

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНА ОРТОТРОПНА ОБОЛОНКА З ВНУТРІШНЬОЮ ТРІЩИНОЮ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

Розвинуто методикку побудови систем сингулярних інтегральних рівнянь для розв'язання задач про напружений стан ортотропних оболонок довільної кривини з внутрішньою тріщиною довільної конфігурації. Розглянуто вплив пружних і геометричних параметрів оболонки на розмір пластичної зони та величину розкриття тріщини.

Оболонкові конструкції часто містять дефекти типу тріщин, при цьому наявні тріщини можуть бути як наскрізними, так і внутрішніми. Від типу тріщини залежать методи та моделі, які будуть застосовані при розрахунку міцності таких конструкцій. При розрахунках важливо, щоб обраний метод чи модель були математично коректні в використанні та адекватно описували механічну задачу [8].

Аналог δ_c -моделі, при застосуванні якого одночасно можна врахувати і тип тріщини, і пластичні деформації, які виникли в її околі, був розроблений Ф. Folias, F. Erdogan [7] та використаний багатьма вченими при дослідженні ізотропних і ортотропних оболонок певної та довільної кривини з внутрішніми тріщинами [2–4]. Проте в усіх згаданих дослідженнях контур глибини внутрішньої тріщини моделювали прямокутником, що значно спрощувало розв'язання задачі, але не враховувалась форма реальної тріщини.

У цій роботі контур глибини тріщини описуємо за допомогою двох гладких кривих. Проведемо порівняльний аналіз результатів, отриманих за припущень, що контур глибини тріщини є прямокутним або параболічним.

Постановка задачі. Розглянемо тонку пружну оболонку довільної кривини і постійної товщини h , виготовлену з ортотропного матеріалу такого, що в кожній її точці лінії головних кривин серединної поверхні збігаються з головними напрямками пружності матеріалу. Система ортогональних координат $Oxyz$ вибрана таким чином, що осі Ox , Oy орієнтовані вздовж ліній головних кривин серединної поверхні оболонки, а вісь Oz спрямована по нормалі до неї.

Оболонка послаблена внутрішньою тріщиною довжини 2ℓ уздовж осі Ox . Глибину тріщини задаємо двома гладкими кривими $D_1(x)$ і $D_2(x)$ (рис. 1). Приймаємо, що під дією симетричного зовнішнього навантаження над і під фронтом тріщини, а також на її подовженні утворилися зони пластичних деформацій, які поширилися тонким шаром по товщині оболонки. Для дослідження такої пружно-пластичної оболонки з внутрішньою тріщиною доцільно застосувати згаданий вище аналог δ_c -моделі.

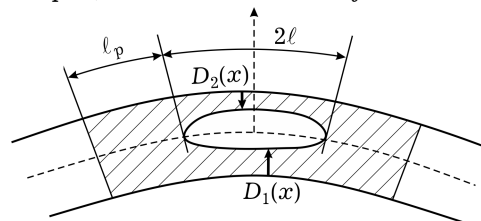


Рис. 1

Розв'язок задачі. Згідно з аналогом δ_c -моделі в пластичних зонах на подовженні тріщини, де напруження досягли границі текучості σ_c , вводять невідомі зусилля T і згинальний момент M , які задовольняють умову пластичності Треска для композитних матеріалів [5]. Над і під фронтом тріщини, де матеріал також знаходиться в стані пластичної текучості, вводять зусилля $T^\ell(x)$ і момент $M^\ell(x)$, які обчислюються за формулами

$$T^\ell(x) = \sigma_\tau \left(\int_{-h/2}^{D_1(x)} dz + \int_{D_2(x)}^{h/2} dz \right),$$

$$M^\ell(x) = \sigma_\tau \left(\int_{-h/2}^{D_1(x)} z dz + \int_{D_2(x)}^{h/2} z dz \right). \quad (1)$$

Якщо $D_1(x) = -\frac{h}{2} + d_1$ і $D_2(x) = \frac{h}{2} - d_2$ – сталі, то сталими є також $T^\ell(x)$ і $M^\ell(x)$. Цей випадок (оболонка з внутрішньою прямокутною тріщиною) був розглянутий в [2, 3].

На берегах тріщини виконуються граничні умови

$$\tilde{F}_i(x) = \begin{cases} F_i^\ell(x) - F_i^*, & |x| \leq \ell, \\ F_i - F_i^*, & \ell \leq |x| \leq \ell + \ell_p, \end{cases} \quad i = 1, 3, \quad (2)$$

де $F_1^\ell(x) = T^\ell(x)$ і $F_3^\ell(x) = M^\ell(x)$, $F_1 = T$ і $F_3 = M$, $F_1^* = T_2^*$ – розтягувальне зусилля, а $F_3^* = M_2^*$ – згинальний момент.

Задачу надалі розв'язують в рамках двовимірної теорії оболонок для пружної оболонки з наскрізною тріщиною невідомої довжини (розмір ℓ_p пластичної зони наперед невідомий). Замість тріщини довжиною 2ℓ вводять нову фіктивну наскрізну тріщину завдовжки $2\ell_1$, де $\ell_1 = \ell + \ell_p$.

Для ортотропної оболонки довільної кривини з наскрізною тріщиною довжини $2\ell_1$ отримана у роботі [6] система сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) має вигляд

$$\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} \mathcal{K}_{ij}(s-x) \psi_j(s) ds = \pi \Phi_i(x), \quad (3)$$

де $\Phi_1(x) = \tilde{F}_1(x)$, $\Phi_3(x) = c^2 R_2 \tilde{F}_3(x)$. Співвідношення для ядер $\mathcal{K}_{ij}(s-x)$ і невідомих функцій $\psi_j(s)$ наведено в [6]. Задовольняючи граничні умови (2), отримаємо, що праві частини системи (3) мають розриви першого роду. Тому невідомі функції подамо у формі

$$\psi_1(s) = g_1(s) + h_1(s), \quad \psi_3(s) = g_3(s) + h_3(s), \quad (4)$$

де функції h_j – аналітичний розв'язок рівняння

$$\int_{-1}^1 \frac{h_j(s)}{s-x} dt = \pi f_j(x), \quad (5)$$

у якому

$$f_j(x) = g_j \begin{cases} F_j^\ell(x) - a_j, & |x| < \tau^*, \\ F_j - a_j, & \tau^* < |x| < 1, \end{cases} \quad g_1 = 1, \quad g_3 = c^2 R_2, \quad \tau^* = \frac{\ell}{\ell_1}.$$

Сталі a_j визначаємо з умови існування розв'язку рівняння (5) [1]:

$$\int_{-1}^1 \frac{f_j(x) dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0, \quad (6)$$

вони мають такий узагальнений вигляд:

$$F_j \int_{-1}^{-\tau^*} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}} + F_j \int_{\tau^*}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = a_j \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

або

$$a_j = \frac{2}{\pi} \left(F_j \arccos(\tau^*) + \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{2\sqrt{1-x^2}} \right) = F_j a^{(1)} + \frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (7)$$

Розв'язок рівняння (5) у випадку, коли функція $h_j(s)$ є обмеженою на кінцях проміжку інтегрування, має вигляд [1]

$$h_j(s) = -\frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f_j(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}$$

або

$$h_j(s) = -g_j \frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \left(F_j \int_{-1}^{-\tau^*} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} + \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} + F_j \int_{\tau^*}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} - \int_{-1}^1 \frac{a_j dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right).$$

Враховуючи, що первісною інтеграла $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}$ є функція

$$-\frac{1}{\sqrt{1-s^2}} \ln \left| \frac{1-sx + \sqrt{(1-s^2)(1-x^2)}}{x-s} \right| + C,$$

маємо такий аналітичний вигляд функцій $h_j(s)$:

$$\begin{aligned} h_j(s) &= g_j \frac{F_j}{\pi} \ln \left| \frac{(\tau^* - s)(1 + s\tau^* + \sqrt{(1-s^2)(1-\tau^{*2}})}{(\tau^* + s)(1 - s\tau^* + \sqrt{(1-s^2)(1-\tau^{*2}})} \right| - \\ &\quad - g_j \frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} = \\ &= g_j F_j h^{(1)}(s) - g_j \frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Підставимо невідомі функції в систему СІР (3), враховуючи вигляд a_j з (7) та $h_j(s)$ (8):

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} \mathcal{K}_{1j}(x-s) g_j(s) ds + t \left(\int_{-1}^1 \mathcal{K}_{11}^r(x-s) h^{(1)}(s) ds + \pi a^{(1)} \right) + \\ &\quad + m \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{13}(x-s) h^{(1)}(s) ds = \mathcal{P}_1(x), \\ &\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} \mathcal{K}_{3j}(x-s) g_j(s) ds + t \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{31}(x-s) h^{(1)}(s) ds + \\ &\quad + m \left(\int_{-1}^1 \mathcal{K}_{33}^r(x-s) h^{(1)}(s) ds + \pi a^{(1)} \right) = \mathcal{P}_3(x), \end{aligned} \quad (9)$$

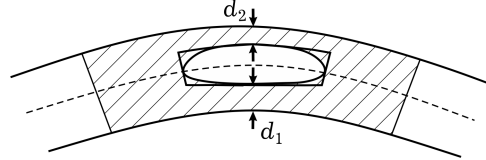
де

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_1(x) &= \pi - \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{11}^r(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds + \\
&\quad + \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{13}(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds, \\
\mathcal{P}_3(x) &= \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{31}(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds - \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}} + \\
&\quad + \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{33}^r(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m^\ell(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds,
\end{aligned}$$

$$t = T/T_2^*, \quad m = c^2 R_2 M/T_2^*, \quad t^\ell = T^\ell/T_2^*, \quad m^\ell = c^2 R_2 M^\ell/T_2^*.$$

У загальному випадку задача дослідження оболонки з внутрішньою тріщиною будь-якого контуру буде зводитися до системи (9), але $\mathcal{P}_1(x)$ та $\mathcal{P}_3(x)$ будуть відрізнятися. Їхній вигляд буде залежати від вигляду $T^\ell(x)$ і $M^\ell(x)$. Система (9) є системою СІР типу Коші і для функцій, обмежених на кінцях проміжку інтегрування, розв'язується методом механічних квадратів.

Ортотропна оболонка з параболічною тріщиною. Нехай оболонка, послаблена внутрішньою тріщиною (рис. 2), перебуває під дією розтягувального зусилля $T_2^* = \text{const}$, $M_2^* = 0$. Глибину тріщини задаємо формулами



$$D_1(x) = \frac{1}{\tau^{*2}} \left(\frac{h}{2} - \frac{d_1}{2} - \frac{d_2}{2} \right) x^2 - \frac{h}{2} + d_1,$$

$$D_2(x) = -\frac{1}{\tau^{*2}} \left(\frac{h}{2} - \frac{d_1}{2} - \frac{d_2}{2} \right) x^2 + \frac{h}{2} - d_2.$$

Застосовуючи (1), обчислимо зусилля $T^\ell(x)$ і момент $M^\ell(x)$:

$$T^\ell(x) = \sigma_\tau(d_1 + d_2) + \sigma_\tau(h - d_1 - d_2) \frac{x^2}{\tau^{*2}} = F_1^\ell + k_1^\ell \frac{x^2}{\tau^{*2}},$$

$$M^\ell(x) = \frac{\sigma_\tau}{2} (h - d_1 - d_2)(d_2 - d_1) \left(1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}} \right) = F_3^\ell + k_3^\ell \frac{x^2}{\tau^{*2}}, \quad (10)$$

де

$$F_1^\ell = T^\ell = \sigma_\tau(d_1 + d_2), \quad F_3^\ell = M^\ell = \sigma_\tau(h - d_1 - d_2)(d_2 - d_1)/2,$$

$$k_1^\ell = \sigma_\tau(h - d_1 - d_2), \quad k_3^\ell = -M^\ell.$$

Сталі a_j визначаємо з (7):

$$\begin{aligned}
a_j &= F_j a^{(1)} + F_j^\ell \frac{2}{\pi} \arcsin(\tau^*) + \frac{k_j^\ell}{\pi} \left(\frac{\arcsin(\tau^*)}{\tau^{*2}} - \frac{\sqrt{1-\tau^{*2}}}{\tau^*} \right) = \\
&= F_j a^{(1)} + F_j^\ell a^{(2)} + k_j^\ell a^{(3)}.
\end{aligned} \quad (11)$$

Якщо при цьому $a_1 = T_2^*$ та $a_3 = 0$, тоді з (5) отримуємо систему СІР, що описує напружений стан пластини з внутрішньою тріщиною під дією розтягувального зусилля. Відразу можемо отримати аналітичний вигляд функцій $h_j(s)$:

$$\begin{aligned} h_j(s) &= g_j \left(\left(F_j - F_j^\ell - k_j^\ell \frac{s^2}{\tau^{*2}} \right) h^{(1)}(s) - k_j^\ell \frac{2}{\pi} \frac{\arcsin(\tau^*)}{\tau^{*2}} s \sqrt{1-s^2} \right) = \\ &= g_j \left(\left(F_j - F_j^\ell - k_j^\ell \frac{s^2}{\tau^{*2}} \right) h^{(1)}(s) - k_j^\ell h^{(2)}(s) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Далі з (11) визначимо невідомі T і M :

$$F_j = (a_j - F_j^\ell a^{(2)} - k_j^\ell a^{(3)}) \frac{1}{a^{(1)}}. \quad (13)$$

Якщо підставити T і M з (13) в будь-яку умову пластичності для ортотропного матеріалу, то отримаємо трансцендентне рівняння для визначення розміру пластичної зони параболічної внутрішньої тріщини в пластині. Якщо ця умова – умова пластичності Треска поверхневого шару, то трансцендентне рівняння має вигляд

$$\frac{\sigma_2^*}{\sigma_\tau} - a^{(1)} - \frac{T^\ell}{h\sigma_\tau} a^{(2)} - \frac{k_1^\ell}{h\sigma_\tau} a^{(3)} + \frac{6}{h^2\sigma_\tau} |M^\ell(-a^{(2)} + a^{(3)})| = 0, \quad \sigma_2^* = \frac{T_2^*}{h}.$$

Ключова система рівнянь поставленої задачі з урахуванням (11) і (12) набуде вигляду (9). У цьому випадку функції $\mathcal{P}_1(x)$, $\mathcal{P}_3(x)$ будуть такими:

$$\mathcal{P}_i(x) = \mathcal{P}_i^{(1)}(x) + \mathcal{P}_i^{(2)}(x), \quad i = 1, 3,$$

де

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1^{(1)}(x) &= \pi(1 - t^\ell a^{(2)}) + t^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{11}^r(x-s) h^{(1)}(s) ds + \\ &+ m^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{13}(x-s) h^{(1)}(s) ds, \\ \mathcal{P}_1^{(2)}(x) &= k_1^\ell \left(\int_{-1}^1 \mathcal{K}_{11}^r(x-s) \left(\frac{s^2}{\tau^{*2}} h^{(1)}(s) + h^{(2)}(s) \right) ds - \pi a^{(3)} \right) - \\ &- m^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{13}(x-s) \left(\frac{s^2}{\tau^{*2}} h^{(1)}(s) + h^{(2)}(s) \right) ds, \\ \mathcal{P}_3^{(1)}(x) &= -\pi m^\ell a^{(2)} + t^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{31}(x-s) h^{(1)}(s) ds + m^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{33}^r(x-s) h^{(1)}(s) ds, \\ \mathcal{P}_3^{(2)}(x) &= k_1^\ell \int_{-1}^1 \mathcal{K}_{31}(x-s) \left(\frac{s^2}{\tau^{*2}} h^{(1)}(s) + h^{(2)}(s) \right) ds - \\ &- m^\ell \left(\int_{-1}^1 \mathcal{K}_{33}^r(x-s) \left(\frac{s^2}{\tau^{*2}} h^{(1)}(s) + h^{(2)}(s) \right) ds - \pi a^{(3)} \right). \end{aligned}$$

У випадку прямокутного контуру внутрішньої тріщини $\mathcal{P}_1^{(2)}(x)$ та $\mathcal{P}_3^{(2)}(x)$ дорівнюють нулеві.

Числові результати. Дослідження проведено для ортотропних оболонок довільної кривини з внутрішньою тріщиною різної конфігурації. Нехай у перерізі оболонки вздовж осі Ox тріщина має прямокутну або параболичну форму (рис. 2).

Порівняльний аналіз виконаних обчислень проілюстровано на двох характеристиках напруженого стану оболонки – розмірі пластичної зони $1 - \tau^*$ та розкритті тріщини δ^* .

Формула для обчислення розкриття δ^* має вигляд

$$\delta^*(x, \gamma) = \frac{4\ell\chi^2}{\ell_1} \frac{\sigma_2^*}{\sigma_\tau} \left(\sqrt{\frac{a}{1-\mu}} \int_{-1}^x \psi_1(t) dt + \frac{\gamma}{h} \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{(1-\nu)(3+\nu-2\mu)} \int_{-1}^x \psi_3(t) dt \right), \quad (14)$$

де $\gamma \in [D_1(x), D_2(x)]$; $\chi^2 = \sqrt{E_1/E_2}$; $\nu = \sqrt{\nu_1\nu_2}$; $\mu = 1 - 2(1+\nu)G_{12}/E$; E_1, E_2 – модулі Юнга; ν_1, ν_2 – коефіцієнти Пуассона; G_{12} – модуль зсуву для площин, паралельних до серединної поверхні оболонки. Всі розрахунки виконано при $h/R_2 = 0.02$.

На рис. 3, рис. 4 зображено залежність $1 - \tau^*$ та δ^* для параболичної тріщини від її довжини ℓ/R_2 у псевдосферичній оболонці. Суцільною лінією зображено результати для тріщини з параметром $d_2/h = 0.1$, штриховою – з $d_2/h = 0.05$. При обчисленнях приймали, що $\sigma_2^*/\sigma_\tau = 0.6$, $d_1/h = 0.05$.

Криві 1–3 на рис. 3 – рис. 6 відповідають матеріалам **I–III**:

I – ізотропний матеріал ($\nu = 0.3$);

II – $E_1 = 6.25 \cdot 10^6$ Па, $E_2 = 2.12 \cdot 10^6$ Па, $G_{12} = 0.9 \cdot 10^6$ Па, $\nu = 0.25$;

III – $E_1 = 14.9 \cdot 10^6$ Па, $E_2 = 0.6 \cdot 10^6$ Па, $G_{12} = 0.4 \cdot 10^6$ Па, $\nu = 0.31$.

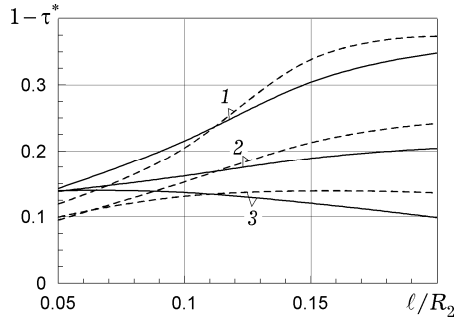


Рис. 3

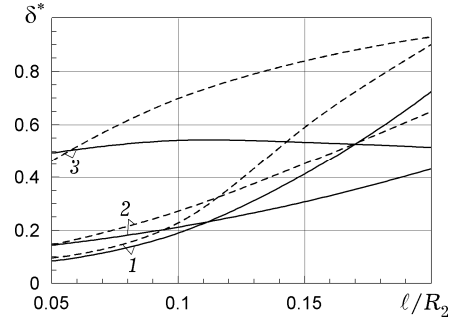


Рис. 4

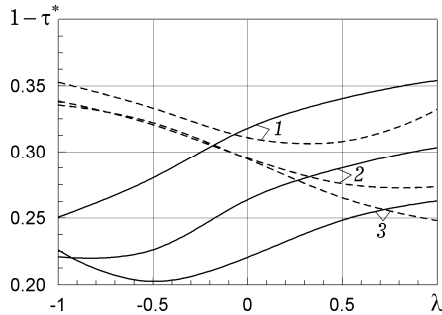


Рис. 5

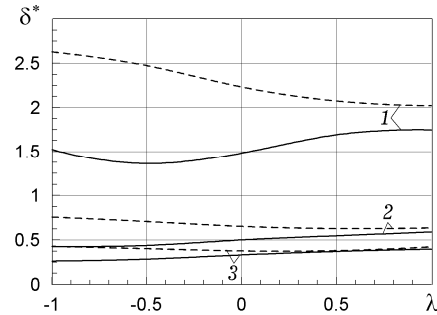


Рис. 6

На рис. 5 – рис. 8 зображено залежність $1 - \tau^*$ і δ^* для різних тріщин від параметра кривини $\lambda = R_2/R_1$ (R_1, R_2 – радіуси головних кривин середньої поверхні). Суцільним лініям на рис. 5, рис. 6 відповідають результати для параболічної тріщини з параметром $d_1/h = 0.05$, штриховою – з $d_1/h = 0.1$. При обчисленнях приймали, що $\sigma_2^*/\sigma_\tau = 0.7$, $\ell/R_2 = 0.05$, $d_2/h = 0.1$.

Криві 1 і 3 на рис. 7, рис. 8 – для параболічної і прямокутної тріщин відповідно ($d_1/h = 0.05, d_2/h = 0.1$), криві 2 – для прямокутної ($d_1/h = 0.192, d_2/h = 0.242$). Суцільні лінії відповідають ізотропному матеріалу, а штрихові – матеріалу II. Для обчислення кривих на рис. 7 – рис. 9 приймали, що $\sigma_2^*/\sigma_\tau = 0.6$, $\ell/R_2 = 0.05$. На рис. 3 – рис. 8 відносно розкриття тріщини розраховано за формулою (14), у якій $x = \tau^*$, $\gamma = (d_1 - d_2)/2$.

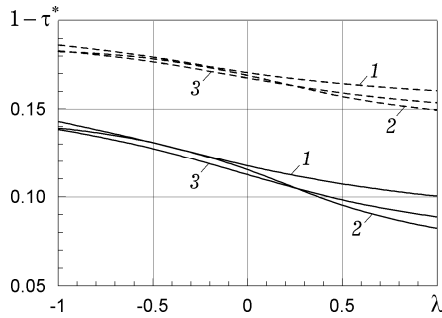


Рис. 7

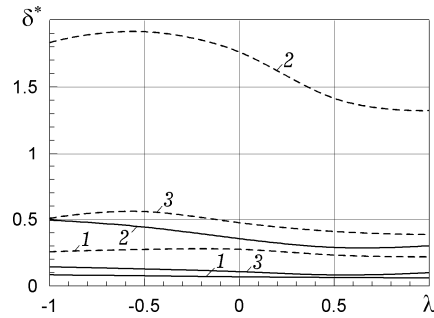


Рис. 8

На рис. 9 наведено результати обчислень розкриття δ^* у випадку параболічної тріщини з параметрами $d_1/h = 0.05$, $d_2/h = 0.1$ (суцільні лінії) і прямокутної тріщини з $d_1/h = 0.192$, $d_2/h = 0.242$ (штрихові лінії), коли тріщини мають однакові площі в перерізі оболонки. Тріщини з такими параметрами порівнюються також вище на рис. 7 і рис. 8.

На рис. 9 проводиться порівняльний аналіз δ^* по фронту різних тріщин в псевдосферичній оболонці. Криві 1–3 відповідають значенням параметра $\gamma = D_2(x), \gamma = \frac{d_1 - d_2}{2}$, $\gamma = D_1(x)$ у формулі (14).

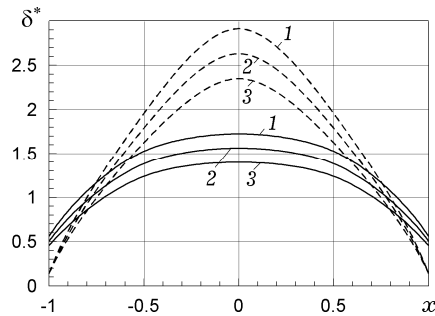


Рис. 9

Висновки. На основі виконаних обчислень і наведених графіків можна зробити такі висновки.

– При збільшенні довжини тріщини розмір пластичної зони $1 - \tau^*$ та розкриття δ^* для обох типів тріщин збільшується у 2–3 рази. Залежність основних характеристик $1 - \tau^*$ та δ^* від параметра кривини λ має немонотоний характер, як і у випадку з прямокутною тріщиною.

– За умови однакового рівня навантаження, геометричних і механічних параметрів оболонки та рівності параметрів, що визначають тріщину, d_1/h та d_2/h , розмір пластичної зони $1 - \tau^*$ прямокутної тріщини у 2–3 рази є більшим порівняно з параболічною, а величина розкриття – у 20–30 разів, (рис. 7, рис. 8, криві 1, 2).

– Якщо тріщини займають однакою площу у перерізі оболонки (рис. 7, рис. 8, криві 1, 3), то $1 - \tau^*$ для прямокутної тріщини зі збільшенням параметра λ збільшується на 10–30% порівняно з параболічною. Величина розкриття δ^* для прямокутної тріщини за таких умов у 2–3 рази є більшою порівняно з параболічною.

– Характер поведінки δ^* по фронту різних тріщин, які займають однакою площу у перерізі оболонки, такий: у вершині δ^* для параболічної тріщини менше у 3–4 рази, ніж для прямокутної; в інших точках фронту тріщини ситуація прямо протилежна. В центральній точці параболічної тріщини значення δ^* є більшим на 50–60%, ніж для прямокутної.

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. – Москва: Наука, 1977. – 639 с.
2. Довбня К. М., Гордієнко М. М. Напружено-деформований стан пружно-пластичної ортотропної оболонки довільної кривини з внутрішньою тріщиною // Тр. Ін-та прикл. математики и механики НАН Украины. – 2008. – Т. 17. – С. 36–41.
3. Довбня К. М., Корохіна О. А. Залежність розміру пластичних зон, що передують поверхневій тріщині у пружно-пластичній оболонці, від глибини тріщини та кривини оболонки // Проблеми обчислюв. механіки і міцності конструкцій. – 2005. – № 7. – С. 14–20.
4. Кур'ян В. І., Осадчук В. А., Николишин М. М. Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. – Львів: СПОЛОМ, 2007. – 320 с.
5. Композиционные материалы / Под общ. ред. Л. Браутмана, Р. Крока: В 8 т. – Т. 2. Механика композиционных материалов / Ред. Дж. Сендецки. – Москва: Мир, 1978. – 564 с.
6. Шевченко В. П., Довбня К. М. Метод граничних інтегральних рівнянь у задачах статички пологих ортотропних оболонок із розрізами й отворами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – 46, № 1. – С. 47–59.
7. Erdogan F., Delale F. Ductile fracture of pipes and cylindrical containers with circumferential flaws // Trans. ASME. Ser. J. J. Press. Vess. Technol. – 1981. – 103. – P. 160–168.
8. Reddy J. N. Theory and analysis of elastic plates and shells. – Boca Raton: CRC Press, 2007. – 547 p.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ ОРТОТРОПНАЯ ОБОЛОЧКА С ВНУТРЕННЕЙ ТРЕЩИНОЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Развита методика построения систем сингулярных интегральных уравнений для решения задач о напряженном состоянии ортотропных оболочек произвольной кривизны с внутренней трещиной произвольной конфигурации. Рассмотрено влияние упругих и геометрических параметров оболочки на размер пластической зоны и величину раскрытия трещины.

ELASTIC-PLASTIC ORTHOTROPIC SHELL WITH INTERNAL CRACK OF ARBITRARY CONFIGURATION

The methods of construction the singular integral equations systems for solving the problems on the stress state of orthotropic shells of arbitrary curvature with internal crack of arbitrary configuration are developed. The influence of elastic and geometric parameters of a shell on the plastic zone size and crack opening displacement is considered.

Донецьк. нац. ун-т, Донецьк

Одержано
29.12.11