

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ГНУЧКИХ КІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ ЗА ДВОМА НАПРЯМКАМИ

Розглянуто задачу про зміну напружено-деформованого стану кільцевої пластини змінної жорсткості при дії нестационарного магнітного поля і виконано аналіз електромагнітних ефектів у нелінійній постановці. Наведено графіки числових розрахунків, що ілюструють вплив зміни товщини кільцевої пластини на напружено-деформований стан і підтверджують можливість застосування використаної методики до розв'язання задач такого типу.

Вступ. Дослідження з механіки зв'язаних полів у деформівних тілах мають як фундаментальний, так і прикладний характер, що надає їм особливої актуальності. При впливі магнітних полів на металеві тонкостінні елементи змінної жорсткості виникають електродинамічні сили, які при відповідному механічному чи магнітному навантаженні приводять до великих деформацій конструкцій [1, 11].

Особливе зацікавлення викликають дослідження процесів деформації електропровідних гнучких пластин під дією силових і електромагнітних навантажень [6, 8, 9]. Ці процеси описуються класом нелінійних крайових задач для тонкостінних пластин і оболонок. Нижче дослідимо задачу з цього класу – про розрахунок напружено-деформованого стану гнучкої кільцевої пластини, товщина якої залежить від радіальної і колової координат.

Постановка задачі. Розглянемо ізотропну пружну пластину в геометрично нелінійній постановці, виготовлену з матеріалу зі скінченною провідністю і яка знаходиться в зовнішньому магнітному полі з заданим вектором напруженості \mathbf{H}_0 . Крім того, пластина є провідником рівномірно розподіленого стороннього електричного струму густини \mathbf{J} .

За координатну площину вибираємо серединну площину, віднесену до полярної системи координат r, θ . Координата γ відраховується по нормалі до серединної площини. Товщина пластини змінюється за двома напрямками: $h = h(r, \theta)$.

Тоді із загальних рівнянь для оболонок [3, 7] і враховуючи, що для пластини кривини дорівнюють нулеві, маємо такі вихідні співвідношення:

– рівняння магнітопружності

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(rN_r) - N_\theta + \frac{\partial S}{\partial \theta} + r(P_r + \rho F_r) &= r\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 S) + r(P_\theta + \rho F_\theta) &= r\rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial}{\partial r}(rQ_r) + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + r(P_\gamma + \rho F_\gamma) &= r\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial r}(rM_r) - M_\theta - rQ_r - rN_r \vartheta_r - rS\vartheta_\theta &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 H) + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - rQ_\theta - rN_\theta \vartheta_\theta - rS\vartheta_r &= 0, \\ -\frac{\partial B_\gamma}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta}, \\ \sigma \left[E_r - \frac{\partial v}{\partial t} B_\gamma - \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_\theta^+ + B_\theta^-) \right] + J_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial H_\gamma}{\partial \theta} + \frac{H_\theta^+ - H_\theta^-}{h}, \\ \sigma \left[E_\theta - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) \right] + J_\theta &= -\frac{\partial H_\gamma}{\partial r} + \frac{H_r^+ - H_r^-}{h}; \end{aligned} \quad (1)$$

– вирази для деформацій

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \vartheta_r^2, & \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2} \vartheta_\theta^2, \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \vartheta_r \vartheta_\theta, \\ \chi_{rr} &= \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r}, & \chi_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \vartheta_r, & \chi_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \vartheta_\theta,\end{aligned}\quad (2)$$

де

$$\vartheta_r = -\frac{\partial w}{\partial r}, \quad \vartheta_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}; \quad (3)$$

– співвідношення пружності

$$\begin{aligned}N_r &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{rr} + \nu \varepsilon_{\theta\theta}), & N_\theta &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu \varepsilon_{rr}), \\ S &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} \varepsilon_{r\theta}, \\ M_r &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_{rr} + \nu \chi_{\theta\theta}), & M_\theta &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_{\theta\theta} + \nu \chi_{rr}), \\ H &= \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \chi_{r\theta};\end{aligned}\quad (4)$$

– компоненти поперечної сили

$$\begin{aligned}\rho F_r &= \sigma h E_\theta B_\gamma + \sigma h \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) B_\gamma - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma^2 - \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{1}{4} (B_\theta^+ + B_\theta^-)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} (B_\theta^+ - B_\theta^-)^2 \right] + \frac{\partial v}{\partial t} \left[\frac{1}{4} (B_r^+ + B_r^-) (B_\theta^+ + B_\theta^-) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} (B_r^+ - B_r^-) (B_\theta^+ - B_\theta^-) \right] \right\}, \\ \rho F_\theta &= -\frac{h}{r\mu} \frac{\partial B_\gamma}{\partial \theta} B_\gamma + \sigma h \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{1}{4} (B_r^+ + B_r^-) (B_\theta^+ + B_\theta^-) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} (B_r^+ - B_r^-) (B_\theta^+ - B_\theta^-) \right] - \frac{\partial v}{\partial t} \left[\frac{1}{4} (B_\theta^+ + B_\theta^-)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} (B_\theta^+ - B_\theta^-)^2 \right] \right\} - \frac{B_\theta^+ - B_\theta^-}{\mu} B_\gamma, \\ \rho F_\gamma &= \frac{h}{2r\mu} \frac{\partial B_\gamma}{\partial \theta} (B_\theta^+ + B_\theta^-) - \frac{1}{2} \sigma E_\theta (B_r^+ + B_r^-) + \\ &\quad + \sigma h \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) B_\gamma - \frac{\partial w}{\partial t} \left[\frac{1}{4} (B_r^+ + B_r^-)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} (B_\theta^+ - B_\theta^-)^2 + \frac{1}{12} (B_r^+ - B_r^-)^2 \right] \right\} + \frac{B_\theta^{+2} - B_\theta^{-2}}{\mu},\end{aligned}\quad (5)$$

де N_r, N_θ – зусилля стиску-розтягу; S – зсувне зусилля; Q_r, Q_θ – поперечні зусилля; M_r, M_θ, H – моменти згину і момент кручення; u, v, w – компоненти переміщень; E_r, E_θ – складові напруженості електричного поля; B_γ – нормальна складова магнітної індукції; B_r^\pm, B_θ^\pm – відомі складові магнітної індукції на поверхні оболонки; J_r, J_θ – складові густини електричного струму від зовнішнього джерела; σ – електрична провідність; μ – магнітна проникність, $h = h(r, \theta)$ – товщина пластини; E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона.

Проекції сили Лоренца задаються співвідношеннями (5).

Вибираючи розв'язувальні функції $u, v, w, \mathfrak{g}_r, N_r, S, M_r, Q_r, E_\theta, B_\gamma$ як шукані, після відповідних перетворень (1)–(5) отримуємо розв'язувальну систему нелінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними зі змінними коефіцієнтами [5, 10]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{1-v^2}{Eh} N_r - \frac{v}{r} u - \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{v}{2r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{2} \mathfrak{g}_r^2, \\
\frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{r} v + \frac{2(1+v)}{Eh} S + \frac{1}{r} \mathfrak{g}_r \frac{\partial w}{\partial \theta}, \\
\frac{\partial w}{\partial r} &= -\mathfrak{g}_r, \\
\frac{\partial \mathfrak{g}_r}{\partial r} &= \frac{12(1-v^2)}{Eh^3} M_r + \frac{v}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{v}{r} \mathfrak{g}_r, \\
\frac{\partial N_r}{\partial r} &= -\frac{1-v}{r} N_r + \frac{Eh}{r^2} \left[u + \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] - \\
&\quad - \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} - (P_r + \rho F_r) + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial S}{\partial r} &= -\frac{v}{r} \frac{\partial N_r}{\partial \theta} - \frac{2}{r} S - \frac{E}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \left[u + \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] - \frac{Eh}{r^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - (P_\theta + \rho F_\theta) + \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial Q_r}{\partial r} &= -\frac{1}{r} Q_r - \frac{Eh^2}{2(1+v)r^3} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \mathfrak{g}_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{h}{6} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{g}_r}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] - \\
&\quad - \frac{v}{r^2} \frac{\partial^2 M_r}{\partial \theta^2} - \frac{Eh}{2r^3} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{h}{2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} \right] \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \mathfrak{g}_r \right) - \\
&\quad - \frac{Eh^2}{2r^3} \frac{\partial h}{\partial \theta} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} + \frac{\partial \mathfrak{g}_r}{\partial \theta} \right) - \frac{Eh^3}{12r^3} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial^2 \mathfrak{g}_r}{\partial \theta^2} \right) - \frac{v}{r^2} \frac{\partial N_r}{\partial \theta} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{E}{r^3} \frac{\partial h}{\partial \theta} \left[u + \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial \theta} - \\
&\quad - \frac{Eh}{r^3} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} N_r \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \\
&\quad - \frac{Eh}{r^3} \left[u + \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \mathfrak{g}_r + \right. \\
&\quad \left. + S \frac{\partial \mathfrak{g}_r}{\partial \theta} \right) - (P_\gamma + \rho F_\gamma) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial M_r}{\partial r} &= -\frac{1-v}{r} M_r - \frac{Eh^2}{4(1+v)r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \mathfrak{g}_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{Eh^3}{12(1+v)r^2} \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{g}_r}{\partial \theta^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{Eh^3}{12r^2} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \mathfrak{g}_r \right) + Q_r + N_r \mathfrak{g}_r - \frac{1}{r} S \frac{\partial w}{\partial \theta}, \\
\frac{\partial E_\theta}{\partial r} &= -\frac{1}{r} E_\theta - \frac{\partial B_\gamma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial \theta} B_\gamma + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial B_\gamma}{\partial \theta} + \frac{1}{2r} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial \theta} (B_\theta^+ + B_\theta^-) + \\
&\quad + \frac{1}{2r} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \theta} (B_\theta^+ + B_\theta^-) + \frac{1}{\sigma \mu r^2} \frac{\partial^2 B_\gamma}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\mu \sigma r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{B_\theta^+ - B_\theta^-}{h^2} \right),
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial B_\gamma}{\partial r} = -\sigma\mu E_\theta + \sigma\mu \left[-\frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) \right] + \frac{B_r^+ - B_r^-}{h}. \quad (6)$$

Систему (6) запишемо у векторному вигляді

$$\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial r} = \mathbf{F} \left(r, \theta, t, \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial \theta^2}, \frac{\partial^3 \mathbf{N}}{\partial \theta^3}, \frac{\partial^4 \mathbf{N}}{\partial \theta^4}, \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \mathbf{N}}{\partial t^2} \right). \quad (7)$$

Додаючи до системи диференціальних рівнянь (7) початкові

$$\mathbf{N} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} = 0, \quad t = 0,$$

та граничні умови

$$B_1 \mathbf{N}(r_0, t) = \mathbf{b}_1, \quad B_2 \mathbf{N}(r_N, t) = \mathbf{b}_2,$$

отримуємо крайову задачу для гнучких ізотропних круглих пластин змінної жорсткості в магнітному полі.

Тут $\mathbf{N} = \{u, v, w, \vartheta_r, S, N_r, Q_r, M_r, E_\theta, B_\gamma\}^\top$; \mathbf{F} – нелінійна вектор-функція; B_1, B_2 – прямокутні матриці; $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ – відомі вектори.

Подальший розв'язок задачі базується на послідовному застосуванні схеми Ньюмарка, методу квазілінеаризації, методу прямих і методу дискретної ортогоналізації.

Для відокремлення змінних за часовою координатою застосовуємо невяну схему Ньюмарка інтегрування рівнянь магнітопружності. Отриману двовимірну задачу зводимо до одновимірної за допомогою методу прямих на кожному часовому кроці схеми Ньюмарка. Подальшим застосуванням методу квазілінеаризації до нелінійної крайової задачі отримуємо послідовність лінійних крайових задач. Потім кожному із лінійних крайових задач цієї послідовності розв'язуємо на відповідному часовому кроці чисельно методом дискретної ортогоналізації [2, 4].

Чисельні результати. Розглянемо задачу про деформований стан гнучкої алюмінієвої кільцевої пластини з внутрішнім радіусом r_0 та зовнішнім r_1 , товщина якої змінюється у двох координатних напрямках за законом

$$h = h_0 \left(1 + \alpha \cos \theta \right) \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{r_1} \right)$$

під дією нормального навантаження

$$P_\gamma = P_0 \sin \omega t$$

у поперечному магнітному полі $H_{\gamma 0}$. Також до пластини підводиться радіальний сторонній струм

$$J_r = J_0 \sin \omega t.$$

На контурах пластини задаємо такі граничні умови:

$$\text{при } r = r_0: \quad u = v = 0, \quad Q_r = 0, \quad M_r = 0, \quad B_\gamma = B_{\gamma 0} \sin \omega t,$$

$$\text{при } r = r_1: \quad u = v = w = 0, \quad M_r = 0, \quad B_\gamma = 0.$$

Параметри пластини і матеріалу вибираємо наступні:

$$h_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad r_0 = 0.49 \text{ м}, \quad r_1 = 0.86 \text{ м}, \quad E = 7.1 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2,$$

$$\nu = 0.34, \quad \sigma = 3.63 \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}, \quad \mu = 1.256 \cdot 10^{-6} \text{ Г/м},$$

$$\omega = 314.16 \text{ с}^{-1}, \quad \rho = 2670 \text{ кг/м}^3.$$

Розв'язок задачі визначали на інтервалі часу $\tau = 10^{-2}$ с, крок інтегрування за часом вибирали рівним $\Delta t = 10^{-3}$ с. З огляду на симетрію за θ навантажень і товщини пластини обчислення виконували на інтервалі $[0, \pi]$.

Вважаємо також, що сторонній електричний струм у незбуреному стані рівномірно розподілений по пластині (густина струму не залежить від координат) і має напрямок, паралельний до серединної площини пластини.

Для ефективного використання запропонованої теорії необхідно вимагати виконання умови $\tau = 0.5h^2\sigma\mu < \tau_{\text{imp}}$, яка фактично означає хороше «прошивання» пластини магнітним імпульсом за час його дії.

Якщо має місце протилежна ситуація ($\tau > \tau_{\text{imp}}$), тобто магнітний імпульс затухає в пластині, не «прошиваючи» її, то в цьому випадку заміняємо об'ємні сили Лоренца деяким поверхневим магнітним тиском, виключаючи із розгляду рівняння електродинаміки.

На рис. 1 і рис. 2 показано нелінійний характер розподілу прогину w/h_0 при $t = 0.01$ с для $\alpha = 0$ і $\alpha = 0.27$ відповідно. Розрахунки виконано при $P_0 = 200 \text{ Н/м}^2$, $B_{\gamma 0} = 0.1 \text{ Т}$, $J_0 = 0.25 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ для значень колової координати $\theta = 0, \pi/2, \pi$. Крок за радіальною координатою $\Delta r = 0.037$ м.

На підставі аналізу графіків на рис. 1 і рис. 2 можемо оцінити вплив товщини пластини на її напружено-деформований стан при комбінованому механічному та магнітному навантаженні. Нульові значення прогину на внутрішньому та зовнішньому контурах пластини відповідають нульовим граничним умовам стаціонарної задачі. Якщо покласти механічне навантаження теж рівним нулеві, то отримаємо нульовий розв'язок.

Коли товщина змінюється лише в радіальному напрямку, тобто $\alpha = 0$ (рис. 1), максимальне значення w/h_0 досягається при $\theta = 0$. А при $\alpha = 0.27$ (коли товщина змінюється в обох напрямках) максимальне значення w/h_0 зростає майже вдвічі і досягається при $\theta = \pi$.

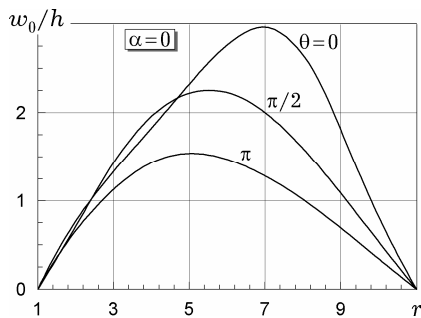


Рис. 1

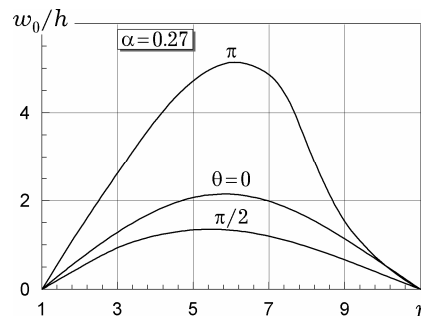


Рис. 2

На рис. 3, рис. 4 показано нелінійний характер максимального розподілу прогину w/h_0 при попередніх значеннях параметрів навантаження для $t = 0.01$ с. Криві побудовано для значень $\alpha = 0, \alpha = 0.1, \alpha = 0.2$ і $\alpha = 0.27$ відповідно при $\theta = \pi$ на рис. 3 і при $r = r_1$ на рис. 4.

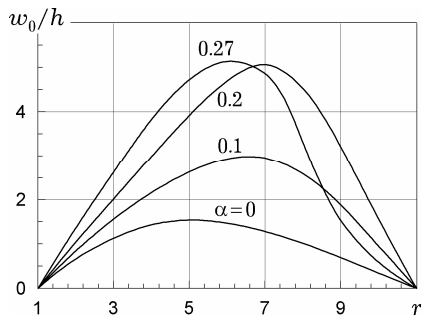


Рис. 3

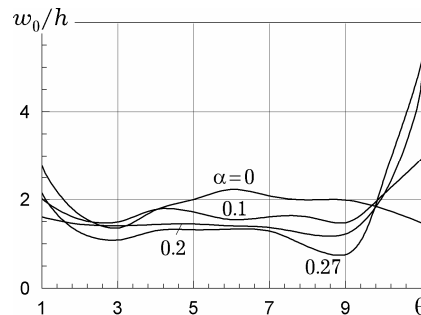


Рис. 4

На рис. 3 і рис. 4 бачимо, що значення w/h_0 є нелінійними для всіх значень α , причому більшим α відповідає більша нелінійність.

На рис. 5 (для $\alpha = 0$) і рис. 6 (для $\alpha = 0.27$) наведено розподіл напруженості електричного струму E_θ в залежності від колової координати при $t = 0.01$ для $r = 0.675$ і $r = 0.86$. Отриманий розподіл E_θ залежить від радіальної і колової складової стороннього струму та густини вихрового струму і змінюється при зміні товщини пластини.

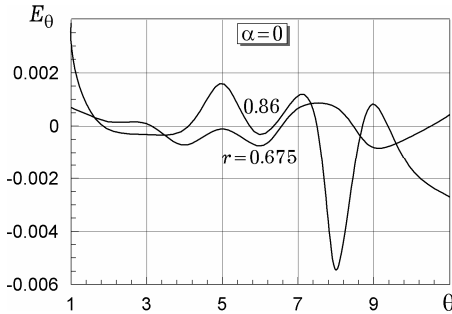


Рис. 5

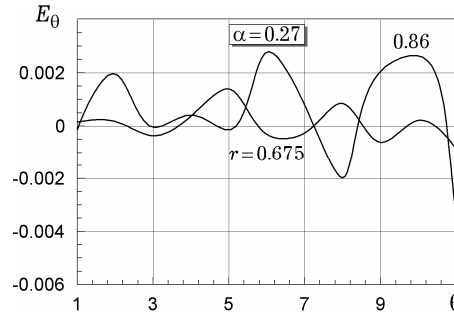


Рис. 6

Висновки. Розглянуто вплив зміни товщини на напружено-деформований стан кільцевих пластин змінної жорсткості під дією нестационарного магнітного поля та проведено аналіз електромагнітних ефектів в нелінійній постановці. Наведено графіки числових розрахунків для кільцевої пластини, які ілюструють вплив зміни товщини на напружено-деформований стан і підтверджують можливість застосування запропонованої методики до розв'язання задач такого типу.

1. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. – Москва: Наука, 1977. – 272 с.
2. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. – 1961. – **16**, № 3(99). – С. 171–174.
3. Григоренко Я. М., Мольченко Л. В. Основы теории пластин та оболонок. – Київ: Либідь, 1993. – 232 с.
4. Мольченко Л. В. Методика решения двумерных нелинейных краевых задач магнитоупругости тонких оболочек // Прикл. механика. – 2005. – **41**, № 5. – С. 32–39.
Te same: Mol'chenko L. V. A method for solving two-dimensional nonlinear boundary-value problems of magnetoelasticity for thin shells // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, No. 5. – P. 490–495.
5. Мольченко Л. В., Лоос И. И., Индиаминов Р. Ш. Напряженно-деформированное состояние гибких кольцевых пластин переменной жесткости в магнитном поле // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 11. – С. 106–114.
Te same: Mol'chenko L. V., Loos I. I., Indiaminov R. Sh. Stress-strain state of flexible ring plates of variable stiffness in a magnetic field // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, No. 11. – P. 1236–1242.
6. Улітко А. Т., Мольченко Л. В., Ковальчук В. Ф. Магнітопружність при динамічному навантаженні: Навч. посібник. – Київ: Либідь, 1994. – 154 с.
7. Green A. E., Naghdi P. M. On electromagnetic effects in the theory of shells and plates // Phil. Trans. R. Soc. London. – 1983. – **A 309**. – P. 559–610.
8. Maugin G. A. On modelling electromagnetomechanical interactions in deformable solids // Int. J. Adv. in Eng. Sci. and Appl. Math. – 2009. – **1**, No. 1. – P. 25–32.
9. Moon F. C. Magneto-solid mechanics. – New York: Wiley, 1984. – 437 p.
10. Molchenko L. V., Dikii P. V. Two-dimensional magnetoelastic solutions for an circular plate // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, No. № 11. – P. 1328–1334.
Te same: Мольченко Л. В., Дикий П. В. Решение двумерных задач магнитоупругости кольцевой пластини // Прикл. механика. – 2003. – **39**, № 11. – С. 107–114.

11. Sargsyan S. H., Sargsyan L. S. Magnetoelasticity of thin shells and plates based on the asymmetrical theory of elasticity // In: Mechanics of Generalized Continua / Eds G. A. Maugin and A. V. Metrikine (Advances in Mechanics and Mathematics. – 21. Part 8.) – 2010. – P. 325–337.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКИХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ПО ДВУМ НАПРАВЛЕНИЯМ

Рассмотрена задача об изменении напряженно-деформированного состояния кольцевой пластины переменной жесткости при действии нестационарного магнитного поля и проведен анализ электромагнитных эффектов в нелинейной постановке. Приведены графики численных расчетов, которые иллюстрируют влияние изменения толщины кольцевой пластины на напряженно-деформированное состояние и подтверждающие возможность применения использованной методике к решению задач такого типа.

ANALYSIS OF STRESS STATE OF FLEXIBLE ANNULAR PLATES OF VARIABLE THICKNESS IN TWO DIRECTIONS

In the nonlinear statement the problem on stress-strain state change of annular plate of variable stiffness under the action of non-stationary magnetic field is considered and the analysis of electromagnetic effects are carried out. The graphs of numeral calculations which illustrate the influence of thickness changing of circular plate on the stress-strain state and confirm the applicability of the proposed method to solving the problems of this type are given.

Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, Київ

Одержано
23.09.10