УДК 539.30

І. Б. Прокопович

ЗАГАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ НАПРУЖЕНЬ. I. МЕТОДОЛОГІЧНЕ ТА ФІЗИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ І КІНЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Показано, що неруйнівний контроль напружень не є частиною класичної механіки деформівного тіла ні за предметом досліджень, ані за феноменологічною базою, ані за методологією. У загальному випадку (розділене, компонентне визначення неоднорідних, тривісних, тривимірних полів напружень в умовах природної і наведеної анізотропії) теоретична розробка замкнених математичних моделей неруйнівного контролю можлива лише за допомогою особливого підходу вільної деформації, що ґрунтується на додаткових фактах про зв'язок напружень з деформацією, непотрібних і знехтуваних у класичній механіці.

Неруйнівний контроль напружень (НКН) – порівняно молода галузь механіки, що стрімко розвивається. Такий стан речей не буде скороминучим, оскільки *НКН як прямий нащадок лабораторного вимірювання напружень є єдиним способом їх визначення у діючих, працюючих конструкціях*. Незважаючи на значне зростання потреб у НКН, його методи поки що малоефективні, коли йдеться про роздільне визначення компонент тензора напружень в умовах складного, тривісного, тривимірного і неоднорідного напруженого стану та ще й в анізотропних матеріалах. Власне з цієї причини часто вважають, що у дослідженні напружень неруйнівний контроль відіграє допоміжну роль порівняно з іншими галузями класичної механіки, математичні моделі яких забезпечують (принаймні теоретично) визначення довільних розподілів напружень у довільних матеріалах. Цей погляд на НКН тісно пов'язаний з двома наступними, також поширеними. З одного боку, виходячи з того, що НКН походить від лабораторного вимірювання напружень (яке можна назвати неруйнівним контролем однорідних напружень) і багато методик НКН, по суті, зводяться до вимірювання тих чи інших характеристик тензора напружень, вважають, що НКН не потребує жодних математичних моделей. З іншого боку, виходячи з того, що предмет дослідження НКН – поля напружень – є визначальним предметом механіки деформівного тіла, вважають, що розробка математичних моделей НКН не виходить за її межі. Тому розмову про проблеми математичних моделей НКН потрібно починати зі спростування упереджених поглядів, насамперед останнього. Математичні моделі класичної механіки складаються з рівнянь стану та балансових рівнянь (рівняння руху, сумісності деформацій, теплопровідності Фур'є, електромагнетизму Максвелла – Фарадея). Проте, як правило, всі ці рівняння не застосовуються в математичних моделях НКН. Очевидно, що ця обставина має вагому причину.

Однобокість класичної теорії механіки деформівного тіла. В основі механіки деформівного тіла лежать два загальні факти, що визначають її методологію. Перший:

1°) *напруження, **які виникають в тілі**, пов'язані з деформацією.*

На цьому факті ґрунтується теорія пружності та пластичності. Другий факт доповнює попередній:

2°) *напруження, **які виникають в тілі**, пов'язані не лише з деформацією, що є геометричною зміною стану (зміною розмірів, «форми»), а й з іншими, фізико-механічними змінами стану тіла.*

Це теплові зміни (зміна температури та ентропії), електромагнітні зміни (зокрема, наведення електромагнітного поля, поляризація, намагнічення) і хімічні зміни в будові та складі матеріалу (зокрема, дифузія, зміни кристалічної фази). Поєднання обох фактів складає феноменологічну основу термопружності, електропружності, магнітопружності, в цілому механіки зв'язаних полів.

У математичних моделях механіки деформівного тіла обидва фундаментальні факти відображаються рівняннями стану матеріалу (інші поширені назви – визначальні, конститутивні рівняння). Їх поєднання визначає класичну методику механіки деформівного тіла:

3°) *методика механіки деформівного тіла – це **визначення напружень як наслідку історії їх виникнення**, що складається з деформації та інших змін стану тіла.*

Проте у наведених фактах є зворотна сторона, яка, як правило, залишається поза увагою:

4°) *маючи напруження, неможливо встановити історію їх виникнення.*

Наприклад, розтягувальні напруження можуть бути наслідком розтягувальної деформації (одна історія) або наслідком стискувальної деформації з одночасним охолодженням защемленого зразка (інша історія). Поєднуючи факти ***3***° і ***4***°, приходимо до висновку:

5°) *якщо історія виникнення напружень невідома, то їх неможливо визначити за допомогою класичної методики.*

Поруч з цим маємо ще один очевидний факт, про який у теоретичній літературі з механіки також не згадують:

6°) *як правило, кількісна історія виникнення напружень невідома.*

Виникнення як технологічних, так і експлуатаційних напружень у дійсних, діючих конструкціях та їх елементах неможливо прослідкувати з якоюсь математичною точністю. Це можна зробити лише в лабораторних умовах. Поєднуючи два останні факти, приходимо до важливого висновку про суттєву непридатність класичної теорії механіки деформівного тіла:

7°) *класична теорія непридатна для визначення дійсних напружень.*

Цей висновок стає очевидним, якщо його сформулювати не як заперечним, а як стверджувальним:

8°) *класична теорія присвячена задачі розрахунку уявних, модельних напружень.*

Остання задача – це задача проектування (розрахунку), тоді як НКН – задача діагностики. Обидві задачі – рівноправні й однаково важливі для будь-якої галузі прикладної фізики. А теорія, присвячена лише одній з цих задач, є однобокою. Цей висновок має першочергове значення для теоретичної розробки НКН, оскільки ясно показує, що НКН – ні за предметом, ні за методикою не є частковим випадком класичної нелінійної механіки. Для повноти зазначимо, що принципова теоретична відмінність між НКН і механікою деформівного середовища проявляється не лише в математичних моделях, але й у постановці математичних задач і методах їх розв'язування. З цього погляду, механіка – це прямі крайові задачі математичної фізики, а НКН – це обернені задачі інтегральної (комп'ютерної) томографії.

Поняття вільної деформації. Щоб усунути однобокість теоретичних начал однієї з найперших, найрозвинутіших і найскладніших галузей математичної фізики, необхідно врахувати ще один фундаментальний факт про зв'язок між деформацією і напруженнями:

9°) *незалежно від історії виникнення напруження можна визначити за пов'язаною з ними пружною деформацією.*

На діаграмах «напруження – деформація» цей факт відображають лінії розвантаження: однаковим напруженням відповідає однакова деформація їх пружної релаксації. Цей факт не має суттєвого значення для розрахунку модельних напружень, а тому ним нехтують у математичних моделях. Зате він має вирішальне значення для руйнівного контролю напружень, коли напруження розраховують власне за пружною деформацією, що вивільняється разом з їх релаксацією напружень при розрізанні тіла на частини. Очевидно, що факт ***9°*** є поглибленням, уточненням факту ***1°***, на якому ґрунтується теорія пружності. Доповнивши факти ***1°*** і ***2°*** фактом ***9°***, приходимо до важливого висновку про фізично-причинний поділ кінематично єдиної деформації:

10°) *деформація, накопичена тілом разом з напруженнями, поділяється на дві складові – пружну, пов'язану з напруженнями, і вільну, пов'язану не з напруженнями, а з певними фізико-механічними змінами стану, що супроводжують виникнення напружень.*

Пружна та вільна деформації – це дві приховані фізично протилежні складові повної явної деформації, пов'язаної з полем переміщень. Якщо вільна деформація відсутня, то повна деформація тотожна пружній. Якщо ж відсутня пружна деформація, то повна деформація тотожна вільній. У випадку відсутності пружної деформації відсутні й напруження (згідно з фактом ***9°***). Тому вільна деформація в явному вигляді – це деформація вільного, ненапруженого тіла. У різних галузях механіки вільну за суттю деформацію називають по-різному, зокрема власною, внутрішньою, залишковою, технологічною. Крім того, відомі назви вільної деформації певного походження: пластична – силового, температурна – теплового, обернений електричний п'єзоефект – електричного, магнітострикція – магнітного. Ще один приклад вільної деформації – деформація фазових переходів (перетворень).

Поділ деформації на вільну та пружну буквально «вшитий» у лінійні рівняння стану деформівного тіла. Як приклад розглянемо рівняння Дюгамеля – Неймана (навіть без застосування математичних викладок). Прирівнюючи це рівняння до нуля (що є умовою відсутності напружень), отримаємо визначальне рівняння для температурної вільної деформації. Підставимо тепер у рівняння Дюгамеля – Неймана вираз для повної деформації у вигляді суми температурної і пружної. Після зведення подібних членів отримаємо співвідношення закону Гука. Таким чином, вилучили температурну деформацію, а разом з нею і початкову температуру з визначального рівняння для напружень, і перейшли від повної деформації до пружної. І навпаки, підставляючи у закон Гука вираз для пружної деформації у вигляді різниці між повною і вільною, залучаємо початкову температуру і переходимо від пружної деформації до повної. На цьому прикладі бачимо, що вільна деформація має безпосередній стосунок до принципу незалежності напружень від початкового стану:

11°) *напруження не залежать від початкового стану, оскільки вони не залежать від вільної деформації.*

Цей принцип випливає з фактів ***1°, 2°, 9°, 10°*** і стосується не лише напружень, а й довільних функцій стану деформівного матеріалу [17]. Згідно з цим принципом накопичена пружна деформація якраз і є деформованим станом, що становить частину поточного стану в цілому, незалежного від минулих станів. Очевидно, що принцип початкової незалежності має фундаментальне значення власне для теорії визначення напружень з невідомою кількісною історією виникнення. Відповідно до ключових фактів ***9°–11°*** механіка зводиться до *теорії пружності з урахуванням вільної деформації*, завдяки чому її математичні моделі можна пристосувати до потреб НКН. Нижче наведемо суто кінематичні моделі вільної деформації і їх застосування, що дає змогу буквально *без зайвих затрат на експеримент* досягти замкненої постановки задач неруйнівного контролю залишкових напружень.

Лінійна модель вільної деформації. Залишкові напруження – це самозрівноважені напруження, зумовлені несумісністю поля пружної деформації (власне тому тіло потрібно розрізати на частини, щоб такі напруження вивільнити). Несумісність пружної деформації, у свою чергу, зумовлена несумісністю поля вільної деформації (яку в цьому випадку називають залишковою, технологічною). Витоки ідеї розглядати самозрівноважені (власні, внутрішні) напруження як наслідок несумісності поля певної вільної (власної, внутрішньої) деформації лежать в галузі континуальної теорії дислокацій [20], хоча її втілення здійснене власне у роботах, присвячених задачам НКН, а саме – фотопружному контролю залишкових напружень у тонкостінних скляних елементах конструкцій [14]. Концепція вільної деформації як фундаментальний підхід у механіці деформівного тіла описана в роботі [15]. Загальні розв'язки рівняння рівноваги для тривимірного розподілу несумісної вільної деформації і для двовимірних випадків записано у роботі [13]. У рамках лінійної теорії здійснюється заміна тензора напружень $\boldsymbol{\sigma}$ на тензор пружної деформації $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$, який, в свою чергу, замінюється на ґрадієнт поля переміщень $\mathbf{u}$ та тензор вільної деформації $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ (яку в цьому випадку називали дисторсією) за такою схемою:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Lambda} : \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\Lambda} : (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \boldsymbol{\Lambda} : (\operatorname{sym} \boldsymbol{\nabla} \mathbf{u} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) . \tag{1}$$

Тут $\boldsymbol{\Lambda}$ – модуль пружності, тензор четвертого рангу; $\operatorname{sym} \boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}$ – симетрична частина ґрадієнта поля переміщень. На перший погляд, така заміна беззмістовна, оскільки замість шести невідомих компонент тензора напружень отримаємо три невідомі компоненти вектора переміщень і шість невідомих компонент тензора вільної деформації (що власне й показує, чому неможливо відновити історію виникнення напружень). Проте нас не цікавить дійсна вільна деформація, а лише її несумісна частина, оскільки саме вона є причиною виникнення залишкових напружень. Її поле не є зв'язаним, на відміну від поля сумісної повної деформації (зв'язаного рівнянням сумісності) та поля залишкових напружень, зв'язаного рівнянням рівноваги. Завдяки цьому зв'язок поля вільної деформації з технологією виготовлення більш наочний, безпосередній, ніж зв'язок поля напружень. На цій підставі можна застосовувати певні припущення про поле вільної несумісної деформації з метою пониження кількості шуканих функцій задачі НКН аж до забезпечення її замкненої постановки. Наприклад, очевидно, що при виготовленні виробів шляхом лиття поле вільної деформації близьке до поля відповідної теплової (температурної) деформації у твердій фазі, коли суттєва пластична релаксація напружень стає неможливою. Таким чином, замість шести компонент невідомого тензора вільної несумісної деформації маємо одну. За рахунок цього отримуємо замкнену постановку задачі НКН, де, з одного боку, маємо чотири невідомі функції – компоненти вектора переміщень і компоненту кульового тензора вільної несумісної деформації, а з іншого боку, маємо чотири визначальні скалярні рівняння – три рівняння рівноваги в переміщеннях, наприклад, для ізотропного матеріалу [13]

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\nabla} \mathbf{u} + (1 - 2\nu)^{-1} \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u} = 2\left[\boldsymbol{\nabla} \cdot \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} - \nu(1 - 2\nu)^{-1} \boldsymbol{\nabla}(\mathbf{I} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}})\right],$$

та одне рівняння інтегрального впливу напружень (тут – це рівняння інтегральної фотопружності [21]). Такий підхід застосовували для теоретико-експериментального оптико-поляризаційного визначення залишкових напружень у тонкостінних скляних конструкціях електронно-променевих приладів [14], для теоретичної оцінки технологічних напружень у скловолоконних світловодах з підтримкою поляризації [10, 23] чи зварних металоконструкціях [6]. Інший характерний приклад – технології з'єднання, як от зварювання чи склеювання. Оскільки залишкові напруження виникають при з'єднанні, то зворотне роз'єднання уздовж ліній з'єднання (уявний руйнівний контроль) повинно привести до майже повної релаксації напружень. У цьому випадку поле вільної несумісної деформації моделюється через стрибки переміщень серединної поверхні оболонки та кутів повороту її нормальних елементів уздовж ліній з'єднань. За допомогою такого підходу було проведено розрахунки неосесиметричних полів залишкових напружень, зумовлених кільцевими швами в циліндричних оболонках [18, 13, 22]. Для побудови інтегральних подань усереднених по товщині характеристик поля залишкових напружень (зусиль і моментів) використано математичний апарат, розроблений для визначення напружено-деформованого стану в оболонках з розрізами [8, 24]. Обидва приклади − кульовий тензор в об'ємі та стрибки переміщень на поверхнях з'єднань є характерними. Застосовуючи їх поєднання, можна моделювати поля вільної несумісної деформації для багатьох технологій різноманітних виробів. Таким чином:

12°) *не маючи кількісної історії вільної залишкової деформації, можемо застосувати її якісну історію для пониження кількості невідомих функцій тієї чи іншої моделі НКН.*

Крім того, якісна інформація про поле вільної, технологічної деформації корисна для досягнення коректної постановки оберненої задачі НКН [14, 23].

Нелінійна модель вільної деформації. Локальні співвідношення акустопружності можна отримати лише в рамках нелінійної теорії пружності [1 −3]. Відповідно лінійна кінематична модель (1) вільної деформації в цьому випадку не забезпечує належної точності. Тому необхідно застосовувати нелінійні співвідношення поділу деформації на вільну та пружну. У загальному випадку зміна орієнтованих розмірів матеріального елемента внаслідок зміни його стану з початкового на кінцевий характеризується несиметричним тензором другого рангу

$$d\mathbf{r} = d\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{F} = \mathbf{F}^{\mathsf{T}} \cdot d\mathbf{r}_0 . \tag{2}$$

Тут $d\mathbf{r}_0$, $d\mathbf{r}$ − лінійні розміри безмежно малого матеріального об'єму відповідно у початковому та кінцевому стані, крапочка між тензорами означає згортку одиничної кратності, тобто звичайний скалярний добуток між сусідніми базисними векторами поліадних подань тензорів і векторів. Тензор $\mathbf{F}$ по-різному називають в літературі: ґрадієнт місця [11], а транспонований $\mathbf{F}^{\mathsf{T}}$ − ґрадієнт деформації [19], міра дилатації [4]. На відміну від симетричних тензорів, що характеризують лише деформацію, цей тензор враховує також й обертання матеріального елемента. Він пов'язаний з ґрадієнтом поля переміщень $\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$:

$$\mathbf{F} = \nabla_0 \mathbf{r} = \mathbf{I} + \nabla_0 \mathbf{u} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{F}^{-1} = \nabla \mathbf{r}_0 = \mathbf{I} - \nabla \mathbf{u} . \tag{3}$$

Тут $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{r}$ − радіус-вектор матеріального елемента відповідно у початковому та кінцевому станах. Ґрадієнт ∇_0 − лаґранжевий або матеріальний; ґрадієнт ∇ − Ейлеровий, просторовий, $\mathbf{I}$ − одиничний тензор. Оскільки ґрадієнт переміщень називають тензором дисторсії, то тензор (2) природно називати мірою дисторсії, маючи на увазі під дисторсією поєднання деформації з поворотом. Співвідношення (3) стосуються лише до сумісної повної дисторсії (2), але взагалі дисторсія може бути несумісною. Тому назви «ґрадієнт» (місця чи деформації) не є достатньо загальними, оскільки їх можна застосовувати лише до сумісних мір дисторсії. У загальному випадку факт поділу деформації на пружну та вільну записується таким чином [16]:

$$\mathbf{F} = \tilde{\mathbf{F}} \cdot \hat{\mathbf{F}} . \tag{4}$$

Тут $\tilde{\mathbf{F}}, \hat{\mathbf{F}}$ − відповідно міри вільної і пружної дисторсій. Звідси випливає вираз для міри пружної деформації Альманзі $\hat{\mathbf{A}} = (\hat{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}} \cdot \hat{\mathbf{F}})^{-1}$ через ґрадієнт переміщень і міру вільної деформації Коші $\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{F}} \cdot \tilde{\mathbf{F}}^{\mathsf{T}}$:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \nabla \mathbf{u}) \cdot \tilde{\mathbf{C}} \cdot (\mathbf{I} - \nabla \mathbf{u})^{\mathsf{T}} , \tag{5}$$

що є точним аналогом лінійного виразу для тензора малої пружної деформації через ґрадієнт переміщень і тензор малої вільної деформації (цей вираз закладено у формулу (1)). Підставивши вираз (5) у нелінійне співвідношення пружності для тензора напружень Коші $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\hat{\mathbf{A}})$, отримаємо вираз для напружень через ґрадієнт переміщень і міру вільної деформації. У свою чергу, підставивши цей вираз у рівняння рівноваги $\nabla \cdot \mathbf{T} = \nabla \hat{\mathbf{A}} \therefore \mathbf{T}^{\mathsf{T}}_{,\hat{\mathbf{A}}} = 0$, отримаємо розв'язувальне рівняння у переміщеннях для тіла з вільною деформацією:

$$\left(\nabla \tilde{\mathbf{C}} : \left[\nabla \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{I}_2 \cdot (\nabla \mathbf{r}_0)^{\mathsf{T}} \right] - 2\left[(\nabla \nabla \mathbf{u})^{\mathsf{T}} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \cdot \nabla \mathbf{r}_0 \right] \right) \therefore \mathbf{T}^{\mathsf{T}}_{,\hat{\mathbf{A}}} = 0 . \tag{6}$$

Тут $\mathbf{T}_{,\hat{\mathbf{A}}} \equiv \partial \mathbf{T} / \partial \hat{\mathbf{A}}$ – тензорна похідна від співвідношення пружності; символом «T» позначено операцію транспонування (інверсії), що стосується тензора довільного рангу. Вважаючи вільну деформацію кульовим тензором $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{I}(1 + \tilde{\varepsilon})$, отримаємо систему рівнянь відносно невідомих вектора переміщень і вільної деформації $\tilde{\varepsilon}$, яку замикаємо співвідношеннями інтегральної акустопружності, що пов'язують тензор напружень із швидкістю поширення пружної хвилі. Рівняння (6) також служить вихідним для побудови розв'язувальних рівнянь для задач про пружне збурення напружено-деформованого стану в тілі з початковою несумісною вільною деформацією [12, 7]. Оскільки апріорі покладаємо, що додаткове збурення напружено-деформованого стану є суто пружним, то накопичена несумісна вільна деформація *залишається сталою* під час такого збурення (разом з тим не варто забувати, що пружне збурення може викликати пластичну деформацію, якщо рівень початкових напружень сягає під межу пластичності). Це дає змогу скористатися відомими підходами до побудови відповідних класичних рівнянь для пружного збурення (без урахування початкової несумісної вільної деформації), докладно описаних у літературі, присвяченій як проблемам акустопружності та НКН [1–3], так і нелінійній теорії пружності [11, 25]. Зокрема, в роботах [13, 7] використано методику варіації поля зміщень [11].

Висновки. Поняття початкової деформації, зумовленої полем переміщень, а разом з ним й поняття початкового стану – це ключові поняття механіки деформівного тіла, присвяченої визначенню розрахункових, модельних напружень. Оскільки НКН присвячено визначенню дійсних напружень у діючих конструкціях, то ці поняття безпредметні. Тому НКН суттєво відмінний від класичної механіки, зате схожий на інші галузі фізики, де поняття деформації і початкового стану не використовуються. Зазначимо, що безпредметність понять деформації і переміщення відрізняє НКН також й від свого прямого попередника – лабораторного вимірювання напружень, яке часто зводиться власне до вимірювання переміщень. Неможливість застосування поняття початкової деформації в НКН тягне за собою неможливість застосування феноменологічної бази (фактів ***1°, 2°***) механіки деформівного тіла**.** Розбиваючи кінематично єдину накопичену деформацію на пружну, пов'язану з напруженнями, та вільну, незалежну від напружень, на підставі фактів ***9°–11°*** отримуємо можливість коректно використовувати апарат математичного моделювання класичної механіки до задач НКН.

Отже, в першій частині за допомогою підходу вільної деформації рівняння рівноваги зведено до розв'язувального рівняння в переміщеннях, права частина якого залежить від несумісності поля накопиченої залишкової технологічної деформації. У другій частині цей підхід застосуємо до рівнянь стану, щоб звести їх до рівнянь впливу напружень, які описують феноменологічну базу НКН. Розв'язання цієї задачі вимагає суттєво глибшої розробки моделі вільної деформації, що тягне за собою перегляд деяких хибних положень з основ нелінійної (загальної) механіки деформівного тіла [17].

1. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями: В 2 т. – Киев: Наук. думка, 1986. – Т. 1. – 376 с.; – Т. 2. – 538 с.
2. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями // Прикл. механика. – 2002. – **38**, № 1. – С. 35–78.
   Те саме: *Guz A. N.* Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, No. 1. – С. 23–59.
3. *Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуща О. И.* Введение в акустоупругость. – Киев: Наук. думка, 1977. – 152 с.
4. *Жермен П.* Курс механики сплошных сред. – Москва: Высш. шк., 1983. – 399 с.
5. *Касаткин Б. С., Кудрин А. Б., Лобанов Л. М., Пивторак В. А., Полухин П. И., Чиченев Н. И.* Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. – Киев: Наук. думка, 1981. – 584 с.
6. *Кир'ян В. І., Осадчук В. А., Николишин М. М.* Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. – Львів: СПОЛОМ, 2007. – 320 с.
7. *Кравчишин О. З., Прокопович І. Б.* Співвідношення акустопружності для тіла з вільними деформаціями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2000. – **43**, № 1. – С. 153–156.
8. *Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А.* Пружний та пружно-пластичний стан оболонок з дефектами. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 320 с.
9. *Кушнір Р. М., Прокопович І. Б.* Розрахунок температурних залишкових напружень в оптичних волокнах // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1991. – Вып. 34. – С. 79–83.
10. *Лурье И.* Нелинейная теория упругости. – Москва: Наука, 1980. – 512 с.
11. *Осадчук В. А., Кушнір Р. М., Прокопович І. Б., Чекурін В. Ф.* Розв'язувальні рівняння механіки тіл з власними напруженнями // Доп. АН України. – 1993. – № 2. – С. 60–64.
12. *Осадчук В. А., Прокопович І. Б., Кравчишин О. З.* Лінеаризовані рівняння поширення пружних збурень у тілі з вільними деформаціями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – **40**, № 2. – С. 76–82.
13. *Осадчук В. А., Прокопович І. Б., Сеньків Л. М., Чекурін В. Ф.* Дислокаційне моделювання концентрації зварних залишкових напружень у тонкостінних елементах конструкцій // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – **48**, № 1. – С. 130–134.
14. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М.* Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – Киев: Наук. думка, 1991. – 296 с.
15. *Прокопович І. Б.* Концепція вільної деформації – єдиний підхід до опису пружних ефектів довільного походження. – Львів, 1997. – 93 с. – Машинопис.
16. *Прокопович І. Б.* Нелінійний опис власних напружень, зумовлених вільними деформаціями // Доп. НАН України. – 1995. – № 12. – С. 49–51.
17. *Прокопович І. Б.* Принципи незалежності в рівняннях стану деформівного матеріалу // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – **52**, № 3. – С. 90–102.
18. *Прокопович І. Б., Сеньків Л. М.* Дислокаційний підхід до розрахунку неоднорідного розподілу залишкових напружень вздовж зварного шва // Всеукр. наук. конф. «Сучасні проблеми механіки (до 80-річчя Д. В. Гриліцького)»: Тези доп. (Львів, лист. 2–5, 2004). – Львів, 2004. – С. 167–168.
19. *Трусделл К.* Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. – Москва: Мир, 1975. – 592 с.
20. *Эшелби Дж.* Континуальная теория дислокаций. – Москва: Изд-во иностр. литературы, 1963. – 248 с.
21. *Aben H., Guillemet C.* Photoelasticity of glass. – Berlin: Springer, 1993. – 255 p.
22. *Chekurin V. F., Prokopovych I. B., Senkiv L. M.* Application of crack theory methods to modeling residual stress concentrators in welds in shells // Shell Structures: Theory and Applications: Proc. 8th SSTA Conf. (Jurata, Poland, 12–14 Oct. 2005). – London: Taylor & Francis Group, 2005. – P. 535–537.
23. *Osadchuk V. A., Kushnir R. M., Prokopovich I. B.* On the optimal design of polarization-maintaining optical fibers // Pattern Recognition and Image Analysis.– 1994. – vol. 4.– N 3.– P. 367 – 370.
24. *Prokopovych I. B., Senkiv L. M.* Stressed state of anisotropic cylindrical shells with cuts // Advances in Fracture Resistance in Materials: Proc. 8th Int. Congr. Fracture. – New Delhi: Mc Graw Hill Publ. Co. Ltd, 1996. – Vol. 1. – P. 547–552.
25. *Truesdell C., Noll W.* The non-linear field theories of mechanics. – Berlin – Heidelberg: Springer, 2004. – 602 p.

ОБЩИЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ. I. МЕТОЛОГИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Показано, что неразрушающий контроль напряжений не является частью классической механики деформируемого тела ни по предмету исследования, ни по феноменологической базе, ни по методологии. В общем случае (раздельное, компонентное определение неоднородных, трехосных, трехмерных полей напряжений в условиях наведенной и естественной анизотропии) теоретическая разработка замкнутых математических моделей неразрушающего контроля возможна только при помощи специального подхода свободной деформации, базирующегося на добавочных фактах о связи напряжений с деформацией, бесполезных и пренебрегаемых в классической механике.

GENERAL APPROACH TO MATHEMATICAL MODELS FOR NONDESTRUCTIVE STRESS TESTING. I. METHODOLOGICAL AND PHYSICAL SUBSTANTIATION AND KINEMATIC MODEL

It is shown that the nondestructive stress testing is not a part of the classic solid mechanics both in the subject and phenomenology and methodology. In a general case (separating, component definition of inhomogeneous triaxial 3D stress fields in induced and material anisotropy), the theoretical development of the closed mathematical models for testing is possible only by using of a special approach of free deformation. The approach is based on additional facts about the stress-strain tie what is useless and neglected in the classic mechanics.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
14.10.09