриховими, а знайдених за формулами (15)–(22) повних напружень $\sigma_{mn}^* = \sigma_{mn} / p_0$ – суцільними кривими. Залежності безрозмірних напружень σ_{mn} / p_0 у площині xOz від безрозмірної координати x/a при $z/a = 0.05$ і $b/a = 2$ наведено на рис. 2, а залежності безрозмірних напружень від безрозмірної відстані z/a від поверхні півпростору при $x/a = 0$, $y/a = 0$ і $b/a = 2$ – на рис. 3.

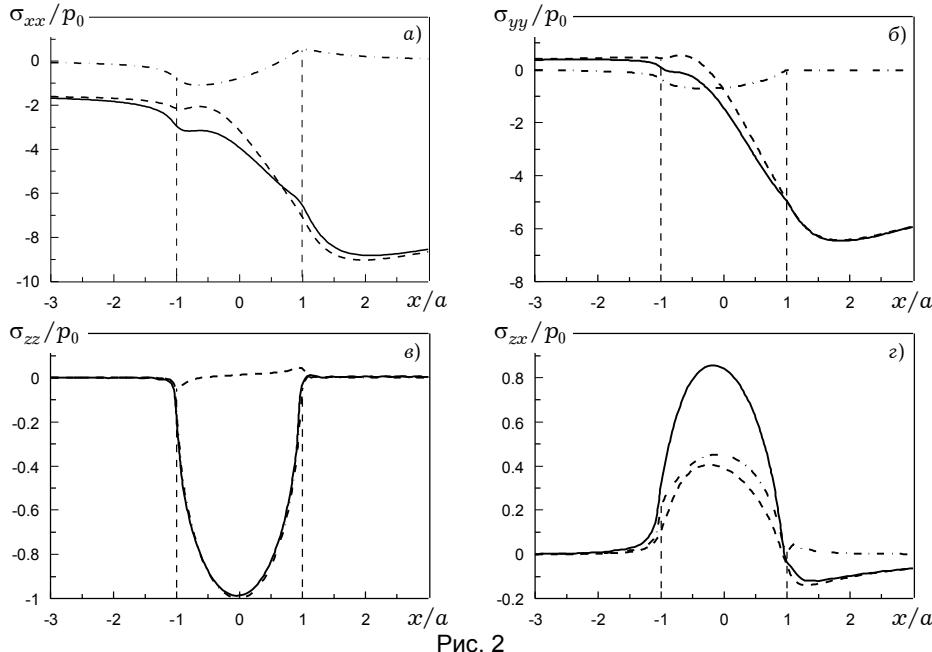


Рис. 2

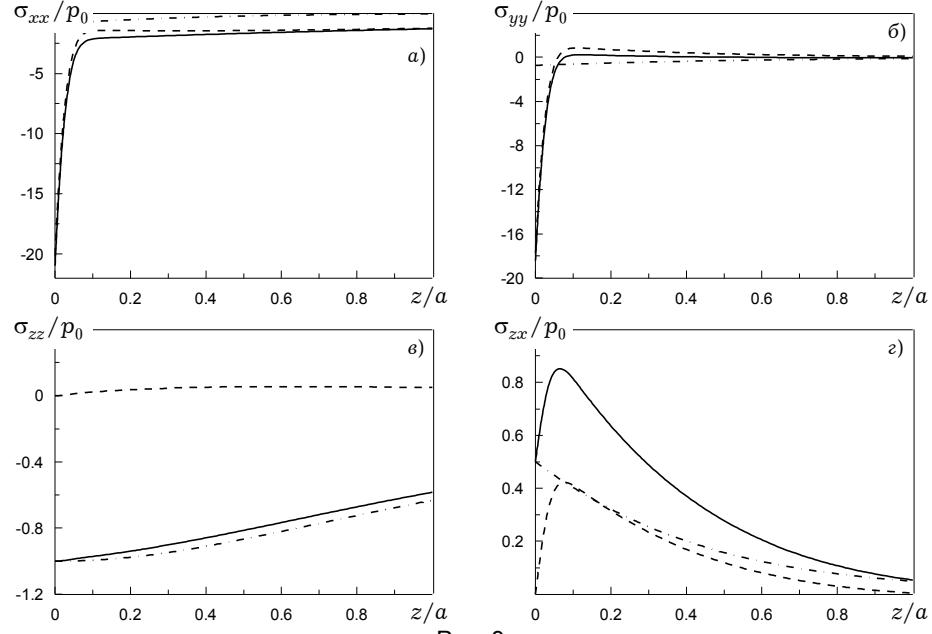


Рис. 3

Області навантаження Ω в площині Oxz відповідає відрізок $-1 < \frac{x}{a} < 1$ (рис. 2). Нормальні температурні напруження σ_{xx}^{th} , σ_{yy}^{th} є стискувальними і значно більшими за абсолютною величиною від відповідних механічних напружень σ_{xx}^e і σ_{yy}^e (рис. 2a, рис. 2б). Найбільшого значення ці напруження досягають позаду області навантаження (при $x/a \approx 1.9$). Механічне нормальні напруження σ_{zz}^e стискувальне і приймає максимальне значення при $x \approx 0$, а нормальне температурне напруження σ_{zz}^{th} на відстані $z/a = 0.05$ від поверхні нагрівання незначне (на самій поверхні воно нульове) (рис. 2б). Характер розподілу та величина температурного дотичного напруження σ_{zx}^{th} приблизно такі ж, як і відповідного механічного σ_{zx}^e (рис. 2г).

Нормальні напруження σ_{xx} та σ_{yy} приймають максимальні значення на поверхні півпростору і швидко зникають з віддаленням від неї (рис. 3a, рис. 3б). Практично вже при $z/a > 0.1$ ними можна нехтувати. Абсолютна величина стискувального нормального напруження σ_{zz} із віддаленням від поверхні півпростору зменшується (рис. 3в). Максимум дотичного напруження σ_{zx} досягається на відстані $z/a \approx 0.07$ від поверхні півпростору (рис. 3г).

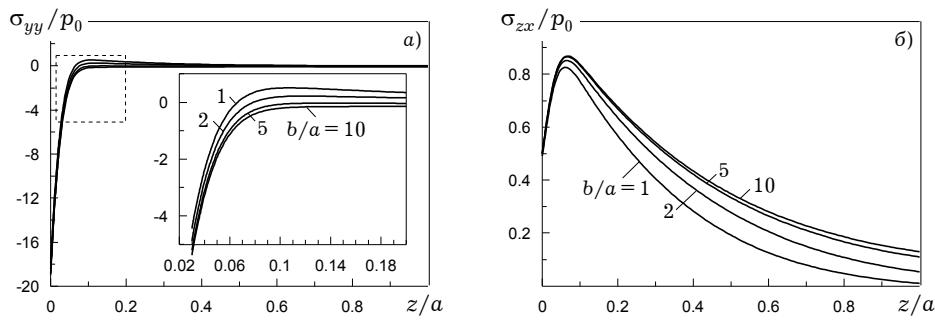


Рис. 4

Зміну безрозмірних нормального σ_{yy}/p_0 і дотичного σ_{zx}/p_0 напружень як функцій віддалі z/a від поверхні півпростору для співвідношень півосей еліпса $b/a = 1, 2, 5, 10$ при $y/a = 0$, $x/a = 0$ показано на рис. 4. Зі збільшенням поперечного (до напрямку руху тіла) розміру області навантаження (параметра b) стискувальні нормальні напруження σ_{yy} зменшуються за абсолютною величиною (рис. 4a), а дотичні σ_{zx} – збільшуються (рис. 4б). Для значень $b/a > 9$ ці напруження практично є сталими, тому розглядувану задачу можемо досліджувати як задачу плоскої деформації у площині Oxz .

1. Гриліцький Д. В. Термопружні контактні задачі в трибології. – Київ: Ін-т змісту і методів навчання Мін-ва освіти України, 1996. – 204 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаємодействия. – Москва: Мир, 1989. – 510 с.
3. Евтушенко А. А., Уханская О. М. Термомеханический критерий изнашивания // Трение и износ. – 1994. – **15**, № 3. – С. 379–388.
4. Коваленко А. Д. Избранные труды. – Киев: Наук. думка, 1976. – 764 с.
5. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – Киев: Наук. думка, 1992. – 280 с.

6. Коровчинский М. В. Основы теории термического контакта при локальном трении. Ч. 2 // Вопросы теории термического контакта при локальном трении, Москва: Наука, 1968. – С. 5–72.
7. Новацкий В. Теория упругости. – Москва: Мир, 1975. – 872 с.
8. Пир'єв С. Ю., Євтушенко О. О. Просторова квазистатична теплова задача тертя для півпростору // Конф. молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я. С. Підстригача (Львів, 24–26 травня 2004): Тези доп. – Львів, 2004. – С. 124–126.
9. Пир'єв С. Ю., Євтушенко О. О. Просторова квазістаціонарна фрикційна задача для півпростору // Конф. молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я. С. Підстригача (Львів, 24–27 травня 2005): Тези доп. – Львів, 2005. – С. 118–119.
10. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинах. – Киев: Наук. думка, 1972. – 308 с.
11. Davis P. J., Rabinowitz P. Methods of numerical integration. – New York: Acad. Press, 1975. – 459 р.
12. Gesim B., Winer W. O. Transient temperatures in the vicinity of an asperity contact // Trans. ASME J. Tribol. – 1985. – **107**, No. 3. – P. 333–341.
13. Huang J. H., Ju F. D. Thermomechanical cracking due to moving frictional loads // Wear. – 1985. – **102**, No. 1-2. – P. 81–104.
14. Ju F. D., Huang J. H. Heat checking in the contact zone of a bearing seal (a two-dimensional model of a single moving asperity) // Wear. – 1982. – **79**, No. 2. – P. 107–118.
15. Nowacki W. Thermoelasticity. – Warsaw: PWN, 1986. – 566 p.
16. Yevtushenko A. A., Chapovska R. B. Investigation of friction-induced thermal processes for some non-Hertzian fast-moving plane contacts // Int. J. Mech. Sci. – 1996. – **38**, No. 10. – P. 1103–1116.
17. Yevtushenko A. A., Ivanyk E. G., Ukhanska O. M. Transient temperature of local moving areas of sliding contact // Tribology Int. – 1997. – **30**, No. 3. – P. 209–214.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ДЕЙСТВИЕМ НА ЕГО ПОВЕРХНОСТИ ДВИЖУЩЕГОСЯ МЕХАНИЧЕСКОГО И ТЕПЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

Представлены решения пространственных задач теории упругости, квазистационарной теплопроводности и статической термоупругости для полупространства, на поверхности которого действует локально распределенное движущееся механическое и тепловое нагружение. Численный анализ проведен для герцовского распределения давления и пропорциональной ему интенсивности теплового потока в области эллиптической формы.

STRESS STATE OF HALF-SPACE DUE TO THE ACTION OF MOVING MECHANICAL AND HEAT LOADING ON ITS SURFACE

The solution to the spatial problems of the elasticity theory, the theory of quasi-stationary heat conduction and static thermoelasticity for a half-space are presented. The surface of the half-space is under the action of locally distributed moving mechanical and heat loading. Numerical analysis is made for Hertz distribution of pressure and heat flow of proportional intensity in the elliptic form region.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
им. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано
10.01.07

² Б'ялистоцька політехніка, Б'ялистоцьк, Польща