

МОДЕЛЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОПЕРЕНОСУ У ПЛАСТИНАХ З ТОНКИМИ ПОКРИТТЯМИ ЗА ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Отримано наближені співвідношення, що базуються на використанні узагальнених граничних умов (умов теплообміну через покриття) для опису процесів теплопереносу в опромінюваних пластинах з покриттями. Досліджено їх застосовність залежно від радіаційних властивостей покриття та основи.

Розвиток і вдосконалення сучасних приладобудування, електронної, космічної, авіаційної та інших галузей техніки неможливі без застосування нових конструкційних елементів, виготовлених з кераміки, скла, ситалів, кварцу та подібних неметалевих матеріалів. Їх часто використовують у поєднанні між собою чи з металевими матеріалами. Такі шаруваті елементи отримують, зокрема, шляхом нанесення на неметалеву або металеву основу зміцнюючих, захисних чи іншого функціонального призначення покриттів з металів або неметалів. Під час виготовлення та експлуатації згадані шаруваті елементи конструкцій і приладів можуть перебувати за умов теплового опромінення або високих температур, а їх компоненти – мати різну прозорість для теплового випромінювання. Непрозорість (повне поглинання енергії випромінювання в дуже тонкому приповерхневому шарі, порядку $100 \div 1000$ ангстрем) характерна для металевих, а часткова прозорість (повне поглинання енергії випромінювання при товщинах від часток міліметра до декількох метрів) – для неметалевих матеріалів [1, 14].

Вплив теплового випромінювання в шаруватих тілах з компонентами з різними радіаційними властивостями, зокрема різної прозорості, проявляється на поверхнях, в частково прозорих областях і межах контакту складових [16, 17, 24]. Він визначається особливостями поширення і поглинання як зовнішнього теплового випромінювання, так і випроміненого в тілі власного, оскільки нагріте тіло саме є джерелом випромінювання. Поглинання і випромінення теплової енергії компонентами залежно від їх прозорості має поверхневий або об'ємний характер [6, 20, 21, 23], а процеси теплообміну випромінюванням можуть суттєво впливати на тепловий стан шаруватого тіла.

Реальний розгляд тонких приповерхневих шарів (покриттів) при дослідженні теплової поведінки тіл (особливо з урахуванням впливу випромінювання) ускладнює постановку контактної-крайових задач теплопереносу та застосування аналітичних і числових методів їх розв'язування через необхідність спряження розв'язків в областях з істотно різними характерними розмірами. Тому переважно їх виключають з розгляду, замінюючи фізичною поверхнею зі зведеними тепловими характеристиками, а їхній вплив враховують узагальненими граничними тепловими умовами. Такий підхід вперше запропоновано Я. С. Підстригачем і П. Р. Шевчуком при розробці теорії механодифузії [10, 11] і термопружності [13] для тіл з покриттями. При отриманні теплових умов використовують певні припущення щодо розподілу температури чи потоків тепла за товщиною шару [8, 12] або формальний операторний метод, який стосовно задач теплопровідності для тонких однорідних оболонок з нелінійними умовами (за законом Стефана – Больцмана) і шаруватих оболонок з тонкими покриттями за лінійних теплових крайових умов застосовано в роботах [18, 25].

У теорії теплопровідності тіл з покриттями отримано узагальнені граничні умови теплообміну через покриття лише за спрощених умов теплообміну випромінюванням з зовнішнім середовищем за законом Стефана – Больцмана фактично для непрозорого покриття на непрозорій основі [3]. Таких узагальнених теплових умов для опромінюваних тіл при різних радіаційних властивостях (прозорості) основи і покриття з урахуванням особливостей ви-

проміння, поглинання і поширення теплової енергії в області контакту не знайдено. Шляхом порівняння точних і наближених розв'язків у літературі обґрунтовано застосовність методики дослідження теплопереносу в тілах з покриттями, що базуються на використанні узагальнених умов теплообміну через покриття, лише для випадку конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем [25].

У цій роботі з застосуванням операторного методу знайдено наближені співвідношення, що базуються на використанні узагальнених граничних умов, для опису процесів теплопереносу в опромінюваних пластинах з покриттями. При цьому розглянуто різні комбінації радіаційних властивостей покриття і основи та варіанти опромінення. Порівнянням точних (на основі співвідношень для двошарових пластин) і наближених розв'язків досліджено застосовність методики опису теплопереносу, що базується на використанні узагальнених умов теплообміну через покриття, при визначенні температури.

За вихідні приймемо співвідношення для опису поширення випромінювання і теплопереносу в опромінюваних двошарових плоскопаралельних тілах (пластинах) з компонентами різної прозорості в припущенні досконалого контакту між складовими шарами, коли межу контакту моделюємо плоскою поверхнею з заданими на обох її сторонах радіаційними характеристиками матеріалу шарів, а умови теплового контакту є ідеальними. Їх отримуємо, базуючись на співвідношеннях феноменологічної теорії випромінювання для частково прозорих і непрозорих тіл і теорії теплопровідності [6, 14, 22, 23].

У феноменологічній теорії випромінювання за характером поглинання і випромінювання теплової енергії (теплового випромінювання) – об'ємним або приповерхневим – тіла поділяють на частково прозорі та непрозорі. Тому розглядаємо складові пластин, які є непрозорими або частково прозорими тілами в усьому діапазоні спектра теплового випромінювання.

При дослідженні теплового стану частково прозорих або непрозорих твердих тіл, спричиненого тепловим опроміненням, зовнішнє теплове випромінювання, як випромінювання нагрітого тіла, наближено може бути задане у зовнішньому середовищі (яке вважається прозорим) спектральною інтенсивністю $I_{\lambda s}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)$ падаючого на тіло випромінювання від реального джерела (λ – довжина хвилі). Ця інтенсивність на поверхні тіла є функцією точки (що характеризується радіусом-вектором \mathbf{x}), часу t і напрямку (\mathbf{g}_0 – орт в напрямку поширення променя), і її приймають пропорційною до спектральної інтенсивності $I_{b\lambda}$ випромінювання абсолютно чорного тіла при температурі T_s джерела [4]:

$$I_{\lambda s}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) = k_{\lambda}(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) I_{b\lambda}(\lambda, T_s), \quad (1)$$

де $k_{\lambda}(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)$ – задана функція, вигляд якої встановлюють залежно від енергетичних і спектральних характеристик реального джерела випромінювання і його розташування відносно тіла. Теплове випромінювання від всіх джерел імпульсного або неперервного типу, що застосовують для нагріву (обробки) тіл, задовольняє умову квазістаціонарності $|\partial I_{\lambda s} / \partial t| \ll c_0 \lambda^{-1} |I_{\lambda s}|$, де c_0 – електродинамічна стала. Співвідношення (1) використовуємо при заданні поля опромінення на поверхні двошарової пластини.

Поширення теплового випромінювання в частково прозорому шарі пластини описуємо квазістаціонарним рівнянням переносу. Таке рівняння, що передбачає променевий характер поширення випромінювання, отримане на основі закону Бугера, враховує також власне теплове випромінювання у частково прозорому тілі [14]:

$$\frac{\partial I_{\lambda}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)}{\partial g} = a_{\lambda} [I_{m\lambda}(T) - I_{\lambda}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)]. \quad (2)$$

Тут $I_\lambda(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)$ – спектральна інтенсивність випромінювання в шарі; g – від-
даль у напрямку поширення променя, яка відраховується від межі поділу з
непрозорим шаром або від границі пластини, яка межує із зовнішнім сере-
довищем; a_λ – спектральний коефіцієнт поглинання, який визначає послаб-
лення випромінювання і який знаходять з експерименту; $I_{m\lambda} = n_\lambda^2 I_{b\lambda}[T(\mathbf{x}, t)]$
– спектральна інтенсивність власного теплового випромінювання, яка зале-
жить від значення спектрального показника заломлення n_λ матеріалу і
температури $T(\mathbf{x}, t)$ в шарі.

Розв'язок рівняння (2) подаємо у вигляді [5, 22]

$$I_\lambda(\theta_\lambda, t, \mathbf{g}_0) = I_\lambda^{\text{ef}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) \exp(-\theta_\lambda) + \int_0^{\theta_\lambda} I_{m\lambda}(\lambda, T) \exp[-(\theta_\lambda - \theta_\lambda^*)] d\theta_\lambda^*, \quad (3)$$

де $\theta_\lambda(\mathbf{x}) = \int_0^{g(x_i)} a_\lambda(g^*) dg^*$ – оптична товщина шляху в шарі (x_i – прямокут-

ні декартові координати); I_λ^{ef} – інтенсивності ефективного випромінювання,
яке відходить від поверхні поділу з непрозорим шаром або від границі
пластини в точці \mathbf{x} в напрямку \mathbf{g}_0 усередину шару. Ефективні інтенсив-
ності на границях частково прозорого шару знаходимо (при експеримен-
тально визначених показнику заломлення і коефіцієнтах відбивання), вико-
ристовуючи граничні умови, які виражають баланс усіх потоків випромі-
нювання, що підводяться до границі (у тому числі й перевідбитих всередині
шару). Такі умови є системою двох інтегральних рівнянь типу Фредгольма
другого роду. В загальному випадку кожне з рівнянь можна записати у
вигляді

$$I_\lambda^{\text{ef}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) = I_\lambda^{\text{rfr}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) + \frac{1}{\pi} \int_\Gamma R_\lambda''(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0, \mathbf{g}'_0) I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}'_0) \cos(\widehat{\mathbf{g}'_0, \mathbf{n}}) d\Gamma_{\mathbf{g}'_0}. \quad (4)$$

Тут I_λ^{rfr} – спектральна інтенсивність заломленого із зовнішнього середовища
чи випроміненого з поверхні контактуючого непрозорого шару випромінюван-
ня; $I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, \mathbf{g}'_0)$ – інтенсивність випромінювання, що падає на границю зсереди-
ни шару в напрямку \mathbf{g}'_0 ; $R_\lambda''(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0, \mathbf{g}'_0)$ – двоспрямована спектральна відби-
вальна здатність границі; \mathbf{n} – вектор нормалі до границі. Інтегрування про-
водиться по тілесному куту $\Gamma = 2\pi$ ($d\Gamma_{\mathbf{g}'_0}$ – його елемент в напрямку \mathbf{g}'_0).
Якщо частково прозорий шар межує із прозорим зовнішнім середовищем,
показник заломлення якого $n_\lambda \approx 1$, тоді

$$I_\lambda^{\text{rfr}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}'_0) = n_\lambda^2 [1 - R_\lambda'(\mathbf{x}, \mathbf{g}''_0)] I_{\lambda s}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}''_0),$$

де $R_\lambda'(\mathbf{x}, \mathbf{g}''_0)$ – односпрямована відбивальна здатність границі тіла. Напря-
мки \mathbf{g}'_0 і \mathbf{g}''_0 пов'язані співвідношенням $\sin(\widehat{\mathbf{g}'_0, \mathbf{n}}) / \sin(\widehat{\mathbf{g}''_0, \mathbf{n}}) = n_\lambda$. На межі
контакту з непрозорим шаром $I_\lambda^{\text{rfr}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}'_0) = I_\lambda^{\text{op}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}'_0)$, де $I_\lambda^{\text{op}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}'_0)$ – ін-
тенсивність власного теплового випромінювання з поверхні непрозорого ша-
ру в частково прозорий. Її визначаємо через інтенсивність $I_{m\lambda}$ випроміню-
вання в частково прозоре середовище абсолютно чорного тіла і характери-
зуємо односпрямованим спектральним ступенем чорноти $\varepsilon'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)$ поверхні:

$$I_\lambda^{\text{op}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) = \varepsilon'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) n_\lambda^2 I_{b\lambda}[T(\mathbf{x}, t)]. \quad (5)$$

В умовах теплової рівноваги поверхні її поглинальні властивості теж визначаються параметром $\varepsilon'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)$. Тоді спектральну інтенсивність $I_\lambda^{\text{abs}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)$ поглинутого непрозорою поверхнею теплового випромінювання при інтенсивності падаючого на неї $I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)$ випромінювання, враховуючи закон Кірхгофа [6] $\varepsilon'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) = 1 - R'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)$, виразимо так:

$$I_\lambda^{\text{abs}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) = [1 - R'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)] I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0). \quad (6)$$

Якщо температура T_s джерела випромінювання істотно перевищує температуру T в досліджуваному однорідному частково прозорому тілі, у літературі для опису поширення зовнішнього теплового випромінювання використовують квазістаціонарне рівняння переносу в наближенні невідпромінюючого матеріалу [6]. Його отримуємо з (2) при $I_{m\lambda} = 0$. Розв'язок (2) у цьому випадку спрощується:

$$I_\lambda(\theta_\lambda, t, \mathbf{g}_0) = I_\lambda^{\text{ef}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) \exp(-\theta_\lambda). \quad (7)$$

Використання такого наближення дозволяє відокремити задачу визначення поля випромінювання і температури в частково прозорому тілі. Для частково прозорого шару пластини як «зовнішнє» виступає або випромінювання джерела, якщо цей шар межує з зовнішнім середовищем зі сторони опромінення, або випромінювання з поверхні контактуючого непрозорого шару. Таке наближення, за згаданих обмежень на температуру, застосовуємо і в другому випадку, оскільки максимум енергії теплового випромінювання непрозорого шару припадає на ближню і далеку область інфрачервоного діапазону, коли характер її поглинання є приповерхневим [4].

Вплив «зовнішнього» випромінювання на частково прозорий шар можна охарактеризувати через тепловий чинник – об'ємні тепловиділення [4]. У наближенні невідпромінюючого матеріалу тепловиділення в частково прозорому шарі визначають поглинуту енергію «зовнішнього» теплового випромінювання, а їх вираз за відомими з розв'язку системи інтегральних рівнянь типу Фредгольма другого роду ефективними інтенсивностями I_λ^{ef} випромінювання на поверхнях буде

$$Q(\mathbf{x}, t) = \int_0^\infty a_\lambda(\mathbf{x}) \int_\Gamma I_\lambda^{\text{ef}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) \exp(-\theta_\lambda) d\Gamma_{\mathbf{g}_0} d\lambda. \quad (8)$$

У непрозорому шарі процеси випромінювання і поглинання теплової енергії згідно з феноменологічною теорією вважаємо поверхневими, а випромінену і поглинуту енергію характеризуємо відповідними потоками q_{op} і q_{abs} на поверхнях. Їх вирази отримуємо інтегруванням співвідношень (5), (6) за спектром і в межах кута $\Gamma = 2\pi$:

$$q_{\text{op}}(\mathbf{x}, t) = \int_0^\infty \int_\Gamma \varepsilon'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) (n_\lambda)^2 I_{m\lambda}[T(\mathbf{x}, t)] d\Gamma_{\mathbf{g}_0} d\lambda, \quad (9)$$

$$q_{\text{abs}}(\mathbf{x}, t) = \int_0^\infty \int_\Gamma [1 - R'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0)] I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) d\Gamma_{\mathbf{g}_0} d\lambda. \quad (10)$$

Якщо ступінь чорноти поверхні вважати незалежною від напрямку \mathbf{g}_0 ($\varepsilon'_\lambda = \varepsilon_\lambda(\mathbf{x})$) і довжини хвилі λ (дифузно-сіра поверхня [4]), а показник заломлення – незалежним від λ (зокрема, рівними середньоінтегральним значенням в реальному спектральному діапазоні $\varepsilon_\lambda(\mathbf{x}) = \varepsilon(\mathbf{x})$, $n_\lambda = n = \text{const}$), то з (9) отримуємо вираз Стефана – Больцмана $q_{\text{op}}(\mathbf{x}) = \varepsilon(\mathbf{x}, t) n^2 \sigma T^4(\mathbf{x}, t)$ (σ – стала Стефана – Больцмана) для потоку випроміненої теплової енергії.

Зауважимо, що для дифузно відбиваючих поверхонь (і непрозорих, і частково прозорих тіл) справджуються співвідношення $R'_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) = \pi R''_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{g}_0) = R_\lambda(\mathbf{x})$, де $R_\lambda(\mathbf{x})$ – коефіцієнт дифузного відбивання, а для дифузно-сірих маємо $R_\lambda(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})$. Тоді вираз (10) теж спрощується.

Тепловий стан двошарової пластини визначаємо із системи рівнянь теплопровідності, які описують теплоперенос у шарах. При цьому тепловідлення (8) у частково прозорому шарі розглядаємо як об'ємні джерела тепла:

$$\alpha_\ell T_{\ell,ii} + Q_\ell = \rho_\ell c_{\ell\ell} \frac{\partial T_\ell}{\partial t}, \quad \ell \in \{\text{sem}, \text{op}\}, \quad Q_{\text{sem}} = Q, \quad Q_{\text{op}} = 0, \quad (11)$$

де ρ_ℓ , α_ℓ , $c_{\ell\ell}$ – густина, коефіцієнт теплопровідності та питома теплоємність шарів. Індокси «sem» і «op» стосуються відповідно частково прозорого і непрозорого шарів. Тут і надалі кома означає диференціювання за відповідними координатами x_i , а повторювані індокси – підсумовування.

Систему рівнянь теплопереносу доповнюємо граничними і контактними умовами, які формулюємо на основі умов неперервності нормальних складових векторів $\mathbf{q}_{(\ell)}$ потоків тепла на поверхнях пластини і на межі поділу шарів (умов балансу теплових потоків), приймаючи на межі поділу припущення про локальну теплову рівновагу між шарами (рівність їх температур). При цьому на межі поділу шарів різної прозорості або на поверхні непрозорого шару розглядаємо також потоки q_{op} і q_{abs} , зумовлені випромінюванням і поглинанням теплової енергії. Вигляд граничної умови на опромінюваній поверхні пластини залежить від радіаційних властивостей шару зі сторони опромінення. Для непрозорого і частково прозорого шару такі умови відповідно будуть

$$q_{(\text{op})}^{(T)} + q^{\text{ext}} + q_{\text{op}} - q_{\text{abs}} = 0, \quad q_{(\text{sem})}^{(T)} + q^{\text{ext}} = 0. \quad (12)$$

Тут $q_{(\ell)}^{(T)} = \alpha_\ell T_{\ell,i} n_i$, q^{ext} – потоки, зумовлені теплопровідністю і теплообміном із зовнішнім середовищем (зокрема, конвективним за законом Ньютона $q^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) = \alpha_\ell(\mathbf{x})[T_\ell(\mathbf{x}, t) - T^{\text{ext}}(t)]$, де $\alpha_\ell(\mathbf{x})$ – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь шарів). Потоки випроміненої і поглинутої енергії визначаються згідно з (9), (10) (при $I_\lambda^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0) = I_{\lambda,s}(\mathbf{x}, t, \mathbf{g}_0)$). Зауважимо, що на неопромінюваній поверхні $q_{\text{abs}} = 0$.

Контактні умови на межі поділу непрозорого і частково прозорого шарів мають вигляд

$$(\alpha_{\text{op}} T_{\text{op},i}) n_i + q_{\text{op}} - q_{\text{abs}} = (\alpha_{\text{sem}} T_{\text{sem},i}) n_i, \quad T_{\text{op}} = T_{\text{sem}}. \quad (13)$$

Назвемо їх умовами ідеального теплового контакту за врахування впливу випромінювання.

Розглянемо двошарову нескінченну пластину (рис. 1), утворену шарами 1 і 2 (з товщинами h_1 і h_2). Пластина знаходиться під дією теплового випромінювання інтенсивності $I_{\lambda,s}(v)$ від паралельної до шарів нагрітої ізотермічної поверхні, температуру T_s якої вважаємо заданою. Тут $v = \cos \xi$, а ξ – гострі кути, що утворюють напрями падіння променів від поверхні з додатним напрямом осі Oz , спрямованої в напрямку зовнішньої нормалі до шару 2. Області $z < 0$ і $z > h$ (де $h = h_1 + h_2$) зовнішнього середовища (по-

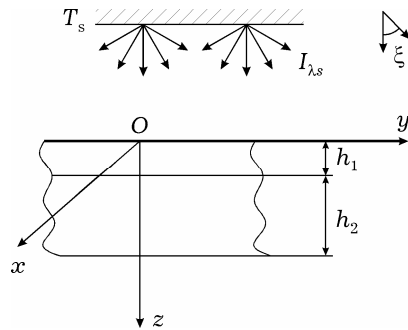


Рис. 1

вітря при сталій температурі T_0) приймаємо прозорими для теплового випромінювання (непоглинаючими), а поверхні пластини $z = 0$ і $z = h$ та межу поділу шарів $z = h_1$ – дифузно відбиваючими.

Будемо вважати, що теплове випромінювання нагрітої ізотермічної поверхні має дифузний характер (інтенсивність не залежить від кута ξ), а згідно з (1) цю інтенсивність можна описати співвідношенням [4]

$$I_{\lambda s} = k \frac{2\pi c_1}{\lambda^5 \exp(c_2/(\lambda T_s) - 1)}, \quad k = \text{const}. \quad (14)$$

Межу контакту $z = h_1$ моделюємо плоскою поверхнею із заданими на обох її сторонах радіаційними характеристиками матеріалів шарів.

При описі поширення випромінювання і теплового стану в пластині використовуємо підходи, запропоновані вище, зокрема, наближення невипромінюючого матеріалу для частково прозорого шару. Вихідні співвідношення, що описують поширення випромінювання і теплоперенос в пластині, сформулюємо для двох варіантів опромінення двошарової пластини.

Опромінення зі сторони непрозорого шару (див. рис. 2). У цьому випадку система інтегральних рівнянь (4), сформульована відносно ефективних інтенсивностей випромінювання $I_{\lambda}^{+(2)}(h_1, \nu)$, $I_{\lambda}^{-(2)}(h, \nu)$, на поверхнях частково прозорого шару з дифузно відбиваючими поверхнями має вигляд

$$I_{\lambda}^{+(2)}(h_1, \nu) = I_{\lambda}^{(\text{op})}(h_1, t) + I_{\lambda}^{+(\text{rf})}(h_1, t), \quad I_{\lambda}^{-(2)}(h, \nu) = I_{\lambda}^{-(\text{rf})}(h, t), \quad (15)$$

де

$$I_{\lambda}^{+(\text{rf})}(h_1, t) = 2R_{\lambda}^{+(2)} \int_0^1 I_{\lambda}^{-(2)}(h, \nu_*) \nu_* \exp(-\theta_{\lambda}^{(2)}/\nu_*) d\nu_*,$$

$$I_{\lambda}^{-(\text{rf})}(h, t) = 2R_{\lambda}^{-(2)} \int_0^1 I_{\lambda}^{+(2)}(h_1, \nu_*) \nu_* \exp(-\theta_{\lambda}^{(2)}/\nu_*) d\nu_*, \quad \theta_{\lambda}^{(2)} = a_{\lambda} h_2,$$

а інтенсивність теплового випромінювання $I_{\lambda}^{(\text{op})}(h_1, t)$ з поверхні непрозорого шару **1** в частково прозорий **2** задаємо, як і в (5):

$$I_{\lambda}^{(\text{op})}(h_1, t) = \varepsilon_{\lambda}^{+(1)} n_{\lambda}^2 I_{b\lambda}[T(h_1, t)], \quad \varepsilon_{\lambda}^{+(1)} = 1 - R_{\lambda}^{+(1)}. \quad (16)$$

Тут $R_{\lambda}^{+(2)}$, $R_{\lambda}^{-(2)}$ – коефіцієнти дифузного відбивання на межі контакту та внутрішньої поверхні частково прозорого шару; $R_{\lambda}^{+(1)}$, $\varepsilon_{\lambda}^{+(1)}$ – коефіцієнти дифузного відбивання і ступінь чорноти внутрішньої поверхні непрозорого шару.

Розв'язок системи (15) з урахуванням однократного перевідбивання випромінювання в шарі **2** має вигляд [7]

$$I_{\lambda}^{+(2)}(h_1, \nu) = A_1 I_{\lambda}^{(\text{op})}(h_1, t), \quad I_{\lambda}^{-(2)}(h_1, \nu) = A_1 A_2 I_{\lambda}^{(\text{op})}(h_1, t), \quad (17)$$

де

$$A_1 = \frac{1}{1 - 4R_{\lambda}^{+(2)}R_{\lambda}^{-(2)}E_3^2(\theta_{\lambda}^{(2)})}, \quad A_2 = 2R_{\lambda}^{-(2)}E_3(\theta_{\lambda}^{(2)}),$$

$E_3(x) = \int_0^1 \mu \exp(-x/\mu) d\mu$ – інтегро-експоненціальна функція.

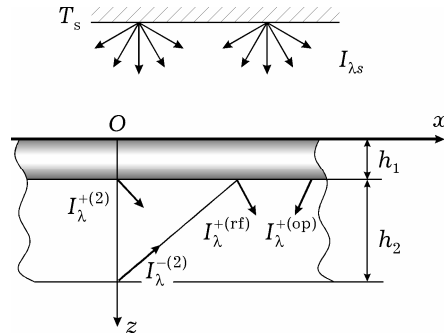


Рис. 2

Тепловиділення Q в шарі 2 визначаємо зі співвідношення (8):

$$Q(z, t) = 2\pi \int_0^{\infty} a_{\lambda} \left\langle \int_0^1 \{ I_{\lambda}^{+(2)}(h_1, v_*) \exp[-a_{\lambda}(z - h_1)/v_*] + I_{\lambda}^{-(2)}(h, v_*) \exp[-a_{\lambda}(h - z)/v_*] \} dv_* \right\rangle d\lambda. \quad (18)$$

Теплові потоки $q_{\text{abs}}(0)$, $q_{\text{op}}(0, t)$ на поверхні $z = 0$ непрозорого шару, пов'язані з поглинанням випромінювання зовнішнього джерела та з випроміненням з поверхні теплової енергії, задаємо виразами (9) і (10):

$$q_{\text{abs}}(0) = \pi \int_0^{\infty} (1 - R_{\lambda}^{(s)}) I_{\lambda s}^{\text{abs}} d\lambda, \\ q_{\text{op}}(0, t) = \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{(s)} I_{b\lambda} [T(0, t)] d\lambda. \quad (19)$$

Тут $R_{\lambda}^{(s)}$, $\varepsilon_{\lambda}^{(s)}$ – коефіцієнт дифузного відбивання і ступінь чорноти цієї поверхні. Якщо поверхню розглядати як дифузно-сіру ($R_{\lambda}^{(s)} = R^{(s)} = \text{const}$, $\varepsilon_{\lambda}^{(s)} = \varepsilon^{(s)} = \text{const}$ – середньо-інтегральні значення в реальному спектральному діапазоні), то враховуючи вирази (14) спектральної інтенсивності $I_{\lambda s}$ випромінювання джерела та $I_{\lambda s}^{\text{abs}} = (1 - R_{\lambda}^{(s)}) I_{\lambda s}$ для спектральної інтенсивності поглинутого випромінювання з (19) отримаємо

$$q_{\text{abs}}(0) = k(1 - R^{(s)}) \sigma T_s^4, \quad q_{\text{op}}(0, t) = \varepsilon^{(s)} \sigma [T(0, t)]^4. \quad (20)$$

Аналогічні теплові потоки $q_{\text{op}}(h_1, t)$, $q_{\text{abs}}(h_1)$ на межі контакту $z = h_1$, які визначаємо також з використанням (9) і (10), мають вигляд

$$q_{\text{op}}(h_1, t) = \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{+(1)} n_{\lambda}^2 I_{b\lambda} [T(h_1, t)] d\lambda, \quad (21)$$

$$q_{\text{abs}}(h_1) = \pi \int_0^{\infty} (1 - R_{\lambda}^{+(1)}) \int_0^1 I_{\lambda}^{-(2)}(h, v_*) \exp(-\theta_{\lambda}^{(2)}/v_*) v_* dv_* d\lambda, \quad (22)$$

де вираз для інтенсивності $I_{\lambda}^{-(2)}(h, v)$ ефективного випромінювання з поверхні $z = h$ частково прозорого шару задається формулою (17). При середньо-інтегральних значеннях у спектральному діапазоні ступеня чорноти $\varepsilon_{\lambda}^{+(1)} = \varepsilon^{+(1)}$ та показника заломлення $n_{\lambda} = n$ отримуємо випромінення за законом Стефана – Больцмана

$$q_{\text{op}}(h_1, t) = \varepsilon^{+(1)} n^2 \sigma [T(h_1, t)]^4. \quad (23)$$

Тепловий стан пластини за сталих густин ρ_j і теплофізичних характеристик матеріалів шарів (коефіцієнти теплопровідності α_j , теплоємності $c_{\varepsilon j}$, $j = 1, 2$) описуємо системою рівнянь (11), яка відносно відхилень $\theta_j = T_j - T_0$ температури в пластині від початкової $T_0 = \text{const}$ має вигляд

$$\frac{\partial^2 \theta_j(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\varpi_j} \frac{\partial \theta_j(z, t)}{\partial t} = -\frac{Q_j(z, t)}{\alpha_j}, \quad Q_1(z, t) = 0, \quad Q_2(z, t) = Q(z, t) \quad (24)$$

($\varpi_j = \alpha_j / \rho_j c_{\varepsilon j}$ – коефіцієнти температуропровідності матеріалів шарів) з такими (при конвективному теплообміні, коли $T^{\text{ext}} = T_0$) контактнo-крайовими умовами:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial z} - \alpha_1 \theta_1(0, t) &= -k(1 - R^{(s)}) \sigma T_s^4 + \varepsilon^{(s)} \sigma [T(0, t)]^4, \\
\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(h_1, t)}{\partial z} &= \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_1, t)}{\partial z} + \\
&+ \pi(1 - R^{+(1)}) \int_0^1 \int_0^1 I_\lambda^{-(2)}(h, v_*) \exp(-\theta_\lambda^{(2)}/v_*) v_* dv_* d\lambda - \\
&- \varepsilon^{+(1)} n^2 \sigma [T(h_1, t)]^4, \\
\theta_1(h_1, t) &= \theta_2(h_1, t), \\
\alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h, t)}{\partial z} + \alpha_2 \theta_2(h, t) &= 0.
\end{aligned} \tag{25}$$

Опромінення зі сторони частково прозорого шару (див. рис. 3). Наведемо основні співвідношення, які необхідні для опису поширення випромінювання в шарі *I* та теплопереносу в пластині у цьому випадку:

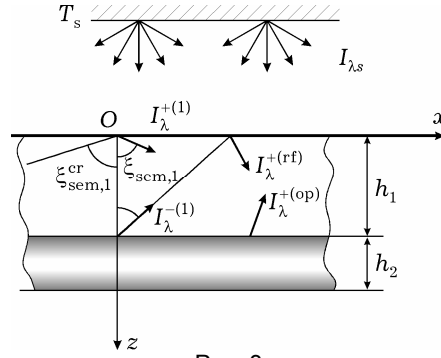


Рис. 3

• *система інтегральних рівнянь* для визначення ефективних інтенсивностей $I_\lambda^{+(1)}(0, v)$, $I_\lambda^{-(1)}(h_1, v)$ на поверхнях частково прозорого шару *I*:

$$I_\lambda^{+(1)}(0, t) - I_\lambda^{+(rf)}(0, t) = I_{\lambda s}^{(rfr)}(t), \quad I_\lambda^{-(1)}(h_1, t) = I_\lambda^{op}(h_1, t) + I_\lambda^{-(rf)}(h_1, t), \tag{26}$$

де $I_{\lambda s}^{(rfr)}(v)$ – інтенсивність заломленого зовнішнього випромінювання:

$$I_{\lambda s}^{(rfr)}(v) = \begin{cases} n_\lambda^2 (1 - R_\lambda^{(s)}) I_{\lambda s}(\xi_{sem,1}), & 0 \leq v \leq v_{*sem,1}, \\ 0, & v_{*sem,1} < v \leq 1, \end{cases}$$

$$I_\lambda^{+(rf)}(0, t) = 2R_\lambda^{+(1)} \int_0^1 I_\lambda^{-(1)}(h_1, v_*) v_* \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/v_*) dv_*,$$

$$I_\lambda^{-(rf)}(h_1, t) = 2R_\lambda^{-(1)} \int_0^1 I_\lambda^{+(1)}(0, v_*) v_* \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/v_*) dv_*, \quad \theta_\lambda^{(1)} = \alpha_\lambda h_1,$$

$$I_\lambda^{op}(h_1, t) = \varepsilon_\lambda^{-(2)} n_\lambda^2 I_{bl} [T(h_1, t)],$$

$$\cos \xi_{sem,1} = \sqrt{1 - \frac{1 - v^2}{n_\lambda^2}}, \quad v_{*sem,1} = \cos \xi_{sem,1}^{cr}, \quad \sin \xi_{sem,1}^{cr} = \frac{1}{n_\lambda},$$

$R_\lambda^{-(1)}$, $R_\lambda^{+(1)}$, $R_\lambda^{(s)}$ – коефіцієнти дифузного відбивання на межі контакту та внутрішньої і зовнішньої поверхонь частково прозорого шару *I*; $R_\lambda^{-(2)}$ – коефіцієнт дифузного відбивання та $\varepsilon_\lambda^{+(2)} = 1 - R_\lambda^{-(2)}$ – ступінь чорноти

внутрішньої поверхні непрозорого шару **2**. Розв'язок (26) за врахування однократного перевідбивання випромінювання в шарі **1** буде [17]

$$I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu) = B_1 [I_{\lambda}^{(\text{rfr})} + B_2 I_{\lambda}^{\text{op}}(h_1, t)], \quad I_{\lambda}^{-(1)}(h_1, \nu) = B_1 [I_{\lambda}^{\text{op}}(h_1, t) + B_2 I_{\lambda}^{(\text{rfr})}],$$

$$B_1 = \frac{1}{1 - 4R_{\lambda}^{+(1)}R_{\lambda}^{-(1)}E_3^2(\theta_{\lambda}^{(1)})}, \quad B_2 = 2R_{\lambda}^{-(1)}E_3(\theta_{\lambda}^{(1)}); \quad (27)$$

• *вирази теплових потоків*, що характеризують випромінювання з поверхонь $z = h_1$ і $z = h$ непрозорого шару **2** у частково прозорий шар **1**:

$$q_{\text{op}}(h_1, t) = \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{-(2)} n_{\lambda}^2 I_{b\lambda} [T(h_1, t)] d\lambda, \quad (28)$$

і в зовнішнє середовище:

$$q_{\text{op}}(h, t) = \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{(s)} I_{b\lambda} [T(h, t)] d\lambda, \quad (29)$$

де $\varepsilon_{\lambda}^{(s)}$ – ступінь чорноти зовнішньої поверхні $z = h$ непрозорого шару;

• *вираз теплового потоку* на межі контакту $z = h_1$, зумовленого поглинанням випромінювання непрозорим шаром **2**:

$$q_{\text{abs}}(h_1) = \pi \int_0^{\infty} (1 - R_{\lambda}^{-(2)}) \int_0^1 I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu_*) \nu_* \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\nu_*) d\nu_* d\lambda. \quad (30)$$

Тут інтенсивність $I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu)$ ефективного випромінювання з поверхні $z = 0$ частково прозорого шару визначаємо за формулою (26);

• *рівняннями теплопереносу* в пластині є рівняння теплопровідності (24) з джерелами ($Q_2 = 0$):

$$Q_1 = Q(z, t) = 2\pi \int_0^{\infty} a_{\lambda} \left\langle \int_0^1 \{ I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu_*) \exp(-a_{\lambda} z / \nu_*) + \right. \\ \left. + I_{\lambda}^{-(1)}(h_1, \nu_*) \exp[-a_{\lambda} (h_1 - z) / \nu_*] \} d\nu_* \right\rangle d\lambda; \quad (31)$$

• *контактно-крайові умови* (коли $T^{\text{ext}} = T_0$):

$$\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial z} - \alpha_1 \theta_1(0, t) = 0,$$

$$\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(h_1, t)}{\partial z} = \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_1, t)}{\partial z} +$$

$$+ \pi \int_0^{\infty} (1 - R_{\lambda}^{-(2)}) \int_0^1 I_{\lambda}^{+(1)}(h_1, \nu_*) \nu_* \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\nu_*) d\nu_* d\lambda -$$

$$- \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{-(2)} n_{\lambda}^2 I_{b\lambda} [T(h_1, t)] d\lambda,$$

$$\theta_1(h_1, t) = \theta_0(h_1, t),$$

$$\alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h, t)}{\partial z} + \alpha_2 \theta_2(h, t) + \pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}^{(s)} I_{b\lambda} [T(h, t)] d\lambda = 0, \quad (32)$$

які, як і в попередньому випадку, можна записати в наближенні дифузно-сірих поверхонь в пластині, враховуючи вирази для теплових потоків:

$$q_{\text{op}}(h_1, t) = \varepsilon^{-(2)} n^2 \sigma [T(h_1, t)]^4, \quad q_{\text{op}}(h, t) = \varepsilon^{(s)} \sigma [T(h, t)]^4. \quad (33)$$

Зазначимо, що за наявності в пластині непрозорого шару сформульовані контактнo-крайові задачі про визначення температури в ній є нелінійними.

Запишемо наближені співвідношення, що базуються на використанні *узагальнених* граничних умов для опису процесів теплопереносу в опромінюваних пластинах з покриттями, в яких покриття та основа з товщинами відповідно h_0 та h мають різну прозорість.

Будемо розглядати два варіанти: частково прозора пластина з непрозорим покриттям (**варіант 1**) та непрозора пластина з частково прозорим покриттям (**варіант 2**). За вихідні вибираємо отримані вище співвідношення, які описують перенос випромінювання і теплоперенос в двошарових пластинах з відповідними до *варіантів 1* та *2* радіаційними властивостями складових.

Для **варіанту 1** перенос випромінювання досліджуємо лише в частково прозорій основі. При цьому аналітичні вирази для ефективних інтенсивностей випромінювання мають вигляд (17), а тепловиділення Q в основі за ефективними інтенсивностями отримуємо за формулою (18) (тут і надалі нижній індекс «1» і верхній «1» замінюємо на «0» та «(0)», а індекси «2» та «(2)» опускаємо). Систему співвідношень (24), (25), що описує теплоперенос, розглядаємо в наближенні дифузно-сірих поверхонь основи і покриття при рівномірному за напрямком опроміненні. Тоді контактнo-крайові умови будуть

$$\begin{aligned} x_0 \frac{\partial \theta_0(0, t)}{\partial z} - \alpha_0 \theta_0(0, t) &= -k(1 - R^{(s)})\sigma T_s^4 + \varepsilon^{(s)}\sigma [T(0, t)]^4, \\ x_0 \frac{\partial \theta_0(h_0, t)}{\partial z} &= x \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial z} + \\ &+ \pi \int_0^\infty (1 - R_\lambda^{+(0)}) \int_0^1 I_\lambda^-(\bar{h}, v_*) \exp(-a_\lambda h/v_*) v_* dv_* d\lambda - \\ &- \varepsilon^{+(0)} n^2 \sigma [T(h_0, t)]^4, \\ \theta_0(h_0, t) = \theta(h_0, t), \quad x \frac{\partial \theta(\bar{h}, t)}{\partial z} &+ \alpha \theta(\bar{h}, t) = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Тут $\bar{h} = h_0 + h$, а величини та характеристики матеріалу без числових індексів стосуються пластини (основи).

Для **варіанту 2**, використовуючи аналітичні вирази (27) для ефективних інтенсивностей випромінювання на поверхнях покриття, знаходимо згідно з (31) тепловиділення в ньому. Рівняннями теплопереносу є (24). Крайові та контактні умови, отримані згідно з (32) в тому ж наближенні, що й для *варіанту 1*, мають вигляд

$$\begin{aligned} x_0 \frac{\partial \theta_0(0, t)}{\partial z} - \alpha_0 \theta_0(0, t) &= 0, \\ x_0 \frac{\partial \theta_0(h_0, t)}{\partial z} &= x \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial z} + \\ &+ \pi \int_0^\infty (1 - R_\lambda^-) \int_0^1 I_\lambda^{+(0)}(0, v_*) v_* \exp(-a_\lambda^{(0)} h_0/v_*) dv_* d\lambda - \\ &- \varepsilon^- n^2 \sigma [T(h_0, t)]^4, \\ \theta_0(h_0, t) &= \theta(h_0, t), \\ x \frac{\partial \theta(\bar{h}, t)}{\partial z} &+ \alpha \theta(\bar{h}, t) + \varepsilon^{(s)}\sigma [T(\bar{h}, t)]^4 = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Щоб отримати *узагальнені* граничні умови (умови теплообміну через покриття) для згаданих варіантів прозорості покриття та основи, застосуємо операторний метод. Здійснивши стандартні процедури цього методу, викладені в роботах [10, 13, 17, 18], отримаємо умови такого вигляду

– для **варіанту 1** (непрозоре покриття на частково прозорій основі):

$$\begin{aligned} \underline{\lambda} \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial t} - \left[\alpha \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial z} + \sigma \varepsilon^{+(0)} n^2 [T(h_0, t)]^4 - q_{\text{abs}}(h_0) \right] - \\ - \alpha_0 \theta(h_0, t) + \sigma \varepsilon^{-(0)} [T(h_0, t)]^4 - k \sigma \varepsilon^{-(0)} T_s^4 = 0, \end{aligned} \quad (36)$$

де $\underline{\lambda} = \alpha_0 h_0$ – зведена термо(тепло)провідність;

– для **варіанту 2** (частково прозоре покриття на непрозорій основі):

$$\begin{aligned} \underline{\lambda} \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial t} - \left[\alpha \frac{\partial \theta(h_0, t)}{\partial z} - \sigma \varepsilon^{-(0)} [\theta(h_0, t) + T_0]^4 \right] + \\ + \alpha_0 [\theta(h_0, t) + T_0 - T_0^{\text{ext}}] - W = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Тут

$$W = 3 \int_{-h_0/2}^{h_0/2} Q_0 dz_* - \frac{3}{h_0} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} z_* Q_0 dz_*.$$

В обох випадках для визначення температури в пластині отримуємо нелінійні граничні задачі.

Застосовність отриманих тут наближених співвідношень для визначення температури в опромінюваних пластинах з покриттями з урахуванням поглинання і випромінювання теплової енергії потребує додаткових досліджень, зокрема, залежно від радіаційних властивостей покриття і основи. Їх проведемо для опромінюваної непрозорої пластини з частково прозорим покриттям (**варіант 2**), порівнюючи в числовому експерименті розраховані значення температури зі знайденими з розв'язку точної задачі про дослідження теплопереносу у відповідній двошаровій пластині (тобто із розв'язку контактної-крайової задачі (24), (32)). При цьому нелінійну крайову задачу розв'язуватимемо за тією ж методикою, що й контактну-крайову в роботі [17] (метод скінченних різниць із застосуванням процедури квазілінеаризації граничних і контактних умов).

Для числових досліджень розподілів тепловиділень і температури в пластині (в усталеному тепловому режимі) за матеріал основи вибирали сталь X18H9ТЛ, а покриття – скло С95-3 або скло ВS-37А. Товщину основи вважали сталою – $h = 10$ мм, а товщину покриття змінювали – $h_0 = 3 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$, 10^{-3} м.

Спектральні коефіцієнти поглинання згаданих видів скла апроксимували кусково-сталими функціями [4] $a_\lambda = \begin{cases} a_1, & 0 < \lambda < \lambda_{\text{th}}, \\ a_2, & \lambda_{\text{th}} < \lambda < \infty, \end{cases}$ де λ_{th} – порогові довжини хвиль. Спектральні коефіцієнти дифузного відбивання поверхонь шарів **1** та **2** (покриття та основи) приймали однаковими: $R_\lambda^{(s)} = R_\lambda^{+(1)} = R_\lambda^{-(1)}$. Ці характеристики та показники заломлення n_λ вважали рівними їх середньоінтегральним значенням R і n у спектральному діапазоні $0 \div 10^{-5}$ м. Розглядали температури випромінюючої поверхні $T_s = 1000$, 2000, 3000 К. В усіх випадках інтегральний потік випромінювання від неї в напрямку шарів $I_s = \int_0^\infty I_{\lambda_s} d\lambda$ вибирали однаковим і таким, що дорівнює потоку при 1000 К, за рахунок вибору коефіцієнта k у виразі (14) для інтенсивності випромінювання поверхні (джерела випромінювання): $k = 0.04, 0.0025, 0.0005$ відповідно при $T_s = 1000, 2000, 3000$ К. При цьому

температури в шарах за дії випромінювання розглядуваної інтенсивності протягом 4 год не перевищували температур трансформації вибраних видів скла – 730 і 720 К [2, 19].

Теплофізичні α_j , ϖ_j , α_j характеристики матеріалів шарів вважали сталими (середньоінтегральними на проміжку $20 \div 400$ °С).

Згідно з [2, 4, 7, 9, 15, 19] теплофізичні та радіаційні характеристики матеріалів шарів вибирали наступними

– скло С95-3:

$$R = 0.02, \quad \lambda_{th} = 2.73 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad a_1 = 150 \text{ м}^{-1}, \quad a_2 = 900 \text{ м}^{-1}, \\ \alpha = 1.6 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \quad \varpi = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha = 26.4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}),$$

– скло BS-37A:

$$R = 0.02, \quad n = 1.66, \quad \lambda_{th} = 4.8 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad a_1 = 70 \text{ м}^{-1}, \quad a_2 = 900 \text{ м}^{-1}, \\ \alpha = 1.38 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \quad \varpi = 5.7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha = 22.4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}),$$

– сталь Х18Н9ТЛ:

$$\varepsilon = 0.2, \quad \alpha = 16.7 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \quad \varpi = 4.22 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

На рис. 4 показано розподіли тепловиділень $Q_*(z) = Q_0(z)/Q_0(0)$ в частково прозорому покритті з товщинами $h_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ м (рис. 4а, рис. 4б) і $h_0 = 10^{-3}$ м (рис. 4в, рис. 4г) при температурах джерела опромінення $T_s = 1000, 3000$ К для скла С95-3 суцільними лініями, а для скла BS-37A – штриховими. Криві обчислено при значеннях коефіцієнта відбивання на межі контакту $R^{+(0)} = 0.02$ і $R^{+(0)} = 0.8$.

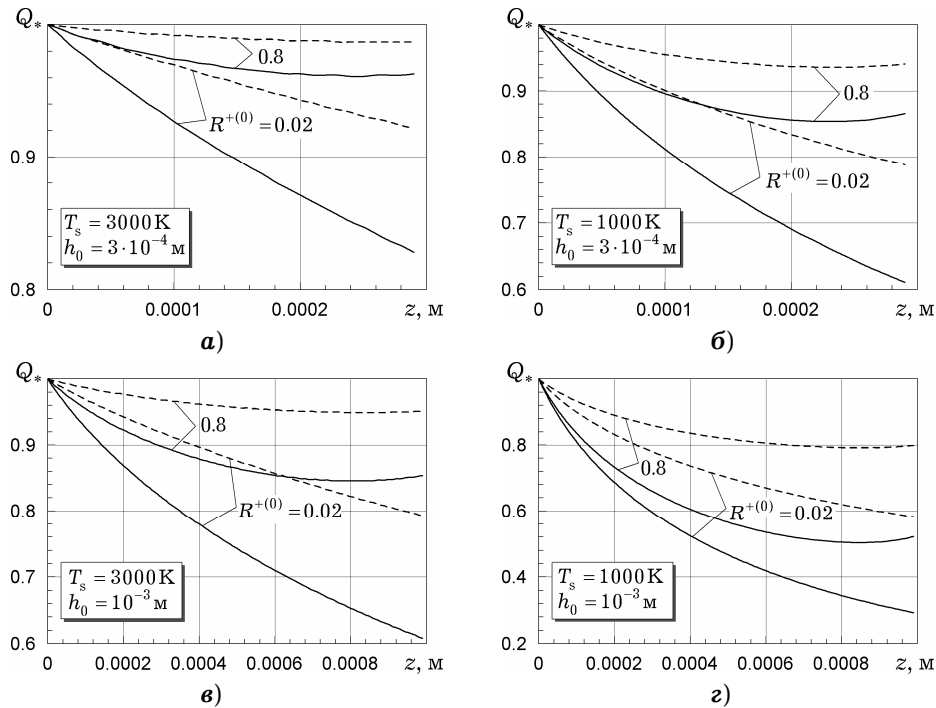


Рис. 4

Бачимо, що нерівномірність розподілу тепловиділень зростає зі зменшенням температури джерела опромінення і суттєво залежить від значення коефіцієнта відбивання на межі контакту. Вона більша в покритті зі скла С95-3. При нагріві джерелами з температурою 3000 К за значення коефіцієнта відбивання на межі контакту $R^{+(0)} = 0.8$, що відповідає коефіцієнту відбивання поверхні сталевий основі, тепловиділення розподілені практично рівномірно.

На рис. 5 – рис. 7 показано розподіли температури в пластині з покриттям зі скла BS-37A з товщинами $h_0 = 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-4}$ м при температурах джерела опромінення $T_s = 1000, 3000$ К. Штрихові лінії розраховані за наближеними, а суцільні – за точними співвідношеннями при значенні коефіцієнта відбивання на межі контакту $R^{+(0)} = 0.02$.

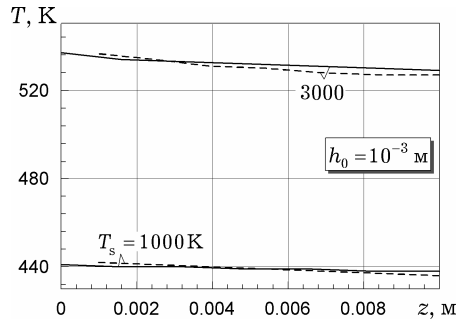


Рис. 5

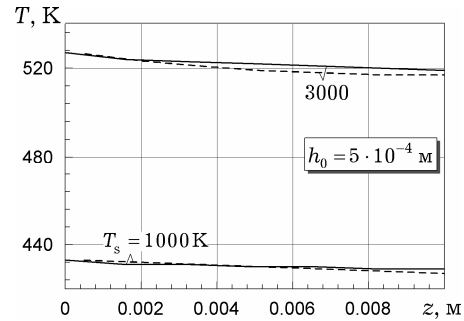


Рис. 6

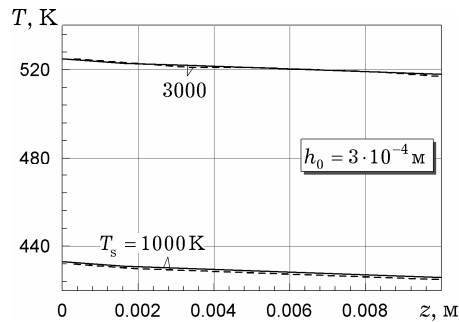


Рис. 7

Розподіли температури в пластині з покриттям зі скла С95-3 для тих самих товщин покриття зображені на рис. 8 – рис. 10 відповідно.

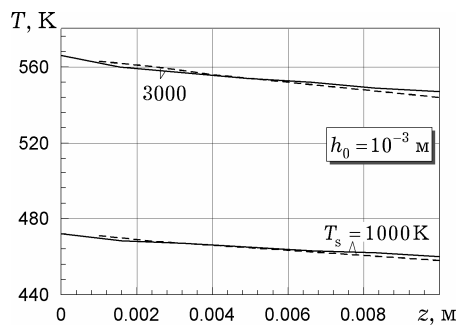


Рис. 8

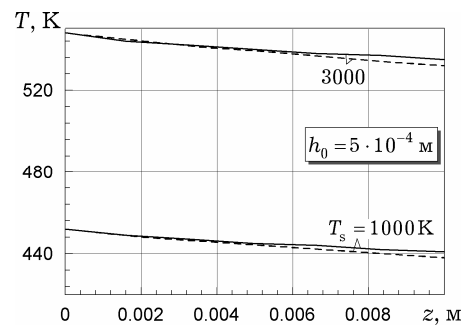


Рис. 9

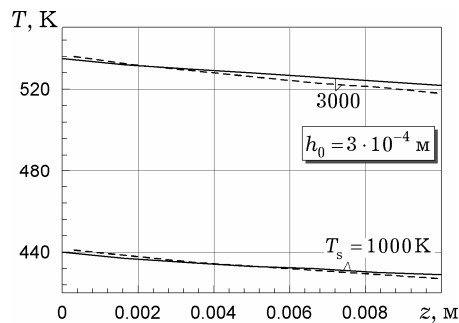


Рис. 10

Рис. 5 – рис. 10 демонструють, що точність визначення температури в основі опромінюваної пластини за наближеними співвідношеннями зростає зі зменшенням товщини покриття, як і у випадку конвективного нагрівання [25]. За фіксованої товщини покриття з вибраних матеріалів вона незначно залежить від температури джерела випромінювання (різниця між точними та наближеними значеннями зростає при зменшенні температури джерела від 3000 до 1000 К). Більші різниці отримуємо для покриття зі скла С95-3, яке інтенсивніше поглинає теплову енергію, ніж скло BS-37А. Найбільшу різницю при визначенні температури маємо на тильній поверхні основи.

При досліджуваних товщинах покриття з розглядуваних матеріалів і температур джерела випромінювання перепад температури в покритті не перевищує 3 К при $R^{+(0)} = 0.02$ і 0.5 К при $R^{+(0)} = 0.8$ (розрахунок за точною задачею). Тому оцінку температури в частково прозорому покритті можна наближено проводити без використання формул відновлення за температурою фізичної поверхні основи.

Вище розглянуто покриття з поглинальними властивостями скла С95-3: $\lambda_{th} = 2.73 \cdot 10^{-6}$ м, $a_1 = 150$ м⁻¹, $a_2 = 900$ м⁻¹ і скла BS-37А: $\lambda_{th} = 4.8 \cdot 10^{-6}$ м, $a_1 = 70$ м⁻¹, $a_2 = 900$ м⁻¹. Встановлено, що різниця між точними та наближеними значеннями при визначенні температури в основі опромінюваної пластини більша, якщо матеріал покриття (фіксованої товщини) має вищі поглинальні властивості. З метою більш детального дослідження цієї тенденції слід розглянути сильнопоглинаючі покриття. Зважаючи на те, що дані про поглинальні властивості частково прозорих матеріалів у довідковій літературі обмежені, розглянемо покриття з гіпотетичного матеріалу, теплофізичні властивості якого (окрім радіаційних) приймемо такими ж, як у скла BS-37А, а радіаційні наступними:

$$R^{+(0)} = 0.02, \quad n = 1.66, \quad \lambda_{th} = 4.8 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad a_1 = 400 \text{ м}^{-1}, \quad a_2 = 900 \text{ м}^{-1}.$$

Тобто значення коефіцієнта поглинання у спектральному діапазоні нижче порогової довжини хвилі $\lambda_{th} = 4.80 \cdot 10^{-6}$ м збільшили від 70 м⁻¹ до 400 м⁻¹.

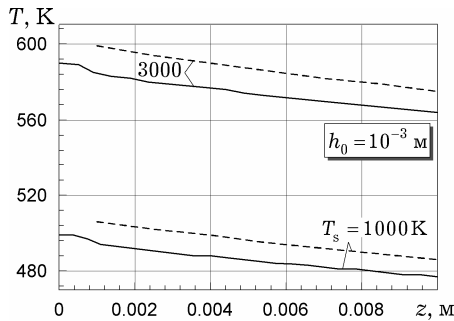


Рис. 11

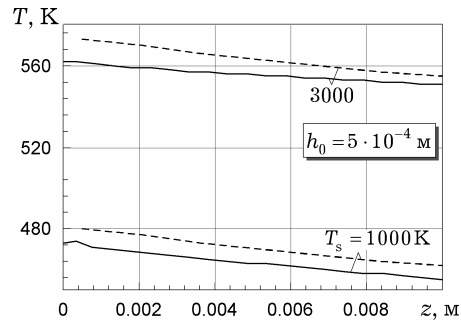


Рис. 12

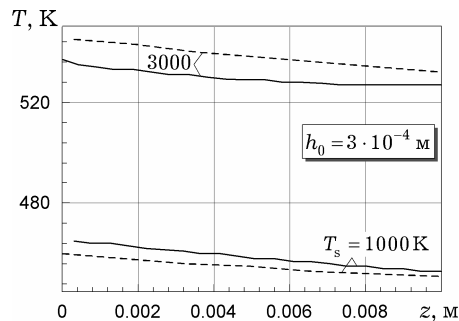


Рис. 13

Для пластини з такими властивостями покриття розраховані за наближеними та точними співвідношеннями розподіли температур для покриття з товщинами $h_0 = 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-4}$ м зображено на рис. 11 – рис. 13 при температурах джерела опромінення $T_s = 1000, 3000$ К (позначення кривих такі ж, як на рис. 8 – рис. 10).

Бачимо, що отримано значні різниці при розрахунку температури в основі навіть у випадку пластин з дуже тонким покриттям товщини $h_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м чи $h_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ м. Це свідчить про незастосовність методики дослідження теплопереносу в тілах з покриттями, що базується на використанні узагальнених умов теплообміну через покриття для опромінюваних пластин з сильнопоглинаючим покриттям.

1. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н. Теплообмен излучением: Справочник. – Москва: Энергоатомиздат, 1991. – 432 с.
2. Воронкова Е. М., Гречушников Б. Н., Дистлер Г. И., Петров И. П. Оптические материалы для инфракрасной техники. – Москва: Наука, 1965. – 335 с.
3. Гавриш А. П., Иващук Д. В., Шевчук П. Р. Определение остаточных напряжений в системе слой – покрытие при двустороннем высокотемпературном напылении // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1989. – Вып. 29. – С. 8–12.
Те саме: Gavris' A. P., Ivashchuk D. V., Shevchuk P. R. Determination of residual stresses in a layered system during two-sided high-temperature spray-coating // J. Sov. Math. – 1993. – 65, No. 4. – P. 1715–1719.
4. Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф., Курницький Т. Л. Механотермодифузія в частково прозорих тілах. – Львів: Сполом, 2007. – 184 с. – (Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 2.)
5. Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф., Сосновий Ю. Р., Брухаль М. Б. Термонапружений стан охолоджуваних тіл за врахування випромінення теплової енергії // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 1. – С. 42–50.
Те саме: Hachkevych O. R., Terlets'kyi R. F., Sosnovyi Yu. R., Brukhal' M. B. Mechanical behavior of cooled bodies with regard for the emission of heat energy // Mater. Sci. – 2010. – 46, No. 1. – P. 47–55.
6. Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. – Москва: Мир, 1975. – 935 с.
7. Излучательные свойства твердых материалов: Справочник / Под ред. А. Е. Шейдлина. – Москва: Энергия, 1974. – 471 с.
8. Мартиняк Р. М. Механотермодифузіяна взаємодія тіл з контактнo-поверхневими неоднорідностями і дефектами: Дис. ... д-ра фіз.-мат. наук. – Львів, 2000. – 372 с.
9. Масленков С. Б., Масленкова Е. А. Стали и сплавы для высоких температур: Справ. изд.: В 2 кн. – Москва: Металлургия, 1991. – Кн. 1. – 383 с.
10. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Влияние тонких покрытий и промежуточных слоев на диффузионные процессы и на напряженное состояние в твердых телах // Защитные покрытия на металлах. – 1971. – Вып. 5. – С. 180–185.
11. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах // Физ.-хим. механика материалов. – 1967. – 3, № 5. – С. 575–583.
Те саме: Podstrigach Ya. S., Shevchuk P. R. Effect of surface layers on diffusion processes and the resulting stress state in solids // Mater. Sci. – 1968. – 3, No. 5. – P. 420–426.
12. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. О напряженно-деформированном состоянии нагреваемых упругих тел, содержащих включения в виде тонких оболочек // Прикл. механика. – 1967. – 3, № 6. – С. 8–16.
Те саме: Podstrigach Ya. S., Shevchuk P. R. The stress-strain state of heated elastic bodies containing inclusions in the form of thin shells // Int. Appl. Mech. – 1967. – 3, No. 6. – P. 5–9.
13. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1967. – Вып. 7. – С. 227–233.
14. Рубцов Н. А. Теплообмен излучением в сплошных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 277 с.

15. *Теплотехнический справочник* / Ред. В. Н. Юренев и П. Д. Лебедев: В 2 т. – Москва: Энергия, 1975. – Т. 1. – 744 с.
16. *Терлецький Р. Ф., Турій О. П.* Термомеханічна поведінка шаруватої пластини зі складовими різної прозорості за умов дії зовнішнього теплового випромінювання // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 6. – С. 17–26.
 The same: *Terlets'kyi R. F., Turii O. P.* Thermomechanical behavior of a plate composed of layers with different transparencies under the action of thermal radiation // *Mater. Sci.* – 2007. – **43**, No. 6. – P. 769–779.
17. *Турій О. П.* Нелінійна контактнo-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з'єднаної проміжковим шаром // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 9. – С. 118–132.
18. *Чернуха Ю. А.* Задача теплопроводности для облучаемых многослойных оболочек // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* – 1975. – Вып. 1. – С. 104–109.
19. *Эсне В.* Технология электровакуумных приборов: В 3 т. – Москва: Энергия, 1968. – Т. 2. – 448 с.
20. *Amosov A. A.* Nonstationary nonlinear nonlocal problem of radiative-conductive heat transfer in a system of opaque bodies with properties depending on the radiation frequency // *J. Math. Sci.* – 2010. – **165**, No. 1. – P. 1–41. (*Переклад* з «Проблемы мат. анализа». – 2010. – **44**. – С. 3–38.)
21. *Coquard R., Rochais D., Baillis D.* Experimental investigations of the coupled conductive and radiative heat transfer in metallic/ceramic foams // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2009. – **52**. – P. 4907–4918.
23. *Liu L. H., Hsu P.-F.* Analysis of transient radiative transfer in a semitransparent graded index medium // *J. Quant. Spectrosc. RA.* – 2007. – **105**, No. 3. – P. 357–376.
22. *Modest M. F.* Radiative heat transfer. – Acad. Press, 2003. – 860 p.
24. *Muresan C., Vaillon R., Menezo C., Morlot R.* Discrete ordinates solution of coupled conductive radiative heat transfer in a two-layer slab with Fresnel interfaces subject to diffuse and obliquely collimated irradiation // *J. Quant. Spectrosc. RA.* – 2004. – **84**, No. 4. – P. 551–562.
25. *Shevchuk V. A.* Modeling and computation of heat transfer in a system «body-multilayer coating» // *Heat Transfer Res.* – 2006. – **37**, No. 5. – P. 412–423.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПЛАСТИНАХ С ТОНКИМИ ПОКРЫТИЯМИ ПРИ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Выведены приближенные соотношения, которые базируются на использовании обобщенных граничных условий (условий теплообмена через покрытие) для описания процессов теплопереноса в облучаемых пластинах с покрытиями. Исследована их применимость в зависимости от радиационных характеристик покрытия и подложки.

MODELING AND INVESTIGATION OF HEAT TRANSFER IN PLATES WITH THIN COATINGS IN VIEW OF RADIATION EFFECT

Approximate relations obtained with use of generalized boundary conditions (conditions of heat exchange through the cover) to describe the heat transfer processes in irradiated plates with coatings are written. Boundary conditions applicability dependent on radiative properties of coating and base are investigated.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
 ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
 28.07.11