

КВАЗИСТАТИЧНІ ТЕРМОНАПРУЖЕННЯ В ТЕРМОЧУТЛИВОМУ ШАРІ ЗА КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ З СЕРЕДОВИЩАМИ ЗМІННОЇ З ЧАСОМ ТЕМПЕРАТУРИ

На прикладі визначення температурного поля в термочутливому шарі, через поверхні якого здійснюється конвективний теплообмін з середовищем змінної з часом температури, апробовано метод лінеаризувальних параметрів знаходження температурних полів у термочутливих елементах конструкцій. Визначено та досліджено компоненти напружено-деформованого стану, спричиненого знайденим розподілом температури.

Вступ. При визначенні напружено-деформованого стану елементів конструкцій, експлуатація яких проходить в умовах високих чи низьких температур, слід виходити з моделі термочутливого тіла. При цьому визначення розподілу температури зводиться до розв'язування нелінійного рівняння теплопровідності за певних умов теплообміну із зовнішнім середовищем, температура якого в багатьох випадках змінюється з часом. Точний розв'язок такої задачі можна знайти, коли на поверхні тіла задати температуру або тепловий потік за умови, що матеріал має властивість так званої простої теплової нелінійності (коефіцієнт теплопровідності λ_t і об'ємна теплоємність c_v залежать від температури t , а їх відношення – коефіцієнт температуропровідності $a = \lambda_t(t)/c_v(t)$ – неістотно і його можна вважати сталою величиною [1, 3, 5, 7, 15, 18]). Для цього достатньо скористатись перетворенням Кірхгофа [3, 15, 18]. У результаті отримуємо відповідну лінійну крайову задачу на цю змінну, розв'язок якої можна знайти класичними методами математичної фізики.

При заданні на поверхні тіла умови конвективного теплообміну для побудови аналітично-числового розв'язку задачі можна використати прості та ефективні підходи, які передбачають побудову розв'язку рівняння на змінну Кірхгофа з деякою лінійною умовою, що містить так званий «лінеаризувальний параметр» [2, 4, 9, 10, 12–14, 16, 17, 19]. Після знаходження її розв'язку цей параметр шляхом ітерації підбирають так, щоб з заданою точністю задовольнялась нелінійна умова, отримана з умови конвективного теплообміну. Маючи вираз змінної Кірхгофа та конкретну залежність коефіцієнта теплопровідності від температури, встановлюємо формулу для обчислення температури через цю змінну.

У цій праці на прикладі задачі термопружності для шару з теплообміном на його поверхнях з середовищем змінної температури апробується один із варіантів методу лінеаризувальних параметрів визначення температурного поля термочутливого тіла, знаходиться і досліджується відповідний термопружний стан.

Математична модель задачі теплопровідності. Розглянемо безмежну пластину (шар) товщини 2ℓ , яка через поверхні $x = \pm \ell$ нагрівається середовищем змінної температури шляхом конвективного теплообміну. Початкова температура пластини t_p . Матеріал пластини термочутливий з простою тепловою нелінійністю.

Неусталене температурне поле такої пластини визначаємо з рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right) = c_v(t) \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (1)$$

за таких граничних і початкових умов:

$$\left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial x} \pm \alpha(t - t_c(\tau)) \right] \Big|_{x=\pm \ell} = 0, \quad (2)$$

$$t|_{\tau=0} = t_p, \quad (3)$$

де α – коефіцієнт теплообміну через поверхні $x = \pm \ell$; $t_c(\tau)$ – залежна від часу τ температура зовнішнього середовища; $\lambda_t(t)$ – коефіцієнт теплопровідності; $c_v(t)$ – об'ємна теплоємність.

Оскільки задача теплопровідності є симетричною відносно площини $x = 0$, то братимемо до уваги лише половину шару. У зв'язку з цим розглядатимемо її за граничних умов

$$\left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial x} + \alpha(t - t_c(\tau)) \right] \Big|_{x=\ell} = 0, \quad \left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right] \Big|_{x=0} = 0 \quad (4)$$

замість умов (2).

Побудова розв'язку задачі теплопровідності. Побудову розв'язку задачі теплопровідності (1), (3), (4) здійснимо методом, запропонованим у працях [8, 10, 12, 13]. Він передбачає:

1°. Обезрозмірення задачі. Для цього виберемо деяку відлікову температуру t_0 , а за характерний розмір ℓ_0 приймемо півтовщину пластини ℓ . Подамо характеристики у вигляді $\chi(t) = \chi_0 \chi^*(T)$, де χ_0 – стала величина, що має розмірність відповідної характеристики (опорне значення характеристики), а $\chi^*(T)$ – функція, що описує залежність характеристики від безрозмірної температури $T = t/t_0$.

Як результат отримаємо таку крайову задачу:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\lambda_t^*(T) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) = c_v^*(T) \frac{\partial T}{\partial \text{Fo}}, \quad (5)$$

$$\left[\lambda_t^*(T) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + \text{Bi}(T - T_c(\text{Fo})) \right] \Big|_{\bar{x}=1} = 0, \quad \left[\lambda_t^*(T) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right] \Big|_{\bar{x}=0} = 0, \quad (6)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = T_p, \quad (7)$$

де $T_p = t_p/t_0$, $T_c(\text{Fo}) = t_c(\tau)/t_0$ – безрозмірні температури; $\bar{x} = x/\ell$ – безрозмірна координата; $\text{Bi} = \alpha\ell/\lambda_{t0}$ – критерій Біо; $\text{Fo} = a_0\tau/\ell^2$ – число Фур'є; $a_0 = \lambda_{t0}/c_{v0}$.

2°. Увівши змінну Кірхгофа [3, 7, 15, 18]

$$\theta = \int_{T_p}^T \lambda_t^*(T') dT'$$

та взявши до уваги, що розглядаємо матеріал з простою тепловою нелінійністю ($c_v^*(T)/\lambda_t^*(T) \approx 1$), із задачі (5)–(7) отримаємо таку задачу на змінну Кірхгофа:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \text{Fo}}, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + \text{Bi}(T(\theta) - T_c(\text{Fo})) \right] \Big|_{\bar{x}=1} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right] \Big|_{\bar{x}=0} = 0, \quad (9)$$

$$\theta|_{\text{Fo}=0} = 0. \quad (10)$$

Задача (8)–(10) є нелінійною через нелінійний вираз $T(\theta)$ у першій з умов (9), яка отримана з умови конвективного теплообміну.

3°. Лінеаризацію задачі здійснимо шляхом, який передбачає апроксимацію нелінійної залежності температури $T(\theta)$ на поверхні шару $x = \ell$ від змінної Кірхгофа виразом

$$T(\theta)|_{\bar{x}=1} = (1 + \alpha) \theta|_{\bar{x}=1} + T_p,$$

де α – деяка невідома величина («лінеаризувальний параметр»).

Таким чином, змінну Кірхгофа θ будемо визначати з крайової задачі (8)–(10) з граничною умовою

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + \text{Bi}^* (\theta - T_c^*(\text{Fo})) \right] \Big|_{\bar{x}=1} = 0 \quad (11)$$

замість нелінійної першої з умов (9). В умові (11) позначено

$$\text{Bi}^* = \text{Bi} (1 + \alpha), \quad T_c^*(\text{Fo}) = (T_c(\text{Fo}) - T_p) / (1 + \alpha).$$

Після розв'язання задачі значення невідомого лінеаризувального параметра α , що входить у вираз змінної Кірхгофа, а отже, і температури, будемо знаходити, задовольняючи з заданою нами точною нелінійною граничною умовою (9). Так, якщо $\lambda_t^*(T) = 1 + k(T - T_p)$, то $T(\theta) = k^{-1}(\sqrt{1 + 2k\theta} - 1) + T_p$ і для визначення значення лінеаризувального параметра маємо рівність $k^{-1}(\sqrt{1 + 2k\theta} - 1)|_{\bar{x}=1} = (1 + \alpha)\theta|_{\bar{x}=1}$, з якої отримуємо трансцендентне рівняння

$$k(1 + \alpha)^2 \theta|_{\bar{x}=1} + 2\alpha = 0.$$

Для знаходження α за конкретного значення Fo використовуємо метод Ньютона, за перше наближення якого вибираємо $\alpha = 0$.

Для розв'язання задачі (8)–(10) з лінійною граничною умовою (11) (замість нелінійної (9)) використовуємо перетворення Лапласа [20] за змінною Fo .

Розглянемо конкретні випадки залежності від часу температури зовнішнього середовища:

а) Нехай залежність температури зовнішнього середовища від часу є лінійною:

$$t_c(\tau) = t_p + b\tau,$$

де $b = \text{const}$. У безрозмірному вигляді вона записується так:

$$T_c(\text{Fo}) = T_p + \text{Pd} \cdot \text{Fo},$$

де $\text{Pd} = b\ell^2/a_0t_0$ – критерій Предводителєва. Зображення Лапласа змінної Кірхгофа у цьому випадку має вигляд

$$\hat{\theta} = \frac{\text{Pd Bi}^* \text{ch}(\bar{x}\sqrt{s})}{(1 + \alpha)s^2(\sqrt{s} \text{sh}(\sqrt{s}) + \text{Bi}^* \text{ch}(\sqrt{s}))},$$

а сама ця змінна

$$\theta = \frac{\text{Pd}}{1 + \alpha} \left(\text{Fo} + \frac{\bar{x}^2}{2} - \frac{2 + \text{Bi}^*}{2 \text{Bi}^*} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos(\mu_n \bar{x})}{\mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \text{Fo}} \right),$$

де $A_n = 2 \sin \mu_n / (\cos \mu_n \sin \mu_n + \mu_n)$, а μ_n знаходимо з характеристичного рівняння $\text{ctg} \mu_n = \mu_n / \text{Bi}^*$.

б) Експоненціальна залежність температури зовнішнього середовища від часу:

$$t_c(\tau) = t_p + c_1 \cdot e^{-c_2 \tau},$$

де c_1 і c_2 – сталі величини. Тоді $T_c(\text{Fo}) = T_p + h e^{-c \text{Fo}}$, $c = c_2 \ell^2 / a_0$, $h = c_1 / t_0$.

У цьому випадку розв'язок у зображеннях матиме такий вигляд:

$$\hat{\theta} = \frac{h \text{Bi}^* \text{ch}(\bar{x}\sqrt{s})s}{(1+x)(s+b)s(\sqrt{s} \text{sh}(\sqrt{s}) + \text{Bi}^* \text{ch}(\sqrt{s}))}.$$

Після виконання оберненого перетворення Лапласа [21] отримаємо змінну Кірхгофа у вигляді

$$\theta = \frac{h}{1+x} \left(\frac{-\text{Bi}^* \cos(\sqrt{c}\bar{x})}{(\sqrt{c} \sin \sqrt{c} + \text{Bi}^* \cos \sqrt{c})} e^{-c\text{Fo}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2 A_n \cos(\mu_n \bar{x})}{c - \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \text{Fo}} \right),$$

де A_n і μ_n ті ж самі, що й у пункті а).

Визначення температурних напружень. Знайдений змінний з часом Fo і координатою \bar{x} розподіл температури спричинить в пластині певний напружений стан, який визначається двома ненульовими компонентами тензора напружень $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$. У випадку симетричного відносно площини $\bar{x} = 0$ розподілу температури для їх обчислення матимемо таку формулу [11]:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \frac{E(t)}{1-\nu(t)} \left(\frac{N_t}{B} - \Phi(t) \right),$$

де

$$N_t = \int_{-\ell}^{\ell} \frac{E(t)\Phi(t)}{1-\nu(t)} dx, \quad B = \int_{-\ell}^{\ell} \frac{E(t)}{1-\nu(t)} dx, \quad \Phi(t) = \int_{t_p}^t \alpha_t(t') dt',$$

а $E(t)$, $\nu(t)$, $\alpha_t(t)$ – залежні від температури модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і температурний коефіцієнт лінійного розширення матеріалу пластини відповідно.

Подамо механічні характеристики у вигляді $\chi(t) = \chi_0 \chi^*(T)$, де функції $\chi^*(T)$ описують залежності характеристик від безрозмірної температури:

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 E^*(T) = E_0 (1 + k_{E1}(T - T_p) + k_{E2}(T - T_p)^2 + k_{E3}(T - T_p)^3), \\ \nu(t) &= \nu_0 \nu^*(T) = \nu_0 (1 + k_{\nu1}(T - T_p) + k_{\nu2}(T - T_p)^2 + k_{\nu3}(T - T_p)^3), \\ \alpha_t(t) &= \alpha_{t0} \alpha_t^*(T) = \alpha_{t0} (1 + k_{\alpha1}(T - T_p) + k_{\alpha2}(T - T_p)^2). \end{aligned} \quad (12)$$

У такому випадку вираз для суто теплової деформації $\Phi(t)$ набуде вигляду

$$\Phi(t) = \alpha_{t0} t_0 \Phi^*(T) = \alpha_{t0} t_0 \left((T - T_p) + \frac{k_{\alpha1}}{2} (T - T_p)^2 + \frac{k_{\alpha2}}{3} (T - T_p)^3 \right),$$

а

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \frac{E_0 E^*(T) \alpha_{t0} t_0}{1 - \nu_0 \nu^*(T)} \left(\frac{N_t^*}{B^*} - \left((T - T_p) + \frac{k_{\alpha1}}{2} (T - T_p)^2 + \frac{k_{\alpha2}}{3} (T - T_p)^3 \right) \right),$$

де

$$N_t^* = \int_{-1}^1 \frac{E^*(T)\Phi^*(T)}{1 - \nu_0 \nu^*(T)} d\bar{x}, \quad B^* = \int_{-1}^1 \frac{E^*(T)}{1 - \nu_0 \nu^*(T)} d\bar{x}.$$

Вводячи безрозмірне напруження $\sigma = \sigma_y = \sigma_z = \frac{\sigma_{yy}}{E_0 \alpha_{t0} t_0}$, маємо

$$\sigma = \frac{E^*(T)}{1 - \nu_0 \nu^*(T)} \left(\frac{N_t^*}{B^*} - \left((T - T_p) + \frac{k_{\alpha1}}{2} (T - T_p)^2 + \frac{k_{\alpha2}}{3} (T - T_p)^3 \right) \right).$$

Числові дослідження. Проведено числові дослідження знайденого температурного поля у пластині зі сталі У12 з товщиною $2\ell = 0.02$ м при $t_{\max} = 673^\circ \text{K}$ і $t_p = 273^\circ \text{K}$. За відлікове значення температури t_0 прийняли t_{\max} . Для випадку лінійної залежності температури зовнішнього середовища від часу взяли Pd рівним 0.7, а для експоненціальної залежності температури поклали $h = 0.25$ і $c = -0.8$. На основі експериментальних табличних даних [6] коефіцієнт теплопровідності сталі подали у вигляді лінійної залежності, а механічні характеристики – у вигляді залежностей (12).

Після знаходження методом найменших квадратів коефіцієнтів $k, k_{\alpha 1}, k_{\alpha 2}, k_{E1}, k_{E2}, k_{E3}, k_{v1}, k_{v2}, k_{v3}$ вирази для механічних характеристик набули такого вигляду:

$$\lambda_t(t) = 47.8(1 - 0.366\bar{T}) [\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})],$$

$$E(t) = 209.83 \cdot 10^9 (1 - 0.14\bar{T} - 0.039\bar{T}^2 - 0.098\bar{T}^3) [\text{Па}],$$

$$v(t) = 0.282(1 + 0.199\bar{T} - 1.291\bar{T}^2 + 2.36\bar{T}^3),$$

$$\alpha_t(t) = 11.68 \cdot 10^{-6} (1 + 1.33\bar{T} - 0.65\bar{T}^2) [\text{K}^{-1}],$$

а суто теплова деформація

$$\Phi(t) = t_0 11.68 \cdot 10^{-6} (\bar{T} + 1.33\bar{T}^2/2 - 0.65\bar{T}^3/3).$$

Тут $\bar{T} = T - T_p$.

На температуру зовнішнього середовища (відповідно і на сам час нагріву) було накладене обмеження, щоб безрозмірна температура в тілі не перевищувала 1, оскільки наведені вище термомеханічні характеристики не визначені для більших температур.

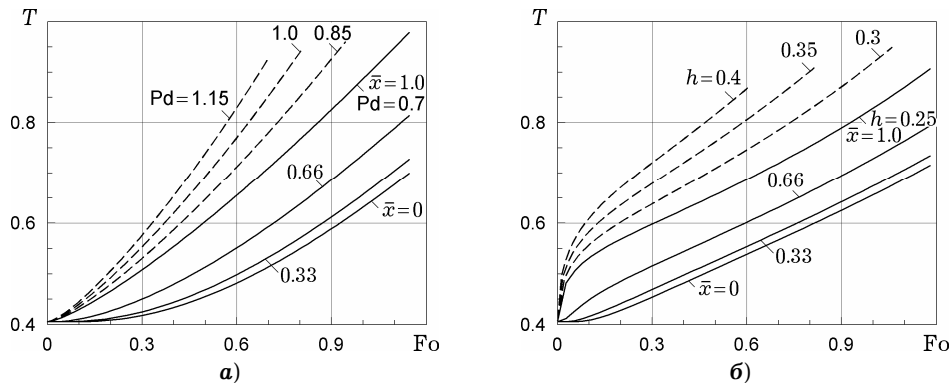


Рис. 1

На рис. 1 наведено розподіли температурного поля T в залежності від часу Fo (криві на рис. 1а обчислено для випадку, коли функція гріючого середовища лінійна, на рис. 1б – для експоненціальної залежності). Оскільки задача симетрична відносно площини $\bar{x} = 0$, то на рис. 2 – рис. 4 наведено розподіли напружень, викликаних цим температурним полем, для відрізку $[0, 1]$. Як і на рис. 1, на рис. 2а – рис. 4а наведено графіки для випадку, коли залежність температури зовнішнього середовища від часу є лінійною, а на рис. 2б – рис. 4б – експоненціальною).

Крім того, на рис. 1 і рис. 2 подано розподіли температури та напружень на поверхні шару за всіх залежних від температури характеристик при зростанні швидкості зміни температури зовнішнього середовища. Можна побачити, що для обох випадків (для лінійного – при зростанні Pd , а для експоненціального – при зростанні h та сталому c) зростання темпу нагріву призводить до збільшення напружень у тілі.

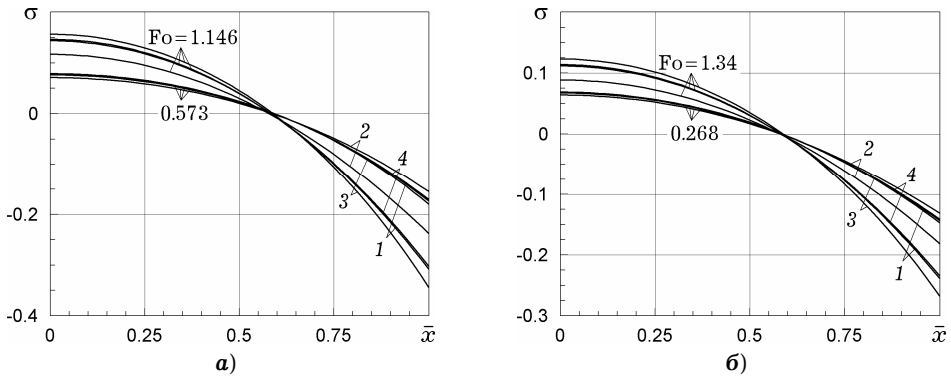


Рис. 2. Криві 1 – термочутлива модель; 2 – опорне значення модуля Юнга (до +6%); 3 – опорне значення коефіцієнт лінійного розширення (до -15%); 4 – опорне значення коефіцієнт Пуассона (до -2%).

Тут і надалі відсотки в дужках у підписах до рисунків означають відносну похибку вказаної кривої стосовно кривої 1.

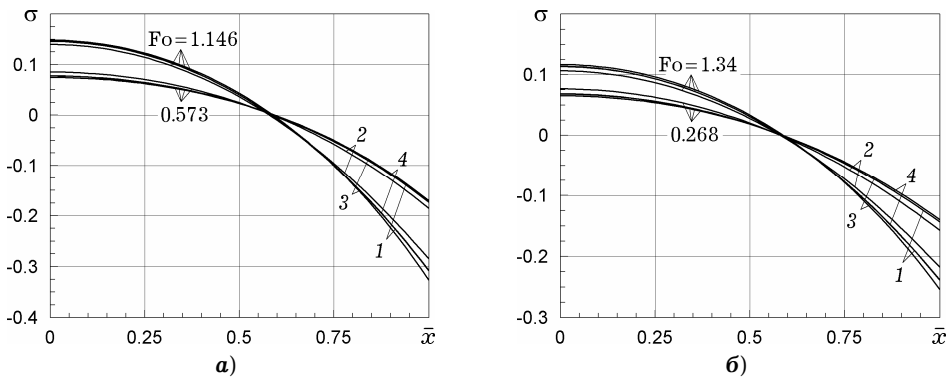


Рис. 3. Криві 1 – термочутлива модель; 2 – середнє значення модуля Юнга (до -5%); 3 – середнє значення коефіцієнт лінійного розширення (до +16%); 4 – середнє значення коефіцієнт Пуассона (до +1%).

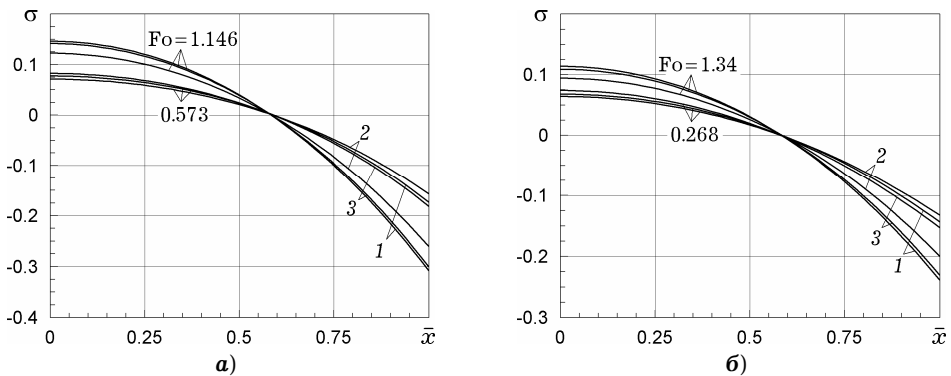


Рис. 4. Криві 1 – термочутлива модель; 2 – усі механічні характеристики опорні (від -10 до -15%); 3 – усі механічні характеристики середні (до +10%)

Як бачимо на рис. 2 – рис. 4, напруження є самозрівноважені, стискувальні поблизу поверхонь $\bar{x} \pm 1$ пластини і розтягувальні в її середині. Для лінійної і для експоненціальної залежностей температури середовища максимальні розбіжності між напруженнями (при врахуванні залежності від температури всіх термомеханічних характеристик і за нехтування такою залежністю окремої з них) досягаються на поверхнях пластини.

Нехтування температурною залежністю модуля Юнга (заміна його на опорне значення) (рис. 2) призводить до зниження значень напружень, а нехтування температурною залежністю коефіцієнта лінійного розширення і коефіцієнта Пуассона – до їх завищення. При використанні середніх значень механічних характеристик (рис. 3) спостерігаємо протилежний ефект.

Висновки. На задачі теплопровідності для безмежного шару, який конвективно нагрівається через поверхні середовищем змінної температури, апробовано метод лінеаризувальних параметрів для побудови розв'язків задач теплопровідності елементів конструкцій, виходячи з моделі термочутливого тіла.

З наведених графіків (рис. 2 – рис. 4) видно, що нехтування температурною залежністю модуля Юнга чи температурного коефіцієнта лінійного розширення (заміна їх на опорне значення або середнє) дає більшу похибку в обчисленні напружень, ніж нехтування температурними залежностями усіх механічних характеристик. З рис. 4 бачимо, що заміна усіх механічних характеристик на їх опорні значення дає більшу похибку в обчисленні напружень, ніж їх заміна на середні (для заданого діапазону температур) значення. Також встановлено, що пришвидшений нагрів шару призводить до зростання напруженого стану тіла.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки ДФФД України (проект №Ф41.2/001).

1. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – Киев: Наук. думка, 1992. – 280 с.
2. Кушнір Р. М., Попович В. С. Напружений стан термочутливої пластини в центральній-симетричному температурному полі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – 42, № 2. – С. 5–12.
Te same: *Kushnir R. M., Popovych V. S.* Stressed state of a thermosensitive plate in a central-symmetric temperature field // *Mater. Sci.* – 2006. – 42, No. 2. – P. 145–154.
3. Кушнір Р. М., Попович В. С. Термопружність термочутливих тіл. – Львів: Сполум, 2009. – 412 с. – (Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 3.)
4. Кушнір Р. М., Попович В. С., Гарматій Г. Ю. Аналітично-чисельне розв'язування контактних задач термопружності для термочутливих тіл // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2001. – 37, № 6. – С. 39–44.
Te same: *Kushnir R. M., Popovych V. S., Harmatii H. Yu.* Analytic-numerical solution of contact problems of thermoelasticity for thermosensitive bodies // *Mater. Sci.* – 2001. – 37, No. 6. – P. 893–901.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – Москва: Высш. шк., 1967. – 600 с.
6. Марочник сталеи и сплавов / Под ред. В. Г. Сорокина. – Москва: Машиностроение, 1989. – 640 с.
7. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – Киев: Наук. думка, 1972. – 308 с.
8. Попович В. С. Моделирование тепловых полей в тонких термочувствительных пластинках // Моделирование и оптимизация сложных механических систем. – Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1991. – С. 70–75.
9. Попович В. С. О решении задач теплопроводности термочувствительных тел, нагреваемых путем конвективного теплообмена // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1988. – Вып. 28. – С. 83–86.
Te same: *Popovich V. S.* On the solution of heat conduction problems for thermosensitive bodies heated by convective heat exchange // *J. Sov. Math.* – 1993. – 63, No. 1. – P. 94–97.
10. Попович В. С. О решении стационарных задач теплопроводности контактирующих термочувствительных тел // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1989. – Вып. 29. – С. 51–55.
Te same: *Popovich V. S.* On the solution of stationary problems for the thermal conductivity of heat-sensitive bodies in contact // *J. Sov. Math.* – 1993. – 65, No. 4. – P. 1762–1766.

11. Попович В. С. Побудова розв'язків задач термопружності термочутливих тіл при конвективно-променевому теплообміні // Доп. НАН України. – 1997. – № 11. – С. 69–73.
12. Попович В. С., Гарматій Г. Ю. Нестационарна задача теплопроводности для термочувствительного пространства со сферической полостью // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1994. – Вып. 37. – С. 100–104.
Te same: Popovich V. S., Garmaty G. Yu. The nonstationary heat-conduction problem for a heat-sensitive space with a spherical cavity // J. Math. Sci. – 1996. – **79**, No. 6. – P. 1478–1482.
13. Попович В. С., Гарматій Г. Ю. Розв'язування нестационарних задач теплопроводности для термочувствительных тел при конвективному теплообміні // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – **40**, № 2. – С. 148–152.
Te same: Popovich V. S., Garmatii G. Yu. Solution of nonstationary heat-conduction problems for thermosensitive bodies under convective heat exchange // J. Math. Sci. – 1998. – **90**, No. 2. – P. 2037–2041.
14. Попович В. С., Федаї Б. Н. Осесимметричная задача термоупругости многослойной термочувствительной трубы // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1996. – **39**, № 1. – С. 97–103.
Te same: Popovich V. S., Fedai B. N. The axisymmetric problem of thermoelasticity of a multilayer thermosensitive tube // J. Math. Sci. – 1997. – **86**, No. 2. – P. 2605–2610.
15. Carslaw H. S., Jaeger J. C. Conduction of heat in solids. – Oxford: Clarendon Press, 1959. – 430 p.
16. Kushnir R. M., Popovych V. S., Harmatiy H. Yu. Solution of quasi-static thermoelasticity problem for thermosensitive bodies under a convective heat exchange // Proc. 5th Int. Congr. Therm. Stresses and Related Topics (Blacksburg, VA, USA, 08–11 June, 2003). – Virginia Tech., 2003. – Vol. 1. – P. MM-3-2-1 – MM-3-2-4.
17. Kushnir R. M., Popovych V. S., Tokovyy Yu. V. Method for construction of analytical-numerical solutions to the thermoelasticity problems for thermosensitive solids // Current Problems of Mechanics of Nonhomogeneous Media: VI Pol.-Ukr. Sci. Conf. – Warsaw, 2005. – P. 72–73.
18. Noda N. Thermal stresses in materials with temperature-dependent properties / In: Thermal Stresses I. – Amsterdam: Elsevier, 1986. – P. 391–483.
19. Kushnir R. M., Popovych V. S., Vovk O. M. The thermoelastic state of a thermosensitive sphere and space with a spherical cavity subject to complex heat exchange // J. Engng Math. – 2008. – No. 2-4. – P. 357–369.
20. Prudnikov A. V., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. Integrals and series. – Vol. 4. – Direct Laplace transforms. – New York: Gordon and Breach, 1992. – 331 p.
21. Prudnikov A. V., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. Integrals and series. – Vol. 5. – Inverse Laplace transforms. – New York: Gordon and Breach, 1992. – 595 p.

**КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЯ В
ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОМ СЛОЕ ПРИ КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ
СО СРЕДАМИ ПЕРЕМЕННОЙ ВО ВРЕМЕНИ ТЕМПЕРАТУРЫ**

На примере определения температурного поля в термочувствительном слое, сквозь поверхности которого осуществляется конвективный теплообмен со средой переменной во времени температуры, апробирован метод линеаризующих параметров определения температурных полей в термочувствительных элементах конструкций. Также определены и исследованы компоненты напряженно-деформированного состояния, вызванного найденным распределением температуры.

**QUASISTATIC THERMAL STRESSES IN THERMOSENSITIVE
LAYER UNDER CONVECTIVE HEAT EXCHANGE WITH ENVIRONMENTS
OF TIME VARIABLE TEMPERATURE**

By means of example of determining the temperature field in a thermosensitive layer with convective heat exchange through its surfaces with environment of time variable temperature, the method of linearized parameters developed for determining the temperature field in thermosensitive structure elements is tested. Also the stressed-strained state caused by the found temperature distribution is determined and investigated.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
08.06.11