

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОТ МИКРОСТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА

На основании экспериментальных данных для стали 35ХМА проведено обобщение унифицированной модели течения Боднера – Партома с целью учета влияния фазового состава материала на его пластические свойства. При многофазном состоянии стали для определения параметров, которые отвечают за предел текучести и временное сопротивление, использовано правило смесей. Достоверность развитой модели подтверждена согласованием с экспериментальными данными и результатами других авторов.

Вступление. При анализе высокотемпературного напряженно-деформированного состояния элементов конструкций и объектов технологий определяющим является моделирование термомеханического поведения материала. Подробный обзор современных методов и тенденций развития этого направления представлен в работах [2, 16]. Анализ этих публикаций позволяет выделить два следующие аспекта:

– использование вязкопластических моделей, основанных на концепции внутренних переменных состояния, учитывающих пластичность, вязкопластичность и ползучесть;

– учет кинетики микроструктурных превращений (МСП) и влияния фазового состава материала на его объемные, механические и теплофизические свойства.

Сущность МСП, рассматриваемых в данной статье, состоит в распаде переохлажденного термодинамически неустойчивого аустенита на устойчивые фазы феррита, перлита, бейнита и мартенсита при непрерывном охлаждении [4, 8, 17].

Эти превращения сопровождаются следующими основными эффектами: изменение удельного объема фаз; различие пластических характеристик фаз; появление пластической (трансформационной) деформации; наличие скрытых теплот преобразования [12, 19]. Учет МСП важен для сталей, в особенности мартенситных, в которых происходят наиболее существенные изменения свободных объемов и пластических свойств фаз [8, 12]. Указанные особенности обуславливают существенную зависимость механических и теплофизических характеристик материала от температурной истории.

Кинетика фаз превращения аустенита в процессе охлаждения описывается с помощью термокинетических диаграмм (ТКД) [4, 8]. Приращение концентрации фаз вдоль кривых охлаждения в соответствующих областях превращений рассчитывается с использованием кинетических уравнений Джонсона – Авраами – Мейла [14] для диффузионных фаз феррита и перлита и уравнения Коистинена – Марбургера [15, 20] для мартенсита.

При описании неизоотермического деформирования материала, представляющего смесь фаз, основной вопрос состоит в модификации стандартных (однофазных) моделей течения с целью учета мультифазовой структуры материала.

В работах [3, 12] развит подход, основанный на формуле смесей, для расчета макроскопических характеристик, таких как предел текучести и временное сопротивление через свойства отдельных фаз. Эти характеристики были использованы для моделирования многопроходной сварки [12].

В настоящей работе дается обобщение унифицированной модели течения Боднера – Партома [6, 7, 11, 13] на случай многофазного материала. Сущность модификации состоит в использовании формулы смесей для определения параметров модели, отвечающих за предел текучести и временное сопротивление.

1. Модель вязкопластичности Боднера – Партома. Для описания термомеханического поведения изотропного материала используется модель Боднера – Партома (Б–П) [11], модифицированная в работах [5, 18]. Модель включает следующие уравнения:

– уравнение аддитивности деформации

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{\text{ph}}, \quad \varepsilon_{kk}^p = 0, \quad (1)$$

– закон Гука, записанный для дивергентной и шаровой частей,

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - \varepsilon_{ij}^p), \quad \sigma_{kk} = 3K_v(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\text{ph}}), \quad (2)$$

– закон течения Прандтля – Рейса с критерием текучести Мизеса

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = D_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(K_0 + K)^2}{3J_2} \right]^n \right\} \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}},$$

$$\varepsilon_{ij}^p(0) = 0, \quad (3)$$

– уравнение эволюции параметра изотропного упрочнения

$$\dot{K} = m_1(K_1 - K)\dot{W}^p, \quad K(0) = 0, \quad (4)$$

где G – модуль сдвига; K_v – модуль объемного сжатия; s_{ij} – дивергент тензора напряжения, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}/3$; J_2 – второй инвариант тензора напряжения, $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$; \dot{W}^p – пластическая мощность, $\dot{W}^p = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^p$; ε_{ij}^p , ε_{ij}^e – неупругая и упругая составляющие деформации; D_0 , n , K_0 , K_1 и m_1 – параметры модели. Термофазовая объемная деформация $\varepsilon_{ij}^{\text{ph}}$ определяется формулой, приведенной ниже.

Отметим, что в модели Б–П параметры K_0 и K_1 зависят от температуры θ и определяют соответственно начальный предел текучести σ_{02} и временное сопротивление σ_B .

2. Правило смесей и свойства материала. Основные термо-механико-металлургические модели, описывающие влияние температуры, напряжения, деформации на кинетику фазового превращения, рассмотрены в работах [10, 20]. В этих моделях используются уравнения кинетики МСП. В частности, диффузионные аустенит-ферритное и перлитное превращения определяются эволюционным законом Джонсона – Аврамы – Мейла [14]

$$\dot{y}_i = (1 - y_i)t^{n_i} \left[\frac{db_i(\theta)}{d\theta} \dot{\theta} + \frac{b_i n_i}{t} \right], \quad i = f, p, \quad (5)$$

где $b_i(\theta)$ и n_i – характеристики материала; y_i – объемная доля фаз феррита f и перлита p . Преобразование бейнита b описывается уравнением [20]

$$\dot{y}_b = \chi(1 - y_b), \quad (6)$$

где χ – характеристика материала. Бездиффузионное преобразование мартенсита m описывается законом Коистинена – Марбургера [15]

$$\dot{y}_m = \alpha(1 - y_m)\dot{\theta}, \quad (7)$$

где α – характеристика материала.

Методы расчета приращения фаз вдоль произвольной траектории охлаждения на основе ТТТ и ТКД диаграмм развиты в работах [13, 21]. ТТТ диаграммы описывают изотермическое превращение аустенита.

Изменение объема материала при фазовом превращении определяется термофазовой деформацией $\varepsilon_{ij}^{\text{ph}}$. Эта величина определяется через удельные объемы микроструктурных фаз V_{ξ} и концентрации фаз y_{ξ} по формуле [9]

$$\varepsilon_{ij}^{\text{ph}} = \frac{V^{(\xi)}(\theta)y_{\xi}(\theta) - V^{(\xi)}(\theta_r)y_{\xi}(\theta_r)}{3V^{(\xi)}(\theta_r)y_{\xi}(\theta_r)}\delta_{ij}, \quad (8)$$

где θ_r – отсчетная температура, θ – текущая температура. В уравнении (8) ведется суммирование по индексу ξ , который повторяется, причем ξ – фаза микроструктуры: $\xi = a$ – аустенит, $\xi = f$ – феррит, $\xi = p$ – перлит, $\xi = b$ – бейнит, $\xi = m$ – мартенсит.

Температурные зависимости удельных объемов $V^{(\xi)}(\theta)$ в м³/кг, которые отнесены к $\theta = 20$ °С, принимаются [9]

$$\begin{aligned} V^{(a)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12282 + 8.56 \cdot 10^{-6}(\theta - 20) + 2.15 \cdot 10^{-3}C, \\ V^{(f,p,b)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12708 + 5.528 \cdot 10^{-6}(\theta - 20), \\ V^{(m)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12708 + 4.448 \cdot 10^{-6}(\theta - 20) + 2.79 \cdot 10^{-3}C. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь C – массовая концентрация углерода в процентах. Как правило, удельный объем является характеристикой стали [17].

Основная формула смесей для макрохарактеристик, которая базируется на свойствах отдельных фаз, имеет вид

$$\bar{X}(\theta, t) = \sum_{\xi} X^{(\xi)}(\theta)y_{\xi}(\theta, t), \quad (10)$$

где y_{ξ} – объемные доли фазы ξ ; $X^{(\xi)}$ – материальная характеристика для фазы ξ ; \bar{X} – макрохарактеристика.

Характеристиками материала, которые вычисляются по правилу смесей (ПС), являются теплоемкость, теплопроводность, модуль Юнга, предел текучести, модуль упрочнения, коэффициент теплового расширения и коэффициент Пуассона.

В качестве материала выбирается сталь 35ХМА ($C = 0.38\%$, $Cr = 0.99\%$, $Mn = 0.64\%$, $Mo = 0.1\%$). ТКД диаграмма [3] для этой стали показана на рис. 1. Остаточный фазовый состав и пластические характеристики для 20 °С в зависимости от скорости охлаждения показаны на рис. 2 и рис. 3. Стрелками показано, с какой из осей соотносятся представленные кривые.

Правило смесей дает возможность по данным на рис. 2 и рис. 3 рассчитать основные пластические свойства, такие как предел текучести σ_{02} и временное сопротивление σ_B при $\theta = 20$ °С. Экспериментальные данные, приведенные в работах [1, 10], дают основание принять, что температурные зависимости σ_{02} и σ_B для каждой фазы подобны:

$$\begin{aligned} \sigma_{02}^{(\xi)}(\theta) &= \sigma_{02}^{(\xi)}(20^{\circ}\text{C})g(\theta), \\ \sigma_B^{(\xi)}(\theta) &= \sigma_B^{(\xi)}(20^{\circ}\text{C})g(\theta), \end{aligned} \quad (11)$$

где $g(\theta)$ – единая функция температуры для характеристик σ_{02} и σ_B для всех фаз.

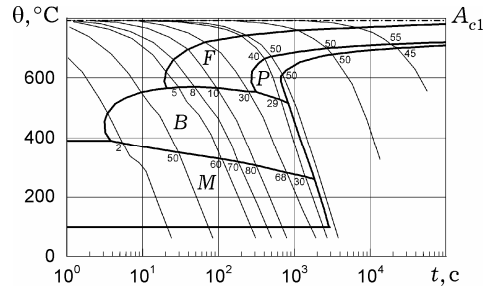


Рис. 1

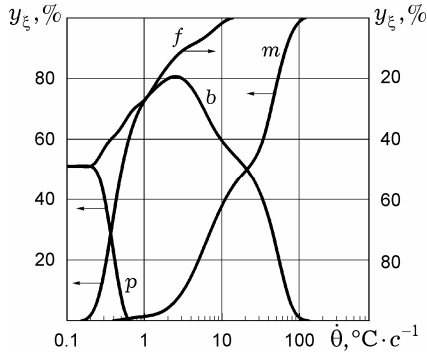


Рис. 2

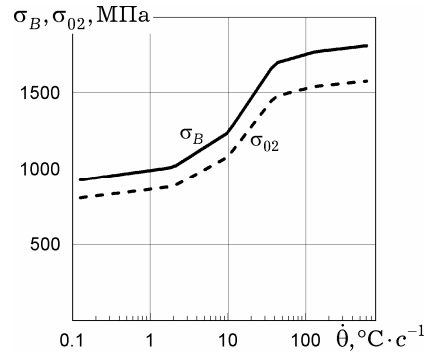


Рис. 3

Далее предполагаем, что параметры D_0 , n и m_1 модели Б-П одни и те же для каждой фазы. Поэтому они могут быть определены по некоторому конкретному фазовому составу. Для определения температурных зависимостей параметров используем данные из работы [1] для состава $y_a = 0$, $y_b = 0.79$, $y_{f+p} = 0.11$, $y_m = 0.10$. Когда пластические свойства $\sigma_{02}^{(\xi)}$ и $\sigma_B^{(\xi)}$ определены, то связанные с ними параметры модели Б-П $K_0^{(\xi)}$ и $K_1^{(\xi)}$ также могут быть определены для каждой фазы. Результаты численного анализа представлены в табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1

$\theta, ^\circ\text{C}$	n	$m_1, \text{МПа}^{-1}$	$g(\theta)$	$g_K(\theta)$
20	1.2	0.07	1.00	1.00
400	1.0	0.8	1.06	0.83
600	0.8	0.29	0.83	0.44
800	0.6	0.4	0.54	0.057

Значения параметров для 20°C приведены в табл. 2, где фазы f и p рассматриваются как одна фаза $f + p$.

Таблица 2

ξ	$\sigma_{02}^{(\xi)}, \text{МПа}$	$\sigma_B^{(\xi)}, \text{МПа}$	$K_0^{(\xi)}, \text{МПа}$	$K_1^{(\xi)}, \text{МПа}$
a	165	190	712	824
$f + p$	827	948	3562	4123
b	900	1032	3877	4489
m	1611	1848	6943	8039

Результаты расчетов показывают, что температурная зависимость $K_0^{(\xi)}$ и $K_1^{(\xi)}$ может быть выражена через одну функцию температуры $g_K(\theta)$, представленную в табл. 1:

$$K_0^{(\xi)}(\theta) = K_0^{(\xi)}(20^\circ\text{C})g_K(\theta),$$

$$K_1^{(\xi)}(\theta) = K_1^{(\xi)}(20^\circ\text{C})g_K(\theta). \quad (12)$$

Для обобщения модели Боднера – Партома на случай многофазного состояния материала предлагается линейное правило смесей для параметров K_0 и K_1 :

$$K_0 \rightarrow \bar{K}_0 = \sum_{\xi} K_0^{(\xi)} y_{\xi},$$

$$K_1 \rightarrow \bar{K}_1 = \sum_{\xi} K_1^{(\xi)} y_{\xi}. \quad (13)$$

Таким образом, формулы (3) и (4) модифицированной модели Б–П для многофазного состояния могут быть записаны следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = D_0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(\bar{K}_0 + K)^2}{3J_2}\right]^n\right\} \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}},$$

$$\varepsilon_{ij}^p(0) = 0, \quad (14)$$

$$\dot{K} = m_1(\bar{K}_1 - K)\dot{W}^p, \quad K(0) = 0, \quad (15)$$

где \bar{K}_0 и \bar{K}_1 определяются соотношениями (13).

Для обоснования правила смесей можно сравнить результаты, полученные с использованием развитой модели (11)–(15), с расчетами по формулам Касаткина – Зейфарта [3] и экспериментальными данными Шоршорова – Белова [8]. Уравнения Касаткина – Зейфарта представляют собой статистически обработанные данные для более 150 низколегированных сталей:

$$\sigma_1 [\text{МПа}] = (798 + 3215\text{C})y_m + (590 + 960\text{C} + 39.7\text{Mn} + 200\text{V})y_b +$$

$$+ (297 + 1360\text{C} + 60\text{Mn} + 140\text{V})y_{f+p}, \quad (16)$$

$$\sigma_{0.2} [\text{МПа}] = (662 + 1610\text{C})y_m + (500 + 460\text{C} + 120\text{C}^2 + 150\text{V})y_b +$$

$$+ (187 + 926\text{C} + 47\text{Mn} + 90\text{V})y_{f+p}. \quad (17)$$

Здесь в процентах: С – углерод, Mn – марганец, V – ванадий.

На рис. 4а и рис. 4б показаны значения $\sigma_{0.2}$ и σ_B как функций от скорости охлаждения. Сплошными линиями с маркерами показаны экспериментальные данные Шоршорова – Белова [8]. Сплошные линии без маркеров получены на основе обобщенной модели Б–П (11)–(15). Штриховые линии получены с помощью уравнений Касаткина – Зейфарта (16), (17).

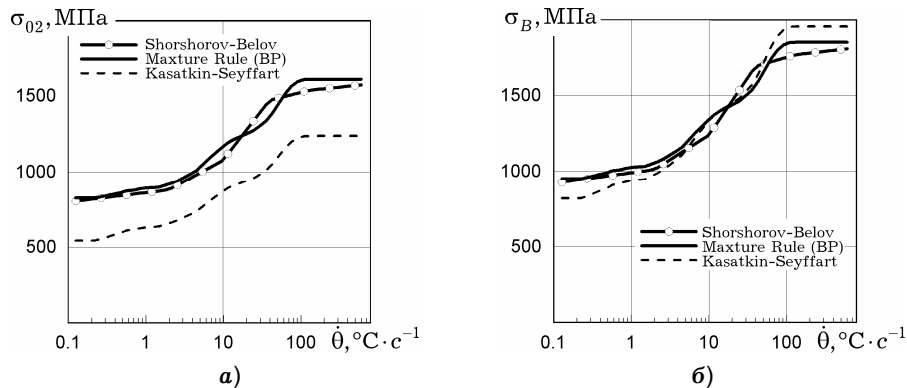


Рис. 4

Эти результаты показывают, что обобщенная модель (11)–(15), основанная на правиле смесей, дает удовлетворительное согласование как для значения предела текучести σ_{02} стали 35ХМА, так и для временного сопротивления σ_B . Уравнения (16), (17) дают хороший прогноз влияния фазового состава на σ_B . В то же время они могут давать значительную погрешность σ_{02} для отдельных сталей.

1. *Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М.* Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. – Москва: Машиностроение, 1965. – 568 с.
2. *Джеймс Д. Х., Имбри П. К., Хилл П. С., Аллен Д. Х., Хейслер В. Е.* Экспериментальное сравнение нескольких современных вязкопластических моделей материала при повышенной температуре // Теорет. основы инж. расчетов. – 1988. – № 1. – С. 52–68.
То же: *James G. H., Imbric P. K., Hill P. S., Allen D. H., Haisler W. E.* An experimental comparison of current viscoplastic models at elevated temperature // *J. Eng. Mater. Techn.* – 1987. – **109**. – P. 130–139.
3. *Касаткин О. Г., Зайффарт П.* Влияние химического и фазового состава зоны термического влияния на ее механические свойства при дуговой сварке низколегированных сталей // Автомат. сварка. – 1984. – № 2. – С. 5–10.
4. *Попов А. А., Попова А. Е.* Справочник термиста. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. – Москва: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит., 1961. – 430 с.
5. *Сенченков И. К., Жук Я. А., Табиева Г. А.* Термодинамически согласованные модификации обобщенных моделей термовязкопластичности // Прикл. механика. – 1998. – **34**, № 4. – С. 53–60.
6. *Сенченков И. К., Табиева Г. А.* Определение параметров модели Боднера–Партома термовязкопластического деформирования материалов // Прикл. механика. – 1996. – **32**, № 2. – С. 64–72.
То же: *Senchenkov I. K., Tabieva G. A.* Determination of the parameters of the Bodner–Partom model for thermoviscoplastic deformation of materials // *Int. Appl. Mech.* – 1996. – **32**, No. 2. – P. 132–139.
7. *Чжан К., Боднер С., Линдхольм У.* Феноменологическое моделирование упрочнения и теплового возврата в металлах // Теорет. основы инж. расчетов. – 1988. – № 4. – С. 1–14.
То же: *Chan K. S., Bodner S. R., Lindholm U. S.* Phenomenological modeling of hardening and thermal recovery in metals // *J. Eng. Mater. Techn.* – 1988. – **110**. – P. 1–8.
8. *Шоршоров М. Х., Белов В. В.* Фазовые превращения и изменения свойств стали при сварке. Атлас. – Москва: Наука, 1972. – 220 с.
9. *Юрьев С. Ф.* Удельные объемы фаз в мартенситном превращении аустенита. – Москва: Металлургиздат, 1950. – 48 с.
10. *Alberg H., Berglund D.* Comparison of plastic, viscoplastic, and creep models when modeling welding and stress relief heat treatment // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* – 2003. – **192**. – P. 5189–5208.
11. *Bodner S. R.* Unified plasticity – An engineering approach (Final Report). – Faculty of Mechanical Engineering, Technion-Israel Institute of Technology. Haifa 32000, Israel. – 2000. – 106 p.
12. *Borjesson L., Lindgren L.-E.* Simulation of multipass welding with simultaneous computation of material properties // *Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol.* – 2001. – **123**. – P. 106–111.
13. *Carlone P., Palazzo G. S.* Development and validation of a thermo-mechanical finite element model of the steel quenching process including solid–solid phase changes // *Int. Appl. Mech.* – 2010. – **46**, No. 8. – P. 955–971.
14. *Johnson A. W., Mehl F.* Reaction kinetics in processes of nucleation and growth // *Trans. Metall. Soc. AIME.* – 1939. – **135**. – P. 416–458A.
15. *Koistinen D. P., Marburger R. E.* A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and carbon steels // *Acta Metall.* – 1959. – **7**. – P. 59–60.
16. *Krempel E.* Viscoplastic models for high temperature applications // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – **37**. – P. 279–291.

17. *Liscic B., Tensi H. M., Luty W.* Theory and technology of quenching. – Berlin: Springer Verlag, 1992. – 408 p.
18. *Moreno V., Jordan E. H.* Prediction of material thermomechanical response with a unified viscoplastic constitutive model // *Int. J. Plasticity.* – 1986. – **2**. – P. 223–245.
19. *Radaaj D.* Welding residual stresses and distortion: Calculation and measurement. – Düsseldorf: DVS-Verlag GmbH, 2003. – 396 p.
20. *Ronda J.* Consistent thermo-mechano-metallurgical model of welded steel with unified approach to derivation of phase evolution laws and transformation-induced plasticity // *Comput. Meth. Appl. Eng.* – 2000. – **189**. – P. 361–417.
21. *Senchenkov I. K., Chervinko O. P., Turyk E., Ryabtsev I. A.* Examination of the thermomechanical state of cylindrical components deposited with layers of austenitic and martensitic steels // *Weld. Int.* – 2008. – **22**, No. 7. – P. 457–464.

**МОДЕЛЮВАННЯ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ТЕЧІЇ З
УРАХУВАННЯМ ЗАЛЕЖНОСТІ ПЛАСТИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
ВІД МІКРОСТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ**

На основі експериментальних даних для сталі 35ХМА проведено узагальнення уніфікованої моделі течії Боднера – Партома з метою врахування впливу фазового складу матеріалу на його пластичні властивості. При багатofазному стані сталі для визначення параметрів, які відповідають за границю текучості і тимчасовий опір, використано правило сумішей. Вірогідність розвинутої моделі підтверджено узгодженням із експериментальними даними та результатами інших авторів.

**MODELING OF NONISOTHERMAL FLOW WITH
ACCOUNTING DEPENDENCE OF PLASTIC PROPERTIES
ON MATERIAL MICROSTRUCTURE**

On the basis of experimental data for the steel 35HMA the generalization of the unified Bodner – Partom flow model is modified on the case of phase composition influence on plastic properties. To determine the parameters of the model corresponding to yield stress and yield strength for multiphase state, the mixture rule is utilized. The reliability of developed model is confirmed by coordination with experimental data and results of other authors.

Ин-т механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Получено
13.05.11