

АНТИПЛОСКА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА ДЛЯ АНІЗОТРОПНИХ ТІЛ З ПОРОЖНИНАМИ І ТРІЩИНАМИ

Антиплоску динамічну задачу теорії пружності для анізотропного тіла з порожнинами і тріщинами зведено до задачі для деякого ізотропного матеріалу. Для випадку падаючої гармонічної хвилі виконано дослідження установлених коливань ортотропного тіла з тріщинами.

Розглядається антиплоска динамічна задача теорії пружності для анізотропного тіла, послабленого порожнинами і тріщинами, на яких задано зусилля або переміщення. Показано, що при відповідно вибраному афінному перетворенні у новій системі координат поставлена задача зводиться до розв'язування допоміжної задачі теорії пружності для деякого ізотропного матеріалу. Інші підходи до дослідження динамічних задач теорії пружності за антиплоскої деформації анізотропних тіл із тріщинами і порожнинами розглядалися в [4, 8, 9]. Динамічні антиплоскі задачі для ізотропних тіл є добре вивченими в літературі [1–3, 5–7].

Постановка задачі. Віднесемо циліндричне тіло з порожнинами до декартової системи координат $Oxyz$ так, щоб вісь Oz була паралельна до твірної. Позначимо через D область, яку займає переріз тіла $z = 0$, і через $w = w(x, y, \tau)$ – переміщення тіла, де τ – час. Приймемо, що на граничних кривих, які обмежують область D , відомі: переміщення $w = w_D(x, y, \tau)$ при $(x, y) \in L_p^{(w)}$, $p = 1, \dots, P$, дотичні зусилля $\tau_n = T_D(x, y, \tau)$ при $(x, y) \in L_q^{(T)}$, $q = 1, \dots, Q$. Тут w_D, T_D – відомі на відповідному контурі функції. Позначимо через L_m , $m = 1, \dots, M$, криві, на яких розміщені тріщини. До тріщин прикладено дотичні зусилля $\tau_n = T_L(x, y, \tau)$, однакові на протилежних берегах.

Початкові умови задаємо у вигляді

$$w|_{\tau=0} = w_0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = w_1, \quad (x, y) \in D, \quad (1)$$

де $w_0 = w_0(x, y)$, $w_1 = w_1(x, y)$ – відомі функції.

Закон Гука має вигляд

$$\varepsilon_{yz} = a_{44}\tau_{yz} + a_{45}\tau_{xz}, \quad \varepsilon_{xz} = a_{45}\tau_{yz} + a_{55}\tau_{xz}, \quad (2)$$

де a_{ij} – пружні сталі. Запишемо співвідношення (2) у вигляді

$$\tau_{xz} = c_{11} \frac{\partial w}{\partial x} - c_{12} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -c_{12} \frac{\partial w}{\partial x} + c_{22} \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (3)$$

де

$$c_{11} = \frac{a_{44}}{\Delta}, \quad c_{22} = \frac{a_{55}}{\Delta}, \quad c_{12} = \frac{a_{45}}{\Delta}, \quad \Delta = a_{44}a_{55} - a_{45}^2.$$

Підставивши співвідношення (3) для визначення напружень у рівняння рівноваги, отримуємо

$$\Omega w - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0. \quad (4)$$

Тут $\Omega = c_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2c_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + c_{22} \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; ρ – густина.

Напруження на межі області D через переміщення визначаються за формулою $\tau_n = \tau_{xz}n_1 + \tau_{yz}n_2$, де $n_{1,2}$ – напрямні косинуси нормалі до межі, а дотичні напруження визначаються за співвідношеннями (3).

Крайова задача у новій системі координат. Перейдемо до нових змінних (ξ, η) : $\xi = x + \alpha y$, $\eta = \beta y$, де α, β – довільні сталі. Вибравши сталі α, β наступним чином:

$$\alpha = \frac{c_{12}}{c_{22}}, \quad \beta = \frac{\sqrt{c_{11}c_{22} - c_{12}^2}}{c_{22}}, \quad (5)$$

рівняння (4) у новій системі координат запишемо у вигляді

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) W - \frac{\rho}{c_{22}\beta^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = 0, \quad (6)$$

де $W(\xi, \eta) = w(x, y)$ при заміні $x = x(\xi, \eta) = \xi - \frac{\alpha}{\beta} \eta$, $y = y(\xi, \eta) = \frac{1}{\beta} \eta$.

Знайдемо тепер дотичні напруження на довільній площинці в точці (x_0, y_0) , нормаль до якої нахилена під кутом γ до осі Ox . Дотичні напруження у нових змінних набудуть вигляду

$$\tau_n = [(c_{11} - c_{12}\alpha)n_1 + (-c_{12} + c_{22}\alpha)n_2] \frac{\partial W}{\partial \xi} + (-c_{12}\beta n_1 + c_{22}\beta n_2) \frac{\partial W}{\partial \eta}. \quad (7)$$

Виразимо напрямні косинуси (n_1, n_2) площинки через напрямні косинуси (N_1, N_2) відповідної площинки у допоміжній системі координат. Для цього рівняння прямої, на якій лежить площинка, в основній системі координат запишемо у вигляді

$$x - x_0 = s \cos \theta, \quad y - y_0 = s \sin \theta, \quad -\infty < s < \infty,$$

де $\theta = \gamma - \pi/2$. Тоді цій прямій у новій системі координат (ξ, η) буде відповідати пряма $\xi - \xi_0 = gs \cos \Theta$, $\eta - \eta_0 = gs \sin \Theta$, де (ξ_0, η_0) – точка, яка відповідає точці з координатами (x_0, y_0) ; Θ – кут нахилу цієї прямої до осі $O\xi$,

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\beta \sin \theta}{\cos \theta + \alpha \sin \theta}, \quad g = \sqrt{\cos^2 \theta + 2 \frac{c_{12}}{c_{22}} \cos \theta \sin \theta + \frac{c_{11}}{c_{22}} \sin^2 \theta}.$$

Оскільки кут між нормаллю і віссю $O\xi$ дорівнює $\pi/2 + \Theta$, то

$$n_1 = \frac{g}{\beta} N_1, \quad n_2 = g \left(\frac{\alpha}{\beta} N_1 + N_2 \right).$$

Підставивши ці співвідношення у формулу (7), отримуємо просту формулу для визначення дотичних напружень у новій системі координат:

$$\tau_n = c_{22}\beta g \left(\frac{\partial W}{\partial \xi} N_1 + \frac{\partial W}{\partial \eta} N_2 \right) = \sqrt{c_{11}c_{22} - c_{12}^2} g(\theta) \frac{\partial W}{\partial N}. \quad (8)$$

Таким чином, антиплоску задачу звели до розв'язування в допоміжній області рівняння відносно переміщень $W(\xi, \eta) = w(x, y)|_{x=\xi-\eta(\alpha/\beta), y=\eta/\beta}$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) W - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = 0, \quad (\xi, \eta) \in V, \quad (9)$$

за крайових умов

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial N} &= \frac{T_V(\xi, \eta, \tau)}{c_{11}g_n(\gamma)}, & (\xi, \eta) \in \Gamma_q^{(T)}, & \quad q = 1, \dots, Q, \\ \frac{\partial W}{\partial N} &= \frac{T_\Gamma(\xi, \eta, \tau)}{c_{11}g_n(\gamma)}, & (\xi, \eta) \in \Gamma_m, & \quad m = 1, \dots, M, \\ W &= w_V(\xi, \eta, \tau), & (\xi, \eta) \in \Gamma_p^{(w)}, & \quad p = 1, \dots, P, \end{aligned} \quad (10)$$

де V , $\Gamma_q^{(T)}$, Γ_m і $\Gamma_p^{(w)}$ – область і контури в площині (ξ, η) , які відповідають області D і граничним контурам $L_q^{(T)}$, L_m та $L_p^{(w)}$ при афінному перетворенні $\xi = x + \alpha y$, $\eta = \beta y$,

$$\begin{aligned} T_\Gamma(\xi, \eta, \tau) &= T_L(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), \tau), \\ w_V(\xi, \eta, \tau) &= w_D(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), \tau), \quad T_V(\xi, \eta, \tau) = T_D(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), \tau), \\ C &= \varepsilon \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}}, \quad g_n(\gamma) = \varepsilon \sqrt{\frac{c_{22}}{c_{11}} \sin^2 \gamma - 2 \frac{c_{12}}{c_{11}} \cos \gamma \sin \gamma + \cos^2 \gamma}, \quad \varepsilon = \sqrt{1 - \frac{c_{12}^2}{c_{11} c_{22}}}, \end{aligned}$$

γ – кут між нормаллю до граничного контуру або тріщини і віссю Ox .

Отже, розв'язування антиплоскої задачі для анізотропного тіла звели до розв'язування в допоміжній системі координат антиплоскої задачі для ізотропного тіла зі швидкістю поширення поперечних хвиль C з відповідно модифікованими крайовими умовами (10). Дотичні напруження на нахилених площинках визначаються за формулами (8).

Падаюча хвиля. Розглянемо випадок хвилі, що падає під кутом φ до осі Ox . У загальному випадку для тіла з порожнинами і тріщинами переміщення подамо у вигляді суми основної і коригувальної складових:

$$w = w_i + f.$$

При цьому основна складова у вихідній системі координат визначається переміщеннями у суцільному тілі, які мають вигляд [9]

$$w_i = f_i(\tau - (x \cos \varphi + y \sin \varphi) \sqrt{\rho/J}),$$

де f_i – задана функція (може бути довільною), яка задає вигляд падаючої хвилі, $J = \sqrt{c_{11} \cos^2 \varphi - 2c_{12} \cos \varphi \sin \varphi + c_{22} \sin^2 \varphi}$.

Запишемо цей розв'язок у нових змінних. Для цього врахуємо

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \gamma_1 \xi + \gamma_2 \eta = r(\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi),$$

де

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \cos \varphi, \quad \gamma_2 = (-\alpha \cos \varphi + \sin \varphi)/\beta, \\ r &= \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \quad \operatorname{tg} \Phi = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{c_{12}}{c_{22}} \right) \frac{c_{22}}{\sqrt{c_{11} c_{22} - c_{12}^2}}. \end{aligned}$$

Оскільки $r\sqrt{\rho} = J/C$, то звідси маємо

$$(x \cos \varphi + y \sin \varphi) \sqrt{\rho/J} = (\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)/C.$$

Тоді

$$w_i(x, y, \tau) \Big|_{x=x(\xi, \eta), y=y(\xi, \eta)} = W_i(\xi, \eta, \tau),$$

де

$$W_i = f_i(\tau - (\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)/C).$$

Таким чином, у допоміжній системі координат отримали відомі співвідношення для падаючої зі швидкістю C поперечної хвилі в ізотропному тілі під кутом Φ відносно осі $O\xi$.

Коригувальну складову f визначимо із рівняння (9). У випадку тіла з порожнинами і тріщинами, вільними від навантаження, крайові умови на них мають вигляд

$$\frac{\partial f}{\partial N} = -\frac{\partial W_q}{\partial N}, \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_q, \quad q = 1, \dots, Q. \quad (11)$$

Тобто визначення коригувальної складової за розгляду падаючої хвилі виконується за тими ж формулами, що й для ізотропного тіла.

Прямолінійні тріщини. Розглянемо прямолінійну тріщину півдовжини d , кут нахилу якої до вісі Ox дорівнює θ і центр розміщено в точці з координатами (x_c, y_c) . У новій системі координат їй відповідає тріщина півдовжини δ з кутом нахилу Θ і координатами центру (X_c, Y_c) , які визначаються так:

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\beta \sin \theta}{\cos \theta + \alpha \sin \theta}, \quad \delta = d \cdot g(\theta), \quad X_c = x_c + \alpha y_c, \quad Y_c = \beta y_c. \quad (12)$$

Дотичні напруження на прямих, паралельних до тріщин, набудуть вигляду

$$\tau_n = G_\theta \frac{\partial W}{\partial N}, \quad (13)$$

де $G_\theta = \sqrt{c_{11}c_{22} - c_{12}^2} g(\theta)$. Зазначимо, що для горизонтально розміщених тріщин маємо $G_\theta = \sqrt{c_{11}c_{22} - c_{12}^2}$.

Розглянемо анізотропне тіло з паралельними тріщинами довжини d_p , нахиленими під кутом θ до осі Ox . У цьому випадку у допоміжній області отримуємо задачу для системи паралельних тріщин довжини δ_p з кутами нахилу Θ та центрами (X_c^p, Y_c^p) , які визначаються за формулами (12). Дотичні напруження у допоміжній області на прямих, паралельних до тріщин, визначаються за формулами (13).

Тобто в цьому випадку отримали відому задачу для ізотропного тіла з прямолінійними паралельними тріщинами з модулем зсуву G_θ і швидкістю поширення поперечної хвилі C . Звідси, зокрема, випливає, що відомі в літературі результати для ізотропних тіл з прямолінійними тріщинами, на яких задано сталі зусилля, безпосередньо переносяться на анізотропні тіла. При цьому значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) для анізотропного тіла визначаються безпосередньо із знайдених для введеного ізотропного тіла (оскільки КІН визначаються на основі напружень на продовженні тріщин, що також знаходяться за формулою (13)).

Також для тіла, на яке падає хвиля під кутом φ , аналогічні результати отримуються із розгляду ізотропного тіла, в якому хвиля поширюється із швидкістю C під зміненим напрямком Φ .

Усталені коливання. Приймемо, що відомі функції мають вигляд

$$T_V(\xi, \eta, \tau) = T e^{-i\omega\tau}, \quad T_I(\xi, \eta, \tau) = H e^{-i\omega\tau}, \quad w_V(\xi, \eta, \tau) = v(\xi, \eta) e^{-i\omega\tau},$$

де ω – частота коливань.

Розв'язок задачі про усталені коливання шукаємо у вигляді $W = F e^{-i\omega\tau}$. Тоді отримуємо рівняння і граничні умови вигляду

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) F + K^2 F = 0, \quad (\xi, \eta) \in V, \quad (14)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = \frac{T(\xi, \eta)}{c_{11}g_n}, \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_q^{(T)}, \quad q = 1, \dots, Q,$$

$$\frac{\partial F}{\partial N} = \frac{H(\xi, \eta)}{c_{11}g_n}, \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_m, \quad m = 1, \dots, M,$$

$$F = v(\xi, \eta), \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_p^{(w)}, \quad p = 1, \dots, P, \quad (15)$$

де $K = \frac{\omega}{C} = \frac{\omega}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}}}$.

Розглянемо випадок гармонічної хвилі, яка падає під кутом φ до осі Ox . Тоді переміщення в суцільному тілі будуть

$$w_i = C_i \exp\left(i \frac{\omega \sqrt{\rho}}{J} (x \cos \varphi + y \sin \varphi)\right),$$

де C_i – стала. Тут часовий множник $e^{-i\omega\tau}$ пропущено.

У нових змінних маємо

$$W_i = C_i \exp(iK(\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)). \quad (16)$$

Нормальна похідна від цієї функції набуде вигляду

$$\frac{\partial W_i}{\partial N} = iKC_i \cos(\Phi - \gamma_N) \exp(iK(\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)), \quad (17)$$

де γ_N – кут між нормаллю до кривої Γ і віссю $O\xi$.

У загальному випадку тіла з порожнинами і тріщинами переміщення зобразимо у вигляді $W = W_i + F$, де функція F визначається із рівняння (14). У випадку, коли порожнини і тріщини вільні від навантаження, крайові умови на них мають вигляд

$$\frac{\partial F}{\partial N} = -\frac{\partial W_i}{\partial N}, \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_q^{(T)}, \quad q = 1, \dots, Q, \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_m, \quad m = 1, \dots, M. \quad (18)$$

Похідна вздовж нормалі до тріщини від падаючої хвилі визначається за формулою (17) при $\gamma_n = \Theta + \pi/2$.

Паралельні тріщини. На основі викладеного вище дослідимо ізотропне тіло з паралельними тріщинами довжини δ_q , нахиленими під кутом Θ (які знаходимо згідно з введеним вище афінним перетворенням) при значенні хвильового числа $k = K$ і швидкістю поширення хвиль C . Приймемо, що на це тіло під кутом Φ падає гармонічна хвиля, яка має вигляд

$$w_i^D = C_i \exp(iK(\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)).$$

Розв'язок задачі подамо у вигляді $w^D = w_i^D + F$, де функція F визначається із рівняння (14). Дотичні напруження на тріщинах, що відповідають частковому розв'язку w_i^D , набудуть вигляду

$$\tau_n = G_\theta \frac{\partial w_i^D}{\partial N} = \sigma \cos(\Phi - \gamma_N) \exp(iK(\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)), \quad (\xi, \eta) \in \Gamma_m,$$

де $m = 1, \dots, M$, $\sigma = iG_\theta KC_i$, γ_N – кут між нормаллю до тріщин і віссю Ox .

Для знаходження коригувального розв'язку необхідно розглянути задачу зсуву для ізотропного тіла, пружні сталі якого дорівнюють G_θ , а до берегів тріщин в якому прикладено дотичні зусилля $-\tau_n$. Знайдені КІН для цього тіла і будуть розв'язком поставленої задачі.

Отже, отримали задачу для ізотропного тіла з модулем зсуву G_θ при падінні під кутом Φ пружної хвилі та хвильовим числом K .

Результати розрахунків. Для оцінки ефективності розробленого підходу досліджено задачу для тріщини півдовжини a , яка розміщена на осі Ox при падінні гармонічної хвилі під кутом θ до осі Oy [9].

Розв'язування відповідної задачі в допоміжній системі $O\xi\eta$ проведено за допомогою методу інтегральних рівнянь. Результати обчислень КІН для ортотропного тіла з пружними сталими $a_{44} = 1/C_{44}$, $a_{55} = 1/C_{55}$, $C_{44} = 3.39 \cdot 10^9$ Па, $C_{55} = 6.16 \cdot 10^9$ Па при падінні гармонічної хвилі під кутом θ до осі Oy для значень $\theta = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$ наведено на рис. 1. Кривим 1 відповідають залежності від параметра $k = k_1 a$ відносних КІН $F_{III} = |K_{III}/K_{III}^0|$ у лівій вершині тріщини, а кривим 2 – у правій вершині. Тут $k_1 = \omega \sqrt{\rho/C_{55}}$ та $K_{III}^0 = \sigma \sqrt{\pi a}$ – КІН для статичної задачі.

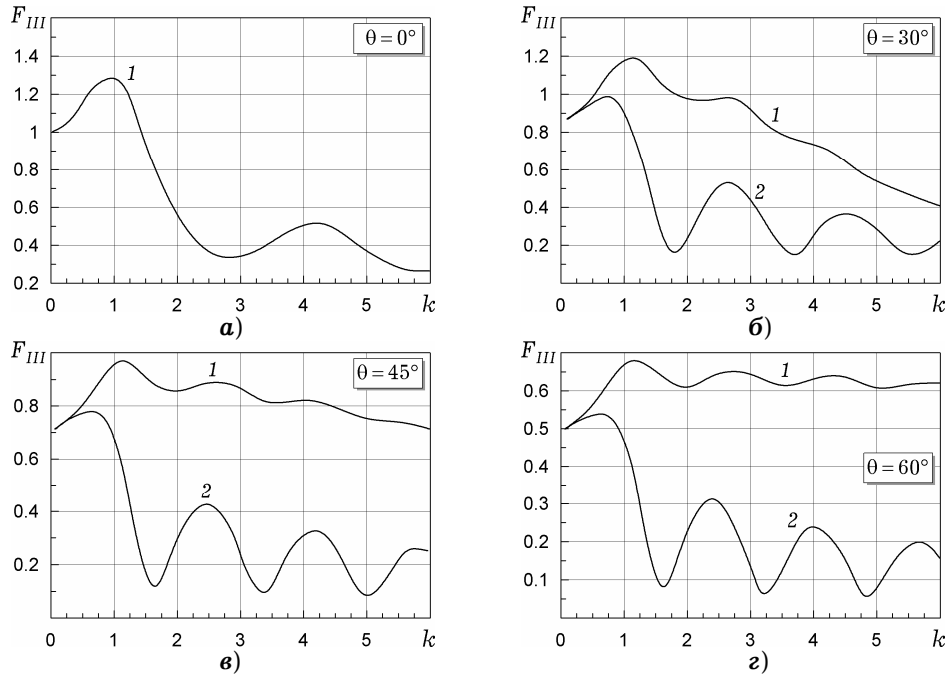


Рис. 1

Порівняння результатів розрахунків, наведених у роботі [9] і отриманих при таких же даних за розробленим алгоритмом (див. рис. 1) показує, що для малих значень k результати практично збігаються, а для великих значень k розбіжності між ними є значними – сягають 100%. Тому для оцінки достовірності отриманого у цій роботі розв'язку проведемо дослідження цієї ж задачі за допомогою наведеного в [9] розв'язку. КІН для випадку хвилі, падаючої знизу, в ортотропному тілі під кутом θ до осі Oy при розміщеній вздовж осі Ox тріщині півдовжини a визначаються у правій і лівій вершинах за отриманими у [9] формулами (далі прийняті в цій роботі позначення дещо модифіковано)

$$K_{III}^{\pm} = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} (\pm 1)^{m-1} d_m,$$

де $\sigma = ikC_1C_{44}$, коефіцієнти d_m визначаються із системи рівнянь

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_{mn} d_m = B_n. \quad (19)$$

Тут відмінні від нуля при парних $m+n$ коефіцієнти a_{mn} визначаються за формулами

$$a_{mn} = 2i^{m+n} n \left(\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{1 - (k_1/\xi)^2} - 1}{\xi} J_m(\xi a) J_n(\xi a) d\xi + \frac{\delta_{mn}}{m+n} \right),$$

де $k_1 = \omega \sqrt{\rho/C_{55}}$, причому корінь під інтегралом вибираємо так, щоб уявна частина при $\xi < k_1$ була від'ємною.

Коефіцієнти B_n визначаються за формулами

$$B_n = 4(-1)^n n \cos \theta \frac{J_n(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \exp \frac{\pi(n-1)i}{2},$$

де

$$k = \frac{k_1}{\sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta (C_{44}/C_{55})}}.$$

Розрахунки КІН за цими формулами проводили з контролем точності обчислення інтегралів, вибираючи при цьому різну кількість рівнянь у системі (19). Встановлено, що отримані за цим розв'язком результати практично збігаються із знайденими за розробленим у роботі алгоритмом даними, наведеними на рис. 1.

Отже, у роботі запропоновано ефективний підхід до розв'язування антиплоскої динамічної задачі для анізотропного тіла з порожнинами і тріщинами, який базується на відповідно вибраному афінному перетворенні. При цьому поставлена задача зводиться до розв'язування допоміжної задачі теорії пружності для деякого ізотропного матеріалу. Детально розглянуто задачу про усталені коливання тіла з тріщинами, яку розв'язано з використанням методу інтегральних рівнянь. Показано, що наведені в літературі результати розрахунку КІН для ортотропного тіла з тріщинами за падіння гармонічної хвилі отримано зі значними похибками. Встановлено, що при падінні хвилі під певними кутами до тріщини значення КІН залишаються практично незмінними на широкому діапазоні частот.

1. Саврук М., Матвісіч О. Динамічна задача для тіла з тріщиною за антиплоскої деформації // *Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій* / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 255–260.
2. *Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений* / Под ред. Ю. М. Мураками: В 2 т. – Москва: Мир, 1990. – Т. 1. – 448 с.; Т. 2. – 568 с.
3. Chen W., Renji T. Cauchy singular integral equation method for transient antiplane dynamic problems // *Eng. Fract. Mech.* – 1996. – **54**. – P. 177–187.
4. García-Sánchez F., Sáez A., Domínguez J. Two-dimensional time-harmonic BEM for cracked anisotropic solids // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2006. – **30**. – P. 88–99.
5. Kanninen M. F. A critical appraisal of solution techniques in dynamic fracture mechanics // *Numer. Math. Fracture Mech.* / Eds A. R. Luxmore, D. R. J. Owen. – Swansea, 1978. – P. 612–634.
6. Ravera R. S., Sih G. C. Transient analysis of stress waves around cracks under antiplane strain // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1970. – **47**, No. 3. – P. 875–881.
7. Sih G. C., Embley G. T., Ravera R. S. Impact response of a finite crack in plane extension // *Int. J. Solids Struct.* – 1972. – **8**, No. 7. – P. 977–993.
8. Zhang Ch. Transient elastodynamic antiplane crack analysis of anisotropic solids // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – **37**. – P. 6107–6130.
9. Zhang Ch., Gross D. On wave propagation in elastic solids with cracks. – Southampton: Comput. Mech. Publ., 1998. – 272 p. – (Ser.: Adv. Fracture Mech., Vol. 2.)

АНТИПЛОСКАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ С ПОЛОСТЯМИ И ТРЕЩИНАМИ

Антиплоская динамическая задача теории упругости для анизотропного тела с полостями и трещинами сведена к задаче для некоторого изотропного материала. Для случая падающей гармонической волны проведено исследование установившихся колебаний ортотропного тела с трещинами.

ANTIPLANE DYNAMIC PROBLEM FOR ANISOTROPIC SOLIDS WITH CAVITIES AND CRACKS

Antiplane dynamic problem of elasticity theory for anisotropic solid with cracks and cavities is reduced to a problem for some isotropic material. For the case of an incident harmonic wave the steady-state oscillations of orthotropic solid with cracks are investigated.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
28.02.11