УДК 539.375

О. Є. Андрейків[1,2], Ю. Я. Матвіїв[3], Т. А. Крадінова[3]

# ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ ПЛАСТИН З СИСТЕМАМИ ТРІЩИН В УМОВАХ ДІЇ ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО РОЗТЯГУ І НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

*Сформульовано розрахункову модель для визначення довговічності пластини з системою тріщин за довготривалих статичних навантажень в умовах дії низькотемпературного поля. Розглянуто конкретні випадки системи двох і двоперіодичної системи тріщин.*

**Вступ.** В основі будь-якої кількісної теорії лежать математичні моделі, які описують досліджуваний процес в рамках основних його параметрів. Процес сповільненого руйнування елементів конструкцій за довготривалого статичного навантаження розділяється на дві стадії: стадія зародження тріщини повзучості і стадія її докритичного росту. Відомі в літературі [3, 4, 6, 10, 11, 13] дослідження руйнування матеріалів і елементів конструкції за механізмом низькотемпературної або високотемпературної повзучості в основному зводилися до першої стадії, що ототожнювалося з вичерпанням їх ресурсу.

Як свідчать результати натурних обстежень елементів конструкцій, під час експлуатації їх елементи містять дефекти типу тріщин, що утворилися в результаті їх виготовлення або експлуатації [1, 5, 7]. Руйнування таких елементів за довготривалого статичного навантаження може проходити шляхом поширення тріщин повзучості. Для випадків поширення тріщин високотемпературної повзучості на сьогодні уже відомо [2, 6, 8, 12] ряд теоретичних підходів для визначення періоду їх докритичного росту. Однак для інженерної практики важливими також є розрахунки довговічності елементів конструкцій з тріщинами за довготривалого статичного навантаження і звичайних (кімнатних) або низьких температур, коли вичерпання їх ресурсу проходить шляхом поширення тріщин низькотемпературної повзучості. Тому в цій роботі розроблена розрахункова математична модель для визначення періоду докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в матеріалах з використанням сформульованого раніше [2, 8] авторами енергетичного підходу.

**Випадок однієї тріщини в пластині.** Розглянемо пластину (рис. 1) з прямолінійною тріщиною, яка розміщена вздовж осі $Ox$ з початком $O$ у вершині тріщини в умовах дії низькотемпературного поля ($T < 0.5T_p$ [10], тобто температура $T$ елемента конструкції менша від половини температури $T_p$ плавлення його матеріалу). Довготривалі зусилля $F$ прикладені до пластини так, що у пластині утворюється напружено-деформований стан, симетричний відносно осі $Ox$, а на продовженні тріщини біля її вершини виникають пластичні зони (зони передруйнування), у яких і буде мати місце явище низькотемпературної повзучості. Задача полягає у визначенні такого часу $t = t_*$, після досягнення якого довжина тріщини досягне критичної величини $\ell = \ell_*$ і пластина зруйнується.

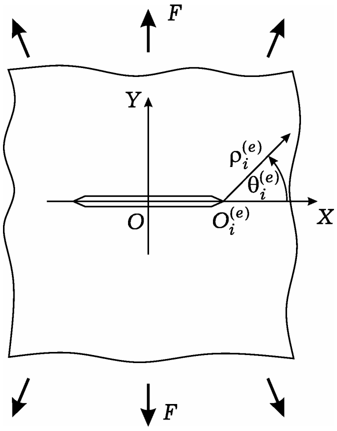

Рис. 1

При розв'язанні задачі поступаємо аналогічно, як у [2, 8]. Вважаючи, що поширення тріщини проходить стрибками, подамо функцію енергії деформування тіла у вигляді двох складових − енергії деформування тіла при інкубаційному періоді до стрибка тріщини і енергії деформування тіла внаслідок її стрибка. Швидкість росту тріщини можна визначити усередненням відношення довжини її стрибка до часу інкубаційного періоду. На основі цього і рівняння балансу швидкостей зміни енергій аналогічно, як у [2, 8], отримуємо таке рівняння для визначення швидкості росту макротріщини низькотемпературної повзучості:

$$V = \frac{\partial[W + A]}{\partial t}\frac{1}{\gamma_f - \gamma_t}. \qquad (1)$$

Тут $W(t)$ – частина енергії пластичних деформацій в результаті повзучості, яка виділяється при постійній довжині тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка $\Delta\ell_c$, залежить тільки від часу $t$ і генерується самим тілом; $A$ – робота зовнішніх сил; $\gamma_f = \sigma_t\delta_c$ – питома енергія руйнування при поширенні тріщини повзучості; $\gamma_t = \sigma_t\delta_t(0,t)$ – питома робота пластичних деформацій в зоні передруйнування; $\delta_t(0,t)$ – біжуче розкриття тріщини в її вершині при усередненому напруженні $\sigma_t$ в зоні передруйнування; $\delta_c$ – критичне значення $\delta_t(0,t)$; $\sigma_t$ визначаємо як середнє значення між границею міцності $\sigma_s$ і границею пластичності $\sigma_{0.2}$, тобто $\sigma_t = (\sigma_s + \sigma_{0.2})/2$.

При визначенні енергетичної складової $W(t)$ необхідно побудувати залежність деформаційної величини $\delta_t(x,t)$ від часу $t$, врахувавши, що в зоні передруйнування проходить процес низькотемпературної повзучості. Як відомо [10], при низькотемпературній повзучості і малій величині початкової деформації у визначенні всього періоду повзучості рівнозначними є як перша, так і друга ділянки кривої повзучості. Цим певною мірою і відрізняється пропонований підхід від аналогічного [2, 8] для високотемпературної повзучості, де весь період повзучості наближено замінювали другим періодом повзучості, тобто періодом усталеної повзучості. У зв'язку з цим, а також з використанням результатів [2, 8, 10, 13] зміну величини $\delta_t(x,t)$ в часі можемо аналітично подати так:

$$\delta_t(x,t) = \delta_0 + a_2 t + a_1 \ln[(1+t)/t_1]. \qquad (2)$$

Тут $a_1$, $a_2$, $t_1$ – експериментальні характеристики, що не залежать від часу.

Вважаючи, що тріщина макроскопічна (всі процеси в зоні передруйнування біля її вершин описуються коефіцієнтом інтенсивності напружень $K_I$), а також поступаючи подібно, як у [2, 8] при визначенні $W(t)$ через $K_I$, і приймаючи, що $V < \alpha_0\delta_c K_I^2 K_C^{-2}$, рівняння (1) для цього випадку пластини з тріщиною запишемо як

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{A_{2t}K_C^{-2m}(K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_C^{-2}K_I^2 - A_{1t}K_C^{-2m}(\alpha_0 K_I^2\sigma_t^{-1}E^{-1})^{-1}(K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}. \qquad (3)$$

Тут $\alpha$, $A_{it}$, $m$, $i = 1,2$, – характеристики повзучості, які визначаються із експерименту; $K_C$ – критичне значення $K_I$ для тонкої пластини за однократного навантаження; $K_{thc}$ – значення $K_I$, за якого не буде поширення тріщини повзучості (нижнє порогове значення на кінетичній діаграмі росту тріщини повзучості); $E$ – модуль пружності.

Якщо вважати, що $V \ll \alpha_0\delta_c K_I^2 K_C^{-2}$, то рівняння (3) набуде такого вигляду:

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{A_{2t}K_C^{-2m}(K_I^{2m} - K_{thc}^{2m}) + 0.5EK_I^{-2}\partial A/\partial t}{1 - K_I^2 K_C^{-2}}, \; V \ll \alpha_0\delta_c K_I^2 K_C^{-2}. \qquad (4)$$

Для повноти математичної моделі до рівнянь (3) або (4) потрібно додати (див. [2, 9]) початкову і кінцеву умови:

$$t = 0, \quad \ell(0) = \ell_0, \quad t = t_*, \quad \ell(t_*) = \ell_*, \quad K_I(\ell_*) = K_{CC}. \tag{5}$$

Тут $K_{CC}$ – критичне значення $K_I$, за якого наступає руйнування пластини з тріщиною (верхнє порогове значення на кінетичній діаграмі росту тріщини повзучості).

Таким чином, при відомих характеристиках матеріалу $K_{CC}$, $A_{1t}$, $A_{2t}$, $K_{thc}$, $\sigma_t$, $m$ період докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в пластині визначається на основі співвідношень (3)–(5).

У випадку поширення тріщини низькотемпературної повзучості у нескінченній пластині при $\partial A/\partial t \approx 0$ отримаємо на основі аналогічних міркувань рівняння для визначення періоду докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості:

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{A_{2t} K_C^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_C^{-2} K_I^2}, \qquad V \ll \alpha_0 K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1}, \tag{6}$$

або

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{A_{2t} K_C^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_C^{-2} K_I^2 - A_{1t} K_C^{-2m} (\alpha_0 K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}, \tag{7}$$

при початковій і кінцевій умовах (5). Для співвідношення (7) величину $K_{CC}$, визначаємо із рівняння

$$1 - K_C^{-2} K_{CC}^2 - A_{1t} K_C^{-2m} (\alpha_0 K_{CC}^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_{CC}^{2m} - K_{thc}^{2m}) = 0. \tag{8}$$

Для умови $V \ll \alpha_0 K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1}$ величина $K_{CC}$ наближено дорівнює $K_{CC} \approx K_C$.

Розв'язуючи рівняння (8) методом послідовних наближень, з точністю до першого наближення отримаємо

$$K_{CC} \approx K_C [1 - A_{1t} K_C^{-2m} (\alpha_0 K_C^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_C^{2m} - K_{thc}^{2m})]^{1/2}, \quad K_{CC} \le K_C. \tag{9}$$

Графічні залежності $V \sim K_I$, побудовані за формулами (6), (7) або за експериментальними даними, називають кінетичними діаграмами поширення тріщин повзучості. Експериментально побудовані такі залежності є характеристиками матеріалів і дозволяють разом зі співвідношеннями (6), (7), (5) визначати залишкову довговічність елементів конструкцій за довготривалого статичного навантаження. Для аналітичного опису такої діаграми виберемо найпростішу формулу (6). Порівнюючи (6) з результатами [12], отримаємо $m \approx 0.7$, $K_{thc} = 5.783$ МПа$\sqrt{м}$, $A_{2t} \approx 0.013$ м/год, $K_{CC} = 11.111$ МПа$\sqrt{м}$, а рівняння (6) набуде такого конкретного вигляду:

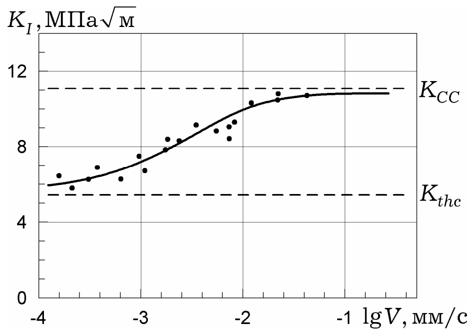

Рис. 2

$$V \approx \frac{4 \cdot 10^{-4} (K_I^{1.4} - 11.661)}{1 - 8 \cdot 10^{-3} K_I^2}. \tag{10}$$

На рис. 2 наведено кінетичні діаграми $V \sim K_I$ поширення тріщини повзучості в полімерному композиційному матеріалі згідно з експериментальними даними роботи [12] (позначено кружечками) і обчислену за формулою (10) (суцільна крива).

**Постановка задачі у випадку пластини із системою тріщин.** Розглянемо пластину, послаблену системою $m$ макроскопічних тріщин та піддану дії низькотемпературного поля і довготривалих статичних зусиль, точки прикладання яких достатньо віддалені від контурів тріщини і які характеризуються силовим параметром $F$. Нехай конфігурація пластини і геометричне розміщення тріщин визначаються лінійними параметрами $a_1,\ldots,a_n$, а геометрична конфігурація кожної тріщини – параметрами $b_1,\ldots,b_m$.

В $e$-й вершині кожної тріщини $L_i$ виберемо локальну систему координат $O_i^{(e)}\rho_i^{(e)}\theta_i^{(e)}$ (рис. 1) і позначимо через $\Delta\ell_i^{(e)}$ приріст $i$-ї тріщини відповідно на її кінцях ($e = 1,2$). Задача полягає у визначенні такого часу $t = t_*$, після досягнення якого довжина однієї з тріщин $L_k$ досягне критичного значення $\ell_k = \ell_{k*}$ і пластина зруйнується.

Для реалізації такої задачі зробимо узагальнення на такий випадок наведеного вище енергетичного підходу, а також скористаємося відомою [2, 8] гіпотезою, що поширення тріщин повзучості буде проходити у напрямку максимально можливих їх швидкостей. В результаті цього задачу зведемо до розв'язання такої системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\ell_i^{(e)}}{dt} = \frac{W_i^{(e)}}{\gamma_{ic} - \gamma_{it}}, \qquad \frac{\partial}{\partial\theta_i^{(e)}}\left[\frac{W_i^{0(i)}}{\gamma_{ic}^{(e)} - \gamma_{it}^{(e)}}\right]_{\theta_i^{(e)}=\theta_{it}^{(e)}} = 0 \tag{11}$$

за початкових

$$t = 0, \qquad \ell_i^{(e)}(0) = \ell_{i0}^{(e)} \tag{12}$$

та кінцевих умов

$$t = t_*, \qquad \ell_k^{(e)}(t_*) = \ell_{k*}^{(e)}, \qquad \gamma_{kt}^{(e)}(\ell_{k*}^{(e)}) = \gamma_{kc}^{(e)}, \tag{13}$$

$$\max_i[\gamma_{it}^{(e)}(\ell_{i*}^{(e)})(\gamma_{ic}^{(e)})^{-1}] = \gamma_{kt}^{(e)}(\ell_{k*}^{(e)})(\gamma_{kc}^{(e)})^{-1}, \quad i = 1,\ldots,m, \quad e = 1,2.$$

Тут $W_i^{(e)}$ – робота пластичних деформацій розтягу у зоні передруйнування біля вершин тріщини $L_i$, які генерує саме тіло [2, 8]; $\gamma_{ic}^{(e)}$ – густина енергії руйнування матеріалу біля вершин тріщини $L_i$; $\gamma_{it}^{(e)}$ – густина дисипації енергії пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершин тріщини $L_i$; $\theta_{it}^{(e)}$ – значення кутів $\theta_i^{(e)}$, що визначають напрямок поширення кінців $L_i$ тріщини; $\ell_{i*}^{(e)}$ – критичне підростання $e$-го кінця тріщини $L_i$ при руйнуванні пластини. Згідно з [2, 8], ці величини визначатимемо наближено так:

$$W_i^{(e,s)}(\ell) \int\limits_0^{\ell_{ijp}^{(e,s)}} (\delta_{iI\theta}^{(e,s)}(x)\sigma_{i0t}^{(e,s)} + \delta_{iII\theta}^{(e,s)}(x)\tau_{i0t}^{(e,s)})\,dx - \gamma_{ithc}^{(e,s)},$$

$$\delta_{iIt}^{(e)} = \frac{(K_{iI\theta}^{(e)})^2}{2E\,\sigma_{i0t}^{(e)}}, \; \gamma_{ic}^{(e)} = \delta_{ic}^{(e)}\sigma_{i0c}^{(e)} = \frac{K_{CC}^2}{E}, \; \gamma_{it}^{(e)}(\ell) = \delta_{it}^{(e)}\sigma_{it}^{(e)} = \delta_{iIt}^{(e)}\sigma_{i0t}^{(e)} + \delta_{iIIt}^{(e)}\tau_{i0t}^{(e)},$$

$$\delta_{iIIt}^{(e)} = \frac{(K_{iII\theta}^{(e)})^2}{2E\,\tau_{i0t}^{(e)}}, \quad \ell_{iIp}^{(e)} = \frac{(K_{iI\theta}^{(e)})^2}{4(\sigma_{i0t}^{(e)})^2}, \quad \ell_{iIIp}^{(e)} = \frac{(K_{iII\theta}^{(e)})^2}{4(\tau_{i0t}^{(e)})^2}, \quad j = I, II. \tag{14}$$

Тут $\gamma_{i\,thc}^{(e)}$ – величина роботи пластичних деформацій в зоні передруйнування біля вершини $e$ $i$-ї тріщини, яка не викликає її розкриття; $\delta_{it}^{(e)}(x)$ – розкриття в зоні передруйнування біля вершини $e$ тріщини $L_i$; $\delta_{iI\theta}^{(e)}, \delta_{iII\theta}^{(e)}$ –

проекції $\delta_{it}^{(e)}(x)$ на напрямні орти полярної системи координат $O_i^{(e)}\rho_i^{(e)}\theta_i^{(e)}$ (рис. 1); $\sigma_{it}^{(e)}$ − усереднені напруження в зоні передруйнування біля $e$-ї вершини тріщини $L_i$; $\sigma_c$ − їх критичне значення, яке для ідеально пружно-пластичного матеріалу дорівнює його текучості $\sigma_T$; $\sigma_{i0t}^{(e)}$, $\tau_{i0t}^{(e)}$ − відповідні їх проекції; $K_{iI}^{(e)}$, $K_{iII}^{(e)}$ − коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) біля $e$-ї вершини $i$-ї тріщини вздовж лінії її розміщення; $K_{iI\theta}^{(e)}$, $K_{iII\theta}^{(e)}$ − аналогічні значення вздовж напрямку під кутом $\theta$ до дотичної в $e$-му кінці $i$-ї тріщини; $\ell_{ijp}^{(e)}$ − розмір зони передруйнування біля $e$-ї вершини тріщини $L_i$ ($\ell_{iIp}^{(e)}$ − для тріщини нормального відриву, $\ell_{iIIp}^{(e)}$ − для тріщини поперечного зсуву).

Проілюструємо цей підхід на прикладах розв'язання конкретних задач.

**Пластина з двома тріщинами.** Розглянемо пластину, яка містить дві рівні колінеарні тріщини вздовж осі $Ox$ на відрізках $-b \le x \le -a$ і $a \le \le x \le b$, знаходиться під дією низькотемпературного поля і довготривалих статичних зусиль $p$ (рис. 3). При цьому вважаємо, що тріщини макроскопічні, а зовнішні розтягувальні зусилля $p$ прикладені на нескінченності так, що напружено-деформований стан є симетричним відносно лінії розміщення тріщин, тобто описується в околі їх вершин тільки коефіцієнтом інтенсивності напружень $K_I$.

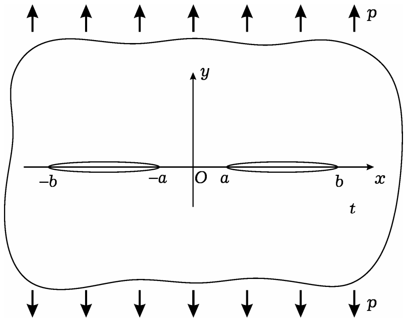

Рис. 3

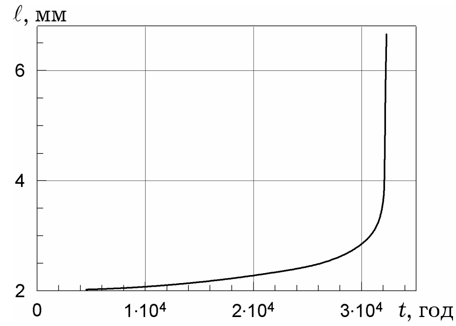

Рис. 4

Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, коли в результаті низькотемпературної повзучості тріщини підростуть до критичного розміру $\ell_* = b_* - a_*$ і пластина зруйнується. Для розв'язку такої задачі використовуємо математичні моделі (6), (5), (11)−(13). З огляду на це для визначення $t = t_*$ отримаємо такі рівняння:

$$\frac{db}{dt} = A_{2t}K_{CC}^{-2m}[K_{Ib}^{2m}(a,b) - K_{thc}^{2m}][1 - K_{CC}^{-2}K_{Ib}^{2}(a,b)]^{-1},$$

$$\frac{da}{dt} = A_{2t}K_{CC}^{-2m}[K_{Ia}^{2m}(a,b) - K_{thc}^{2m}][1 - K_{CC}^{-2}K_{Ia}^{2}(a,b)]^{-1} \qquad (15)$$

за початкових і кінцевих умов:

$$t = 0, \quad a(0) = a_0, \quad b(0) = b_0, \quad t = t_*, \quad a(t_*) = a_*, \quad b(t_*) = b_*,$$

$$\max_i [K_{Ia}(a_*, b_*); K_{Ib}(a_*, b_*)] = K_{Ik}(a_*, b_*), \qquad K_{Ik}(a_*, b_*) = K_{CC}. \qquad (16)$$

Відомо [14], що для розглядуваної задачі коефіцієнти інтенсивності напружень $K_I$ відповідно біля вершин тріщин $a$ і $b$ матимуть вигляд

$$K_{Ia}(b) = \frac{\sqrt{\pi}\,(1 - \mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k))}{p^{-1}b^{-2}\sqrt{b(b^2 - a^2)}}, \qquad K_{Ib}(a) = \frac{\sqrt{\pi}\,(b^2\mathbf{E}(k)/(a^2\mathbf{K}(k)) - 1)}{p^{-1}b^{-2}\sqrt{a(b^2 - a^2)}}, \qquad (17)$$

де $\mathbf{K}(k)$ − повний еліптичний інтеграл першого роду з модулем $k = \dfrac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$; $\mathbf{E}(k)$ − повний еліптичний інтеграл другого роду.

Тоді сформульована вище задача (15), (16) з урахуванням співвідношення (17) і умови $K_I \gg K_{thc}$ зведеться до такої системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{db}{dt} = A_{2t}\left(\frac{\pi p^2 b^3 (1 - \mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k))^2}{(b^2 - a^2)K_{CC}^2}\right)^m \left(1 - \frac{\pi p^2 b^3 (1 - \mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k))^2}{(b^2 - a^2)K_{CC}^2}\right)^{-1},$$

$$\frac{da}{dt} = -A_{2t}\left(\frac{\pi p^2 b^4 (\mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k) - a^2/b^2)^2}{a(b^2 - a^2)K_{CC}^2}\right)^m \times$$

$$\times\left(1 - \frac{\pi p^2 b^4 (\mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k) - a^2/b^2)^2}{a(b^2 - a^2)K_{CC}^2}\right)^{-1} \qquad (18)$$

з початковими і кінцевими умовами

$$t = 0, \quad a(0) = a_0, \quad b(0) = b_0, \quad t = t_*, \quad a(t_*) = a_*, \quad b(t_*) = b_*. \qquad (19)$$

Задамо параметри системи рівнянь (18) для матеріалу пластини з Allow 100 [10] так:

$$E = 1.9 \cdot 10^5\ \text{МПа}, \quad A_1 = 0.059\ \text{м/год}, \quad m = 7.53, \quad K_I \gg K_{thc},$$

$$\ell_0 = 2\ \text{мм}, \quad p = 0.2186 K_{IC}.$$

Систему диференціальних рівнянь (18) з початковими і кінцевими умовами (19) розв'язуємо чисельно методом Рунге − Кута. На основі цього знайдено, що довговічність пластини з системою компланарних тріщин буде $t_* = 3.2 \cdot 10^4$ год, а критична довжина тріщин $\ell_* = 6.6$ мм. Разом з тим на рис. 4 побудовано залежність довжини тріщин $\ell$ від часу $t$ її росту. Як бачимо на рис. 4, при наближенні довжини тріщини до $\ell = \ell_*$ швидкість її росту прямує до нескінченності.

**Пластина з двоперіодичною системою тріщин.** Розглянемо нескінченну пластину, послаблену двоперіодичною системою прямолінійних тріщин довжини $2\ell$, центри яких розміщені у вузлах квадратної решітки зі стороною $d$ (рис. 5).

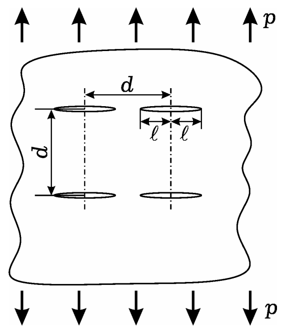


Рис. 5

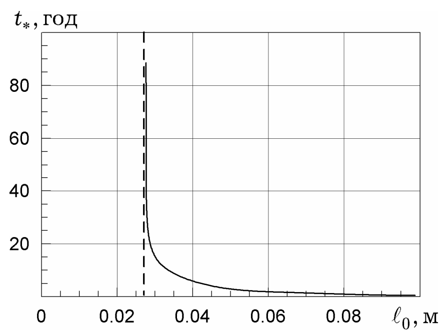


Рис. 6

Вважаємо, що пластина в умовах дії низькотемпературного поля розтягується на нескінченності рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності $p$, направленими перпендикулярно до ліній розміщення тріщин. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, коли довжина тріщин в результаті низькотемпературної повзучості підросте до критичного розміру $\ell(t_*) = \ell_*$ і відбудеться руйнування пластини. На основі викладеного вище задача зведеться до розв'язання такого диференціального рівняння:

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{A_{2t} K_{CC}^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_{CC}^{-2} K_I^2} . \tag{20}$$

Для визначення періоду докритичного росту тріщини $t = t_*$ до рівняння (20) додаємо початкову і кінцеву умови:

$$t = 0, \quad \ell(0) = \ell_0, \quad t = t_*, \quad \ell(t_*) = \ell_*, \quad K_I(p, \ell_*) = K_{CC} . \tag{21}$$

На основі результатів роботи [14] коефіцієнт інтенсивності напружень $K_I$ для цього випадку будемо визначати як

$$K_I = p(\pi\ell)^{1/2}(1 + 8.77 \cdot 10^{-2}\pi\lambda^2 + 3.79 \cdot 10^{-3}\pi^2\lambda^4 -$$

$$- 2.6 \cdot 10^{-3}\pi^3\lambda^6 + O(\lambda^8)), \quad \lambda = 2\ell d^{-1} . \tag{22}$$

Вважаємо, що пластина виготовлена із полімерного композиційного матеріалу, для якого кінетична діаграма поширення тріщини низькотемпературної повзучості описується рівнянням (10) при $d = 0.3$ м, $p = 19.8$ МПа. Тоді період $t = t_*$ докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості буде визначатися формулою

$$t_* = 2500 \int_{\ell_0}^{0.10} \frac{1 - 8 \cdot 10^{-3} K_I^2}{(K_I^{1.4} - 11.661)} d\ell . \tag{23}$$

За допомогою співвідношення (23) на рис. 6 побудовано графічну залежність залишкового ресурсу $t = t_*$ пластини, послабленої двоперіодичною системою тріщин від початкової довжини тріщини $\ell_0$. Як бачимо на рис. 6, залишкова довговічність пластини $t_*$ істотно залежить від початкового розміру тріщини $\ell_0$.

**Висновки.** За допомогою раніше сформульованого авторами енергетичного підходу побудовано математичну модель для визначення періоду докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в пластинах. На її основі розраховано залишковий ресурс пластин з системою двох тріщин та двоперіодичною системою тріщин за довготривалого статичного розтягу та низькотемпературного поля.


1. *Андрейкив А. Е.* Пространственные задачи теории трещин. – Киев: Наук. думка, 1982. – 348 с.
2. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доп. НАН України. – 2006. – № 5. – С. 47–52.
3. *Каминский А. А.* Механика разрушения вязкоупругих тел. – Киев: Наук. думка, 1980. – 157 с.
4. *Лепин Г. Ф.* Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – Москва: Металлургия, 1976. – 375 с.
5. *Панасюк В. В., Андрейкив О. Є., Партон В. З.* Основы механики разрушения. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.
6. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – Москва: Металлургия, 1986. – 280 с.
7. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. – Москва: Наука, 1974. – 640 с.
8. *Andreikiv O. Ye., Sas N. B.* Fracture mechanics of metal plates under high-temperature creep // Mater. Sci. – 2006. – **42**, No. 2. – P. 210–219.
   Те саме: *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металевих пластин за високотемпературної повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – **42**, № 2. – С. 62–68.
9. *Fuji A., Kitagawa M.* A comparison of creep crack growth behaviour in nickel based super alloy with low alloy steel // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selected papers from the 8th Int. Conf. on Fracture (ICF-8), 1993. – Pergamon, 1994. – P. 487–495.

10. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York – London: Macmillan Company, 1970. – 343 p.
11. *Jakowluk A.* Procesy pełzania i zmęczenia w materiałach. – Warszawa: Wyd-wo nauk.-techn., 1993. – 271 s.
12. *Kaminsky A. A.* Subcritical crack growth in polymer composite materials under creep // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selected papers from the 8th Int. Conf. on Fracture (ICF-8), 1993. – Pergamon, 1994. – P. 513–520.
13. *Nadai A.* Theory of flow and fracture of solids. – New York, Toronto and London: McGraw Hill, 1950–1953. – 705 p.
14. *Stress* intensity factors handbook: In 2 Vol. / Ed. Yu. Murakami. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – XLIX, XXXIX + 1456 p.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПЛАСТИН С СИСТЕМАМИ ТРЕЩИН В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ДОЛГОВРЕМЕННОГО СТАТИЧЕСКОГО РАСТЯЖЕНИЯ И НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

*Сформулирована расчетная модель для определения долговечности пластины с системой трещин при долговременных статических нагрузках в условиях действия низкотемпературного поля. Рассмотрены конкретные случаи системы двух и двоякопериодической системы трещин.*

**DETERMINATION OF DURABILITY OF PLATES WITH SYSTEM OF CRACKS UNDER ACTION OF PROLONGED STATIC TENSION AND LOW-TEMPERATURE FIELD**

*The computational model to determine the durability of the plate with a system of cracks under the prolonged static loads and the low-temperature field is formulated. The concrete cases of two and doubly periodic system of cracks are considered.*

[1] Фіз.-мех. ін-т ім. Г. Карпенка, Львів,
[2] Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів,
[3] Луцьк. нац. техн. ун-т, Луцьк

Одержано
21.05.11