УДК 513.88 *Пам'яті В. Е. Лянце*

О. Г. Сторож

РЕЗОЛЬВЕНТНА ПОРІВНЯННІСТЬ МАКСИМАЛЬНО ДИСИПАТИВНИХ РОЗШИРЕНЬ СИМЕТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА З ДОВІЛЬНИМ ІНДЕКСОМ ДЕФЕКТУ

У термінах абстрактних крайових умов встановлено зв'язок між резольвентами двох максимально дисипативних розширень симетричного оператора з довільними дефектними числами, що діє в гільбертовому просторі. Зокрема, доведено критерій резольвентної порівнянності розглядуваних операторів.

1. Позначення, основні поняття та постановка задачі. У цій праці використовуємо такі позначення:

$D(T)$, $R(T)$, $\ker T$ – відповідно область визначення, область значень та многовид нулів лінійного оператора T; T^* – спряжений оператор;

$\mathcal{B}(X,Y)$ – множина всіх лінійних неперервних операторів T, що діють з гільбертового простору X у гільбертів простір Y таких, що $D(T) = X$; $\mathcal{B}(X) \overset{\text{def}}{=} \mathcal{B}(X,X)$; $\mathcal{B}_\infty(X,Y)$ – множина компактних операторів $T : X \to Y$, $\mathcal{B}_\infty(X) \overset{\text{def}}{=} \mathcal{B}_\infty(X,X)$;

$(\cdot \mid \cdot)_X$, $\|\cdot\|_X$, $\mathbb{I}_X$ – скалярний добуток, норма та тотожне перетворення простору X відповідно;

$T \mid E$ – звуження оператора T на множину E;

$\rho(T)$ – резольвентна множина оператора T;

якщо $A_1,\ldots,A_n$ – лінійні оператори $X \to Y_i$, то запис $A = A_1 \oplus \ldots \oplus A_n$ означає, що $\forall x \in X \quad Ax = (A_1x,\ldots,A_nx)$.

Під H розуміємо фіксований комплексний гільбертів простір зі скалярним добутком $(\cdot \mid \cdot)$ і з нормою $\|\cdot\|$, а за висхідний об'єкт приймаємо замкнений симетричний (тобто щільно визначений ермітів) лінійний оператор $L_0 : H \to H$ з індексом дефекту (m_+, m_-). Таким чином,

$$\dim\ker\left(L - i\mathbb{I}_H\right) = m_+, \qquad \dim\ker\left(L + i\mathbb{I}_H\right) = m_-,$$

(тут і далі $L \overset{\text{def}}{=} L_0^*$).

Нагадаємо, що лінійний оператор T, який діє з H в H, називається *дисипативним*, якщо для будь-якого $y \in D(T)$ $\operatorname{Im}\left(Ty \mid y\right) \ge 0$, і *максимально дисипативним*, якщо, крім цього, він не має в H нетривіальних дисипативних розширень. Зазначимо, що замкнений лінійний оператор $T : H \to H$ є максимально дисипативним тоді й тільки тоді, коли iT породжує стискуючу півгрупу класу C_0, а, отже, еволюційна задача з оператором iT є стійкою. Р. С. Філліпсом [9] було поставлено (у зв'язку з дослідженням конкретних питань математичної фізики) задачу про опис усіх максимально дисипативних розширень щільно визначеного дисипативного оператора. Різними аспектами цієї проблеми займалися багато математиків. Зокрема, А. Н. Кочубей [6] і В. М. Брук [1] встановили загальний вигляд максимально дисипативного розширення симетричного оператора з однаковими дефектними числами. У праці [8] згаданий результат поширено на випадок симетричного оператора з довільними дефектними числами. Далі, в [2] (див. також [4]) доведено критерій резольвентної порівнянності максимально дисипативних розширень симетричного оператора L_0 з однаковими дефектними числами (два лінійні оператори в гільбертовому просторі називатимемо *резольвентно порівнюваними*, якщо різниця їхніх резольвент – компактний оператор; ця концепція допускає деякі узагальнення – див. [4]). Мета цієї статті – поширити цей результат на випадок, коли L_0 має довільний індекс дефекту. Зазначимо, що у наведених нижче доведеннях істотно використовуються методи, запропоновані М. Й. Вішиком [3], а також деякі положення теорії розширень лінійних відношень у гільбертовому просторі [11 –13].

2. Допоміжні оператори. Нехай $(G^+, G^-, \delta_+, \delta_-)$ – антисиметричний простір граничних значень оператора L_0. Це означає, що G^+, G^- – гільбертові простори, $\delta_\pm \in \mathcal{B}(D[L], G^\pm)$ (тут і далі $D[L]$ – множина $D[L]$, трактована як гільбертів простір зі скалярним добутком $(y \mid z)_L = (y \mid z) + (Ly \mid Lz)$ та відповідною нормою $\|\cdot\|_L$), $R(\delta_+ \oplus \delta_-) = G^+ \oplus G^-$, $\ker(\delta_+ \oplus \delta_-) = D(L_0)$, і

$$\forall y, z \in D(L) \qquad (Ly \mid z) - (y \mid Lz) = i\left[(\delta_+ y \mid \delta_+ z)_{G^+} - (\delta_- y \mid \delta_- z)_{G^-}\right], \quad (1)$$

(деталі див. у [8]).

Нехай L_1, L_2 – два максимально дисипативні розширення оператора L_0. У [8] доведено, що існують $K_1, K_2 \in \mathcal{B}(G^+, G^-)$, $\|K_i\| \le 1$, $i = 1,2$, такі, що

$$D(L_1) = \{y \in D(L) : \delta_- y = K_1 \delta_+ y\}, \qquad L_1 \subset L, \quad (2)$$

$$D(L_2) = \{y \in D(L) : \delta_- y = K_2 \delta_+ y\}, \qquad L_2 \subset L. \quad (3)$$

З відомих властивостей дисипативних операторів (див. [9], [10]) випливає, що, якщо $\lambda \in \Pi_- \overset{\text{def}}{=} \{\lambda \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\lambda < 0\}$, то $\lambda \in \rho(L_1) \cap \rho(L_2)$, тобто $L_\lambda \overset{\text{def}}{=} (L_1 - \lambda \mathbb{I}_H)^{-1}$, $\hat{L}_\lambda \overset{\text{def}}{=} (L_2 - \lambda \mathbb{I}_H)^{-1} \in \mathcal{B}(H)$. Щоб знайти зв'язок між цими операторами, перепишемо співвідношення (1)–(3) в іншій формі.

Нехай для всіх $y \in D(L)$

$$\Gamma_1 y = \delta_+ y, \qquad \Gamma_2 y = \delta_- y - K_1 \delta_+ y. \quad (4)$$

Зрозуміло, що

$$\delta_+ y = \Gamma_1 y, \qquad \delta_- y = K_1 \Gamma_1 y + \Gamma_2 y. \quad (5)$$

Підставляючи (5) в (1), отримуємо

$$(Ly \mid z) - (y \mid Lz) = i\left[(\Gamma_1 y \mid \delta_+ z)_{G^+} - (K_1 \Gamma_1 y + \Gamma_2 y \mid \delta_- z)_{G^-}\right] =$$

$$= i\left[(\Gamma_1 y \mid \delta_+ z - K_1^* \delta_- z)_{G^+} - (\Gamma_2 y \mid \delta_- z)_{G^-}\right].$$

Таким чином,

$$\forall y, z \in D(L) \qquad (Ly \mid z) - (y \mid Lz) = (\Gamma_1 y \mid \tilde{\Gamma}_2 z)_{G^+} - (\Gamma_2 y \mid \tilde{\Gamma}_1 z)_{G^-}, \quad (6)$$

де

$$\tilde{\Gamma}_1 z = -i\delta_- z, \qquad \tilde{\Gamma}_2 z = -i(\delta_+ z - K_1^* \delta_- z). \quad (7)$$

Зрозуміло, що $L_1 = L \mid \ker\Gamma_2$, а

$$D(L_2) = \{y \in D(L) : (K_1 - K_2)\Gamma_1 y + \Gamma_2 y = 0\}, \qquad L_2 \subset L. \quad (8)$$

Нехай $\lambda \in \Pi_-(\subset \rho(L_1))$. Приймемо $Z_\lambda \overset{\text{def}}{=} (\tilde{\Gamma}_1 L_\lambda^*)^*$. У монографії [7] доведено, що для $Z_\lambda \in \mathcal{B}(G^-, H)$

$$R(Z_\lambda) = \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H), \qquad \Gamma_2 Z_\lambda = \mathbb{I}_{G^-}. \tag{9}$$

Іншими словами,

$$y = Z_\lambda a \quad \Leftrightarrow \quad Ly = \lambda y, \qquad \Gamma_2 y = a. \tag{10}$$

Аналогічно, для $\tilde{Z}_{\bar\lambda} \overset{\text{def}}{=} (\Gamma_1 L_\lambda)^* \in \mathcal{B}(G^+, H)$

$$R(\tilde{Z}_{\bar\lambda}) = \ker(L - \bar\lambda\mathbb{I}_H), \qquad \tilde\Gamma_2 \tilde{Z}_{\bar\lambda} = \mathbb{I}_{G^+}, \tag{11}$$

тобто

$$y = \tilde{Z}_{\bar\lambda} a \quad \Leftrightarrow \quad Ly = \bar\lambda y, \qquad \tilde\Gamma_2 y = a. \tag{12}$$

Крім цього, в [7] доведено, що для всіх $\lambda \in \rho(L_1)$ $M(\lambda) \overset{\text{def}}{=} \Gamma_1 Z_\lambda \in \mathcal{B}(G^-, G^+)$.

Можна показати, що $D(L_0) \dot{+} \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H) = \ker(\Gamma_1 - M(\lambda)\Gamma_2)$, так що $M(\lambda)$ є деяким аналогом функції Вейля оператора L_0, введеної в [5]. Аналогічно, $\tilde{M}(\bar\lambda) \overset{\text{def}}{=} \tilde\Gamma_1 \tilde{Z}_{\bar\lambda} \in \mathcal{B}(G^+, G^-)$ і $D(L_0) \dot{+} \ker(L - \bar\lambda\mathbb{I}_H) = \ker(\tilde\Gamma_1 - \tilde{M}(\bar\lambda)\tilde\Gamma_2)$.

Зауваження 1.

$$\forall\lambda \in \rho(L_1) \qquad \tilde{M}(\bar\lambda) = M(\lambda)^*. \tag{13}$$

Справді, означимо оператор $\tilde\Gamma_1' \in \mathcal{B}(G^-, D[L])$ згідно з умовою

$$(\forall y \in D(L))\ (\forall g \in G^-) \qquad (\tilde\Gamma_1 y \mid g)_{G^-} = (y \mid \tilde\Gamma_1' g)_L,$$

і зауважимо, що

$$Z_\lambda = (L_\lambda(\mathbb{I}_H + \lambda L) + L)\tilde\Gamma_1', \qquad \Gamma_1 L \tilde\Gamma_1' = 0,$$

(деталі див. у [7]). Виходячи звідси, бачимо, що

$$\begin{aligned}(\forall a \in G^+)\ (\forall b \in G^-)\ \ (\tilde{M}(\bar\lambda)a \mid b)_{G^-} &= (\tilde\Gamma_1 \tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid b)_{G^-} = (\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid \tilde\Gamma_1' b)_L = \\ &= (\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid \tilde\Gamma_1' b) + (L\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid L\tilde\Gamma_1' b) = (\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid \tilde\Gamma_1' b) + (\bar\lambda\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid L\tilde\Gamma_1' b) = \\ &= (\tilde{Z}_{\bar\lambda} a \mid (\mathbb{I}_H + \lambda L)\tilde\Gamma_1' b) = (a \mid \Gamma_1 L_\lambda(\mathbb{I}_H + \lambda L)\tilde\Gamma_1' b)_{G^+} = \\ &= (a \mid \Gamma_1 Z_\lambda b)_{G^+} = (a \mid M(\lambda)b)_{G^+}.\end{aligned}$$

3. Основні результати. Означимо оператори $Q_\lambda \in \mathcal{B}(G^-)$ та $\mathcal{K} \in \mathcal{B}(G^+ \oplus G^-, G^-)$ таким чином:

$$Q_\lambda = (K_1 - K_2)M(\lambda) + \mathbb{I}_{G^-},$$

$$\mathcal{K}(h_+, h_-) = (K_1 - K_2)h_+ + h_-, \qquad h_\pm \in G^\pm.$$

Лема 1. *Припустимо, що* $\lambda \in \rho(L_1)$. *Тоді існує гомеоморфізм* $\tilde\Pi_{\bar\lambda} \in \mathcal{B}(G^-, \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H))$ *такий, що*

$$R(L_2^* - \bar\lambda\mathbb{I}_H) = R(L_0 - \bar\lambda\mathbb{I}_H) \oplus \tilde\Pi_{\bar\lambda} R(Q_\lambda^*). \tag{14}$$

Д о в е д е н н я. Оскільки Z_λ є гомеоморфізмом $G^- \to \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$ (див. (9), (10)), то $Z_\lambda^* \mid \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$ є гомеоморфізмом $\ker(L - \lambda\mathbb{I}_H) \to G^-$, а, отже, $\tilde\Pi_{\bar\lambda} \overset{\text{def}}{=} (Z_\lambda^* \mid \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H))^{-1}$ є гомеоморфізмом $G^- \to \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$. Далі, оскільки, як легко бачити, $R(\mathcal{K}) = G^-$, то з теореми 4.6.1 монографії [7] випливає, що

$$D(L_2^*) = \{z \in D(L) : (\exists h \in G^-) \mid \tilde{\Gamma}_1 z = h,\ \tilde{\Gamma}_2 z = (K_2 - K_1)^* h\}. \qquad (15)$$

Нехай $g \in H$. Розглянемо рівняння $(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H)z = g$. З (11)–(13), (15) випливає, що ця рівність справджується тоді й тільки тоді, коли існують $a \in G^+$, $h \in G^-$ такі, що

$$z = L_\lambda^* g + \tilde{Z}_{\bar{\lambda}} a, \qquad (16)$$

$$\tilde{\Gamma}_1 z = \tilde{\Gamma}_1 L_\lambda^* g + \tilde{\Gamma}_1 \tilde{Z}_{\bar{\lambda}} a = Z_\lambda^* g + \tilde{M}(\bar{\lambda}) a = h, \qquad (17)$$

$$\tilde{\Gamma}_2 z = \tilde{\Gamma}_2 L_\lambda^* g + \tilde{\Gamma}_2 \tilde{Z}_{\bar{\lambda}} a = a = (K_2 - K_1)^* h, \qquad (18)$$

а, отже, $Z_\lambda^* g = h - \tilde{M}(\bar{\lambda}) a = h + \tilde{M}(\bar{\lambda})(K_1 - K_2)^* h$, тобто

$$Z_\lambda^* g = Q_\lambda^* h. \qquad (19)$$

Навпаки, нехай справджується (19) і $z \stackrel{\text{def}}{=} L_\lambda^* g - \tilde{Z}_{\bar{\lambda}}(K_1 - K_2)^* h$. Маємо

$$(L - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) z = (L_1^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) L_\lambda^* g = g,$$

$$\tilde{\Gamma}_1 z = \tilde{\Gamma}_1 L_\lambda^* g - \tilde{\Gamma}_1 \tilde{Z}_{\bar{\lambda}}(K_1 - K_2)^* h = Z_\lambda^* g - M(\lambda)^*(K_1 - K_2)^* h =$$

$$= [Q_\lambda - (K_1 - K_2)^*] h = h,$$

$$\tilde{\Gamma}_2 z = \tilde{\Gamma}_2 L_\lambda^* g - \tilde{\Gamma}_2 \tilde{Z}_{\bar{\lambda}}(K_1 - K_2)^* h = -(K_1 - K_2)^* h.$$

Беручи до уваги (15), бачимо, що $z \in D(L_2^*)$ і $(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H)z = g$. Таким чином,

$$g \in R(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) \quad \Leftrightarrow \quad Z_\lambda^* g \in R(Q_\lambda^*).$$

Зокрема, якщо $g \in R(L_0 - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H)^\perp = \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$, то

$$g \in R(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{\Pi}_{\bar{\lambda}}^{-1} g \in R(Q_\lambda^*) \quad \Leftrightarrow \quad g \in \tilde{\Pi}_{\bar{\lambda}} R(Q_\lambda^*).$$

Звідси і з включення $R(L_0 - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) \subset R(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H)$ випливає (14). ◊

Наслідок 1.

$$\ker(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) = \tilde{Z}_{\bar{\lambda}}(K_1 - K_2)^* \ker Q_\lambda^*. \qquad (20)$$

Для того щоб переконатися у правильності рівності (20), досить повторити наведені вище міркування для випадку $g = 0$.

Теорема 1. *Нехай* $\lambda \in \Pi_-(\subset \rho(L_1) \cap \rho(L_2))$. *Тоді* $Q_\lambda^{-1} \in \mathcal{B}(G^-)$ *і*

$$\forall f \in H \qquad \hat{L}_\lambda f = L_\lambda f - Z_\lambda Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_\lambda^* f. \qquad (21)$$

Д о в е д е н н я. Оскільки $R(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) = H$, то з (14) випливає, що $\tilde{\Pi}_{\bar{\lambda}} R(Q_\lambda^*) = \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$. Але $\tilde{\Pi}_{\bar{\lambda}} : G^- \to \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$ – бієкція, тому $R(Q_\lambda^*) = G^-$.

Далі, нехай $\xi \in G^-$. З тотожності $\xi = (K_1 - K_2)(-M(\lambda)\xi) + Q_\lambda \xi$ зрозуміло, що $R(K_1 - K_2) + R(Q_\lambda) = G^-$, а, отже,

$$\ker(K_1 - K_2)^* \cap \ker Q_\lambda^* = \{0\}. \qquad (22)$$

Крім цього, $\ker(L_2^* - \bar{\lambda}\mathbb{I}_H) = \{0\}$. Тому, з огляду на (20) та оборотність оператора $\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}$ приходимо до висновку, що

$$(K_1 - K_2)^* \ker Q_\lambda^* = \{0\}. \tag{23}$$

Виходячи з (22), (23), переконуємось, що $\ker Q_\lambda^* = \{0\}$. Таким чином, $(Q_\lambda^*)^{-1} \in \mathcal{B}(G^-)$, а, отже, $Q_\lambda^{-1} \in \mathcal{B}(G^-)$.

Звідси і з (9), (10) випливає, що для будь-якого $f \in H$ існує єдине $a \in G^-$ таке, що

$$\hat{L}_\lambda f = L_\lambda f + Z_\lambda a. \tag{24}$$

Беручи до уваги (8) і (24), отримуємо

$$(K_1 - K_2)\Gamma_1(L_\lambda f + Z_\lambda a) + \Gamma_2(L_\lambda f + Z_\lambda a) =$$
$$= (K_1 - K_2)Z_{\bar{\lambda}}^* f + (K_1 - K_2)M(\lambda)a + a = 0,$$

тобто $Q_\lambda a = -(K_1 - K_2)Z_\lambda^* f$, звідки

$$a = -Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)Z_\lambda^* f. \tag{25}$$

Підставляючи (25) в (24), отримуємо (21). ◊

Наслідок 2. *Нехай* $\lambda \in \Pi_-(\subset \rho(L_1) \cap \rho(L_2))$. *Для того щоб різниця резольвент* $\hat{L}_\lambda - L_\lambda$ *була компактним в* $\mathcal{B}(H)$ *оператором, необхідно та достатньо, щоб оператор* $K_1 - K_2$ *був компактним в* $\mathcal{B}(G^+, G^-)$:

$$\hat{L}_\lambda - L_\lambda \in \mathcal{B}_\infty(H) \quad \Leftrightarrow \quad K_1 - K_2 \in \mathcal{B}_\infty(G^+, G^-).$$

Д о в е д е н н я. *Достатність* випливає безпосередньо з (21).

Необхідність. Нехай $\hat{L}_\lambda - L_\lambda = -Z_\lambda Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}^* \in \mathcal{B}_\infty(H)$. Оскільки на $R(Z_\lambda) = \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H)$ норми $\|\cdot\|$ та $\|\cdot\|_L$ еквівалентні, то $Z_\lambda Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}^* \in \mathcal{B}_\infty(H, D[L])$, а, отже,

$$\Gamma_2 Z_\lambda Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}^* = Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}^* \in \mathcal{B}_\infty(H, G^-).$$

Далі, міркуючи так, як при доведенні леми 1, отримуємо, що

$$\Pi_\lambda \overset{\text{def}}{=} (Z_\lambda^* \mid \ker(L - \lambda\mathbb{I}_H))^{-1} \in \mathcal{B}_\infty(G^+, H),$$

тому

$$K_1 - K_2 = Q_\lambda [Q_\lambda^{-1}(K_1 - K_2)\tilde{Z}_{\bar{\lambda}}^*]\Pi_\lambda \in \mathcal{B}_\infty(G^+, G^-). \qquad ◊$$

1. *Брук В. М.* Об одном классе краевых задач со спектральным параметром в граничном условии // Мат. сб. – 1976. – **100**, № 2. – С. 210–216.
2. *Брук В. М.* О расширениях симметрических отношений // Мат. заметки. – 1977. – **22**, № 6. – С. 825–834.
3. *Вишик М. И.* Об общих краевых задачах для эллиптических дифференциальных уравнений // Тр. Моск. мат. об-ва. – 1952. – № 1. – С. 187–246.
4. *Горбачук В. И., Горбачук М. Л.* Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1984. – 284 с.
5. *Деркач В. А., Маламуд М. М.* Функция Вейля эрмитова оператора и ее связь с характеристической функцией. – Донецк, 1985. – 52 с. – (Препр. / АН УССР. Дон. физ.-тех. ин-т, № 85-9).
6. *Кочубей А. Н.* О расширениях симметрических операторов и симметрических бинарных отношений // Мат. заметки. – 1975. – **17**, № 1. – С. 41–48.

7. *Лянце В. Э., Сторож О. Г.* Методы теории неограниченных операторов. – Киев: Наук. думка, 1983. – 210 с.
8. *Сторож О. Г.* О расширениях симметрических операторов с неравными дефектными числами // Мат. заметки. – 1984. – **36**, № 5. – С. 791–796.
9. *Филлипс Р. С.* Диссипативные операторы и гиперболические системы дифференциальных уравнений в частных производных // Математика. – 1962. – **6**, № 4. – С. 11–70.
10. *Штраус А. В.* О расширениях и характеристической функции симметрического оператора // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1968. – **32**, № 1. – С. 186–207.
11. *Arlinskii Yu. M., Hassi S., Sebestyen Z., de Snoo H. S. V.* On the class of extremal extensions of a nonnegative operator // Operator Theory: Adv. and Appl. – 2001. – **127.** – P. 41–81.
12. *Kuzhel A.* Canonical extensions of Hermitian operators. Dynamical systems // J. Math. Sci. (N.Y.) – 2001. – **103**, No. 1. – P. 135–138.
13. *Sandovici A.* Canonical extensions of symmetric linear relations // Operator Theory: Adv. and Appl. – 2006. – **20,** No. 1. – P. 207–221.

РЕЗОЛЬВЕНТНАЯ СРАВНИМОСТЬ МАКСИМАЛЬНО ДИССИПАТИВНЫХ РАСШИРЕНИЙ СИММЕТРИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ИНДЕКСОМ ДЕФЕКТА

В терминах абстрактных краевых условий установлена связь между резольвентами двух максимально диссипативных расширений симметрического оператора с произвольными дефектными числами, действующего в гильбертовом пространстве. В частности, доказан критерий резольвентной сравнимости рассматриваемых операторов.

RESOLVENT COMPARABILITY OF MAXIMAL DISSIPATIVE EXTENSIONS OF SYMMETRIC OPERATOR HAVING AN ARBITRARY DEFICIENCY INDEX

In terms of abstract boundary conditions the connection between resolvents of two maximal dissipative extensions of acting in the Hilbert space symmetric operator having arbitrary defect numbers is established. In particular, the criterion of resolvent comparability of considered operators is proved.

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано
12.08.08