УДК:539.375+539.4: 536.543

О. Є. Андрейків[1,2], І. Я. Долінська[1], В. З. Кухар[1]

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ ПЛАСТИН З СИСТЕМАМИ ТРІЩИН ЗА ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНО-РОЗРИВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І ВИСОКОЇ ТЕМПЕРАТУРИ

Сформульовано математичну модель для дослідження процесів руйнування пластин із системами тріщин за довготривалих статично-розривних навантажень і високої температури. За розв'язками задачі виконано обчислення залишкової довговічності пластини з періодичною і двоперіодичною системами тріщин.

Вступ. За довготривалих статичних навантажень і високих температур пластини з тріщинами руйнуються шляхом поширення тріщин високотемпературної повзучості. Для визначення періоду їх докритичного ресурсу (залишкового ресурсу пластини) побудовано ряд розрахункових моделей (див., наприклад, [1, 2, 8, 10]). Однак, як свідчить експериментальна практика і аналіз експлуатаційних умов роботи елементів енергетичного устаткування [5], їх довготривале статичне навантаження не є неперервним, а супроводжується процесами навантажень і розвантажень (маневровий режим експлуатації [5]). Для таких випадків теоретичні аспекти (математичні моделі) тут розроблено ще недостатньо, а експериментальні дослідження через значні технічні труднощі проведено в малому обсязі, що не дає можливості встановити закономірності стосовно визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій, зокрема пластин з тріщинами, за такого навантаження.

У цій роботі запропоновано розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості в пластинах за їх довготривалого статично-розривного навантаження. В основу покладено узагальнення відомого [1, 2, 8] енергетичного підходу на випадок такого навантаження.

Постановка задачі для випадку однієї тріщини. Розглянемо пластину, послаблену прямолінійною тріщиною довжини ℓ_0 з вершинами a_s, $s = 1,2$ (рис. 1), яка перебуває в умовах дії довготривалого статично-розривного навантаження (навантаження-розвантаження) і високої температури, що викликає високотемпературну повзучість в зоні передруйнування біля вершин тріщини. Вважаємо, що за деякий час проходить n разів таких розривів навантаження. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$ (залишкової довговічності), після досягнення якого довжина тріщини досягне критичного значення $\ell = \ell_*$ і пластина зруйнується.

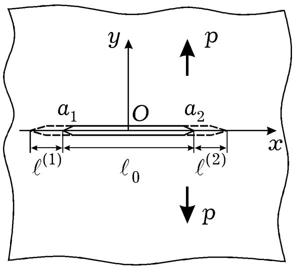

Рис. 1

Для розв'язання такої задачі насамперед побудуємо математичну модель, тобто встановимо математичні рівняння, які описують цей процес. При цьому будемо вважати, що тріщина рухається неперервно від початкового розміру $\ell = \ell_0$ до кінцевого $\ell = \ell_*$. Це припущення є коректним, оскільки реальний стрибкоподібний рух обох вершин тріщини високотемпературної повзучості супроводжується стрибками малого розміру $\Delta\ell^{(s)}$ на її кінцях, $s = 1,2$, за відносно великі проміжки часу Δt.

З огляду на це швидкість V росту тріщини можемо записати наближено у такому вигляді:

$$V = \frac{d\ell}{dt} \approx \frac{\Delta\ell^{(s)}}{\Delta t}. \tag{1}$$

Енергетичний баланс цього процесу для кожного стрибка тріщини малого розміру $\Delta\ell^{(s)}$ у кожній вершині запишемо в такому вигляді [1, 2, 8]:

$$A_0 + Q = W^{(s)} + \Gamma . \tag{2}$$

Тут A_0 – робота зовнішніх сил; $W^{(s)}$ – енергія деформування тіла після просування тріщини на величину $\Delta\ell^{(s)}$ для кожного кінця тріщини [1, 2, 8]:

$$W^{(s)} = W_{\text{e}}^{(s)} + W_{\text{p},0}^{(s)}(\ell) - W_{\text{p},1}^{(s)}(t) + W_{\text{p},2}^{(s)}(\ell) , \tag{3}$$

де $W_{\text{e}}^{(s)}$ – пружна складова енергії $W^{(s)}$; $W_{\text{p},0}^{(s)}(\ell^{(s)})$ – частина роботи пластичних деформацій в зоні передруйнування біля s-ї вершини, що залежить тільки від довжини тріщини $\ell^{(s)}$; $W_{\text{p},1}^{(s)}(t)$ – частина роботи пластичних деформацій під час повзучості при розтязі зони передруйнування, яка виділяється за постійної довжини тріщини, генерується самою пластиною і залежить тільки від часу t; $W_{\text{p},2}^{(s)}(\ell)$ – частина роботи пластичних деформацій, яка генерується самою пластиною під час її додаткового навантаження-розвантаження; Γ – енергія руйнування пластини, яка залежить тільки від довжини тріщини ℓ; Q – величина виділеної теплової енергії, яку вважають відносно малою величиною і нею будемо нехтувати при обчисленнях.

Диференціюючи за часом t компоненти рівняння енергетичного балансу (2), отримаємо рівняння балансу швидкостей зміни частин енергій:

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} = \frac{\partial W^{(s)}}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t} . \tag{4}$$

Підставляючи (3) в (4), отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial \ell^{(s)}}\left[\Gamma - \left(A_0 - W_{\text{e}}^{(s)} - W_{\text{p},0}^{(s)} - W_{\text{p},2}^{(s)}\right)\right]\frac{d\ell^{(s)}}{dt} - \frac{\partial W_{\text{p},1}^{(s)}}{\partial t} = 0 . \tag{5}$$

На основі відомих результатів праць [2, 7] отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial \ell^{(s)}}\left[\Gamma - \left(A_0 - W_{\text{e}}^{(s)} - W_{\text{p},0}^{(s)} - W_{\text{p},2}^{(s)}\right)\right] = \gamma_C - \gamma_t^{(s)} - \frac{\partial W_{\text{p},2}^{(s)}}{\partial \ell^{(s)}} , \tag{6}$$

де $\gamma_t^{(s)}$ – питома робота пластичних деформацій в зоні передруйнування в s-й вершині тріщини при рості останньої; γ_C – її критичне значення.

Тоді, підставивши (6) у (5), отримаємо диференціальне рівняння для визначення швидкості зміни довжини тріщини:

$$\frac{d\ell^{(s)}}{dt} = \frac{\partial W_{\text{p},1}^{(s)}}{\partial t}\left[\gamma_C - \gamma_t^{(s)} - \frac{\partial W_{\text{p},2}^{(s)}}{\partial \ell}\right]^{-1} \tag{7}$$

за початкових

$$t = 0: \qquad \ell^{(1)} = \ell^{(2)} = 0 \tag{8}$$

і кінцевих умов

$$t = t_*: \qquad \ell(t_*) = \ell_*, \quad \gamma_t^{(s)}(\ell_*) = \gamma_C, \quad s = 1,2, \quad \ell_* = \ell_0 + \ell^{(1)} + \ell^{(2)}. \tag{9}$$

Згідно з [2, 6] невідомі величини $W_{\text{p},1}^{(s)}$, $W_{\text{p},2}^{(s)}$ (з урахуванням n навантажень-розвантажень) визначатимемо так:

$$W_{\text{p},1}^{(s)}(t) = \sigma_t\left[\left(\delta_t^{(s)} + A\,\frac{\delta_t^{(s)}(\ell^{(s)})}{\delta_C}\right)^m t\right]^2 , \tag{10}$$

$$W_{\mathrm{p},2}^{(s)}(\ell) = \frac{1}{4}\alpha(1-R)^4 \int_0^{\ell} \sigma_t \sum_{i=1}^{n} \delta(x - \ell_i^{(s)}) [(\delta_t^{(s)}(x))^2 - \delta_{\mathrm{th}}^2] \, dx , \tag{11}$$

$$\delta_t^{(s)} = \frac{K_I^{(s)}}{\sigma_t E}, \qquad \delta_C = \frac{K_{IC}}{\sigma_t E}, \qquad \delta_{\mathrm{th}} = \frac{K_{\mathrm{th}}}{\sigma_t E}. \tag{12}$$

Тут $\delta_t^{(s)}(\ell^{(s)})$ – розкриття у s-й вершині тріщини; δ_C – його критичне значення; δ_{th} – нижнє порогове значення $\delta_t^{(s)}(\ell^{(s)})$, при якому тріщина не поширюється; α – константа матеріалу, яка визначається експериментально [6]; σ_t – усереднене напруження в зоні передруйнування біля вершин тріщини; E – модуль пружності; m, A – характеристики високотемпературної повзучості, які визначаються з експерименту [2, 8]; R – асиметрія циклу навантаження; $\delta(x)$ – дельта-функція [3]; $\ell_i^{(s)}$ – видовження повзучої тріщини в момент i-го розвантаження біля s-ї вершини; $K_I^{(s)}$ – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) біля s-ї вершини тріщини; K_{IC} – характеристика тріщиностійкості матеріалу за статичного навантаження; K_{th} – нижнє порогове значення $K_I^{(s)}$, при якому не відбувається поширення тріщини [6].

Таким чином, розв'язок поставленої задачі (для випадку однієї тріщини) дається рівнянням (7) за умов (8), (9) з урахуванням співвідношень (10)–(12).

Приймемо, що зовнішні розтягувальні навантаження прикладені симетрично лише відносно лінії розміщення тріщини. Тоді на основі наведеного і результатів робіт [2, 6, 8] запишемо рівняння для визначення залишкового ресурсу пластини з однією тріщиною через параметри КІН:

$$\frac{d\ell^{(s)}}{dt} = 2A\left(K_I^{(s)} \frac{1}{K_{IC}}\right)^{2m} \times$$

$$\times \left\{1 - (K_I^{(s)})^2 \frac{1}{K_{IC}^2} - \frac{\alpha(1-R)^4}{4\sigma_t E K_{IC}^2} \sum_{i=1}^{n} \delta(\ell^{(s)} - \ell_i^{(s)}) [(K_I^{(s)})^4 - K_{\mathrm{th}}^4]\right\}^{-1} \tag{13}$$

з відповідними початковою і кінцевою умовою

$$t = 0: \qquad \ell^{(1)} = \ell^{(2)} = 0,$$

$$t = t_*: \qquad \ell(t_*) = \ell_*, \qquad \ell_* = \ell_0 + \ell^{(1)} + \ell^{(2)},$$

$$K_I^{(s)}(\ell_*) = K_{IC}, \qquad s = 1, 2. \tag{14}$$

Математична модель для визначення залишкового ресурсу пластини із системою тріщин. Розглянемо пластину, послаблену системою m макроскопічних тріщин і піддану дії довготривалого статично-розривного навантаження (за час експлуатації пластини проходить n навантажень-розвантажень) і високої температури. Нехай конфігурації пластини та геометричне розміщення тріщин визначаються лінійними параметрами $a_1, \ldots, a_k$, а геометрична конфігурація кожної тріщини – параметрами $b_1, \ldots, b_m$. Приймемо параметри такими, що при $a_q \to \infty$, $q = 1, \ldots, k$. Тоді отримаємо необмежену пластину, послаблену однією тріщиною конфігурації b_j. Виберемо в s-й вершині кожної тріщини L_j локальну систему координат $O^{(j,s)}\rho^{(j,s)}\theta^{(j,s)}$

(рис. 2) і позначимо через $\Delta\ell^{(j,s)}$ приріст j-ї тріщини відповідно на її кінцях, $s = 1, 2$. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$ (залишкова довговічність), після досягнення якого довжина однієї з тріщин, L_ξ, досягне критичного значення $\ell^{(\xi)} = \ell_*^{(\xi)}$ і пластина зруйнується.

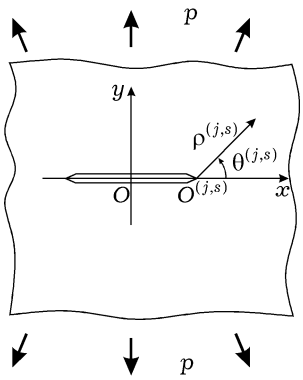

Рис. 2

Для реалізації цієї задачі зробимо узагальнення на такий випадок наведеного вище енергетичного підходу, а також скористаємося відомою [9] гіпотезою, що поширення повзучих тріщин буде проходити в напрямку максимально можливих швидкостей росту тріщин. В результаті цього задачу зведемо до розв'язування такої системи диференціальних рівнянь (математична модель):

$$\frac{d\ell^{(j,s)}}{dt} = \frac{\partial W_{\text{p},1}^{(j,s)}}{\partial t}\left(\gamma_C - \gamma_t^{(j,s)} - \frac{\partial W_{\text{p},2}^{(j,s)}}{\partial \ell^{(j,s)}} \right)^{-1},$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta^{(j,s)}}\left[\frac{\partial W_{\text{p},1}^{(j,s)}}{\partial t}\left(\gamma_C - \gamma_t^{(j,s)} - \frac{\partial W_{\text{p},2}^{(j,s)}}{\partial \ell^{(j,s)}} \right)^{-1} \right]\Bigg|_{\theta^{(j,s)}=\theta_t^{(j,s)}} = 0 \tag{15}$$

за початкових

$$t = 0: \qquad \ell^{(j,s)}(0) = \ell_0^{(j,s)} \tag{16}$$

і кінцевих умов

$$t = t_*: \qquad \ell^{(\xi,s)}(t_*) = \ell_*^{(\xi,s)}, \qquad \gamma_t^{(\xi,s)}\left(\ell_*^{(\xi,s)}\right) = \gamma_C,$$

$$\max_j\left[\gamma_t^{(j,s)}\left(\ell_*^{(j,s)}\right)(\gamma_C)^{-1}\right] = \gamma_t^{(\xi,s)}\left(\ell_*^{(\xi,s)}\right)(\gamma_C)^{-1}. \tag{17}$$

Тут $W_{\text{p},1}^{(j,s)}(t)$ – частина роботи пластичних деформацій під час повзучості при розтязі зони передруйнування біля s-ї вершини тріщини L_j, яка виділяється за постійної довжини тріщини, генерується самою пластиною і залежить тільки від t; $W_{\text{p},2}^{(j,s)}(\ell)$ – частина роботи пластичних деформацій, яка генерується самою пластиною під час її розвантаження і статичного стиску зони передруйнування біля s-ї вершини тріщини L_j; $\gamma_t^{(j,s)}$ – величина роботи пластичних деформацій в зоні передруйнування біля s-ї вершини тріщини L_j; γ_C – її критичне значення; $\theta_t^{(j,s)}$ – значення кутів $\theta^{(j,s)}$, що визначають напрямок поширення кінців тріщини L_j; $\ell_*^{(j,s)}$ – критичне підростання s-го кінця тріщини L_j при руйнуванні пластини. Згідно з [2, 6] ці величини визначатимемо так:

$$\frac{\partial W_{\text{p},1}^{(j,s)}}{\partial t} = 2\delta_t A\left(\delta_{I\theta}^{(j,s)}\sigma_{0t}^{(j,s)} + \delta_{II\theta}^{(j,s)}\tau_{0t}^{(j,s)}\right),$$

$$\frac{\partial W_{p,2}^{(j,s)}}{\partial \ell^{(j,s)}} = \frac{1}{4}\alpha(1-R)^4\sum_{i=1}^{n}\delta\left(\ell^{(j,s)} - \ell_i^{(j,s)}\right)\times$$

$$\times\left[\left(\delta_{I\theta}^{(j,s)}\sigma_{0t}^{(j,s)} + \delta_{II\theta}^{(j,s)}\tau_{0t}^{(j,s)}\right)^2 - \left(\delta_{I\,\text{th}\,\theta}^{(j,s)}\sigma_{0t}^{(j,s)} + \delta_{II\,\text{th}\,\theta}^{(j,s)}\tau_{0t}^{(j,s)}\right)^2\right],$$

$$\gamma_t^{(j,s)}(\ell^{(j,s)}) = \delta_t^{(j,s)}\sigma_t^{(j,s)} = \delta_{It}^{(j,s)}\sigma_{0t}^{(j,s)} + \delta_{IIt}^{(j,s)}\tau_{0t}^{(j,s)},$$

$$\delta_{It}^{(j,s)} = \frac{(K_{I\theta}^{(j,s)})^2}{2E\sigma_{0t}^{(j,s)}}, \quad \gamma_C = \delta_C\sigma_t = \frac{K_{IC}^2}{E}, \quad \delta_{IIt}^{(j,s)} = \frac{(K_{II\theta}^{(j,s)})^2}{2E\tau_{0t}^{(j,s)}}, \tag{18}$$

де $\delta_t^{(j,s)}(x)$ – розкриття в зоні передруйнування біля s-ї вершини тріщини L_j; $\delta_{I\theta}^{(j,s)}$, $\delta_{II\theta}^{(j,s)}$ – проекції $\delta_t^{(j,s)}(x)$ на напрямні орти полярної системи координат $O^{(j,s)}\rho^{(j,s)}\theta^{(j,s)}$ (див. рис. 2); $\sigma_t^{(j,s)}$ – усереднені напруження в зоні передруйнування біля s-ї вершини тріщини L_j; $\sigma_{0t}^{(j,s)}$, $\tau_{0t}^{(j,s)}$ – відповідні їх проекції; $K_I^{(j,s)}$, $K_{II}^{(j,s)}$ – коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) біля s-ї вершини j-ї тріщини вздовж лінії її розміщення; $K_{I\theta}^{(j,s)}$, $K_{II\theta}^{(j,s)}$ – аналогічні значення вздовж напрямку під кутом θ до дотичної в s-му кінці j-ї тріщини; $\ell_i^{(j,s)}$ – довжина тріщини L_j в момент i-го розвантаження.

Отже, кінетичні рівняння (15) за умов (16), (17) з урахуванням співвідношення (18), а також за відомих коефіцієнтів інтенсивності напружень $K_I^{(j,s)}$, $K_{II}^{(j,s)}$ складають математичну модель для визначення залишкової довговічності пластини із системою тріщин в умовах дії довготривалого статично-розривного навантаження.

Визначення періоду докритичного росту в пластині двоперіодичної системи тріщин високотемпературної повзучості. Розглянемо нескінченну пластину, послаблену двоперіодичною системою прямолінійних тріщин довжини $2\ell_0$, центри яких розміщені у вузлах квадратної решітки зі стороною h (рис. 3). Вважаємо, що пластина нагріта до високої температури, а на нескінченності розтягується рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності p, напрямленими перпендикулярно до лінії розміщення тріщини. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, за який відбудеться n навантажень-розвантажень, після досягнення якого тріщина підросте до критичного розміру $\ell = \ell_*$ і пластина зруйнується.

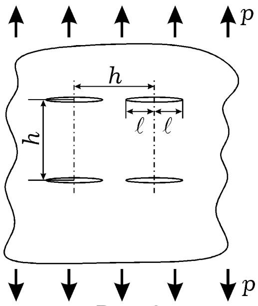

Рис. 3

Розв’язок задачі отримаємо на основі результатів робіт [2, 6, 8] і сформульованої вище математичної моделі (15)–(17), яку в цьому випадку з урахуванням того, що напружено-деформований стан в пластині є симетричним відносно лінії розміщення тріщин, через параметри КІН запишемо так:

$$\frac{d\ell}{dt} = \left[\frac{1 - K_I^2 \dfrac{1}{K_{IC}^2}}{2A\left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}} - \frac{\dfrac{\alpha(1-R)^4}{4E\sigma_t K_{IC}^2}\sum\limits_{i=1}^{n}\delta(\ell - \ell_i)(K_I^4 - K_{\text{th}}^4)}{2A\left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}}\right]^{-1} \tag{19}$$

з початковою і кінцевою умовами

$$t = 0: \qquad \ell(0) = \ell_0,$$

$$t = t_*: \qquad \ell(t_*) = \ell_*, \quad K(\ell_*) = K_{IC}. \tag{20}$$

При розв’язуванні рівняння (19) виникають певні математичні труднощі, для спрощення яких і подальших розрахунків введемо такі позначення:

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{1}{f_1(\ell) - \sum\limits_{i=1}^{n} \delta(\ell - \ell_i) f_2(\ell)},$$

$$f_1(\ell) = \frac{1 - K_I^2 \dfrac{1}{K_{IC}^2}}{2A\left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}},$$

$$f_2(\ell) = \frac{\alpha(1-R)^4}{4E\sigma_t K_{IC}^2} \frac{(K_I^4 - K_{\text{th}}^4)}{2A\left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}}. \qquad (21)$$

Інтегруючи рівняння (19) за умов (20) з урахуванням позначень (21), одержимо

$$t_* = \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} f_1(\ell)\, d\ell - \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} \sum_{i=1}^{n} \delta(\ell - \ell_i) f_2(\ell)\, d\ell. \qquad (22)$$

При цьому будемо вважати, що процес навантаження-розвантаження пластини відбувається в часи $t = t_i$, $i = 1, \ldots, n$, за які повзучі тріщини поширюються на рівні довжини $\Delta\ell = n^{-1}(\ell_* - \ell_0)$. Тоді, застосувавши теорему про середнє [3], (22) запишемо, як

$$t_* = \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} f_1(\ell)\, d\ell - \frac{n}{\ell_* - \ell_0} \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} f_2(\ell)\, d\ell. \qquad (23)$$

Таким чином, співвідношення (23) з використанням (21) визначає залишкову довговічність елементів конструкцій, які працюють під дією довготривалого статичного навантаження за високих температур і ряду навантажень-розвантажень.

Проінтегрувавши рівняння (19) за умов (20) з урахуванням (23), отримаємо формулу для обчислення залишкового ресурсу пластини з двоперіодичною системою тріщин:

$$t_* = \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} \left(1 - K_I^2 \frac{1}{K_{IC}^2}\right) \frac{1}{2A\left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}}\, d\ell -$$

$$- \frac{n}{\ell_* - \ell_0} \int\limits_{\ell_0}^{\ell_*} \frac{\alpha(1-R)^4 (K_I^4 - K_{\text{th}}^4)}{8AE\sigma_t K_{IC}^2 \left(K_I \dfrac{1}{K_{IC}}\right)^{2m}}\, d\ell. \qquad (24)$$

Для розгдядуваного випадку коефіцієнт інтенсивності напружень K_I запишемо так [4]:

$$K_I = p\sqrt{\pi\ell}\,(1 + 8.8 \cdot 10^{-2} \pi\lambda^2 + 1.8 \cdot 10^{-2} \pi^2 \lambda^4 -$$

$$- 2.6 \cdot 10^{-3} \pi^3 \lambda^6 + O(\lambda^8)), \qquad \lambda = 2\ell h^{-1}. \qquad (25)$$

Для числової реалізації формули (24) застосуємо конкретний випадок пластини зі сталі 12Х1МФ з такими механічними характеристиками, геометричними параметрами пластини і параметрами її навантаження [5]: $\alpha = 4$, $E = 160$ ГПа, $K_{IC} = 45$ МПа$\sqrt{\text{м}}$, $\sigma_t = 520$ МПа, $K_{\text{th}} = 6.2$ МПа$\sqrt{\text{м}}$, $A \approx 4 \cdot 10^{-7}$ м/год, $R = 0$, $m \approx 1{,}2$, $n = 400$, $\ell_0 = 2$ мм, $h = 15$ мм.

В результаті цього побудуємо графіки залежностей залишкового ресурсу t_* пластини від зміни навантаження p у стаціонарному (крива *1*) і маневровому (крива *2*) режимах експлуатації (рис. 4). Як бачимо з рис. 4, за маневрового режиму експлуатації залишкова довговічність пластини дещо менша, ніж за стаціонарного, що свідчить про необхідність враховувати при розрахунках розривний ефект навантаження.

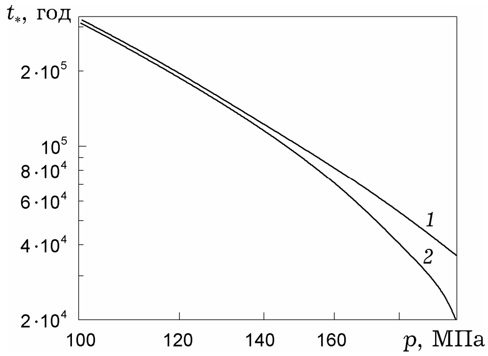

Рис. 4

Визначення залишкового ресурсу пластини з періодичною системою тріщин. Розглянемо нескінченну пластину, послаблену системою періодичних прямолінійних тріщин початкової довжини $2\ell_0$, розміщених по одній лінії, віддаль між центрами тріщин $2d$. Вважаємо, що пластина розтягується у нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими зусиллями p (рис. 5) за високої температури, що викликає в зонах передруйнування біля вершин тріщин високотемпературну повзучість. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, за який відбудеться n навантажень-розвантажень і після досягнення якого тріщини підростуть до критичного розміру $\ell = \ell_*$ і пластина зруйнується. Вважаємо, що зовнішні навантаження розтягу p прикладені так, що напружено-деформований стан в пластині буде симетричний відносно ліній розміщення тріщин.

Задачу розв'язуємо аналогічно, як у попередньому випадку. Тобто залишковий ресурс такої пластини визначатимемо за формулою (24), а КІН K_I знаходимо на основі відомих результатів праці [4]:

$$K_I = \frac{2p\sqrt{\pi\ell}}{\sqrt{(1-\lambda)(4+(\pi^2-4))\lambda}}, \qquad \lambda = \frac{\ell}{d}.$$

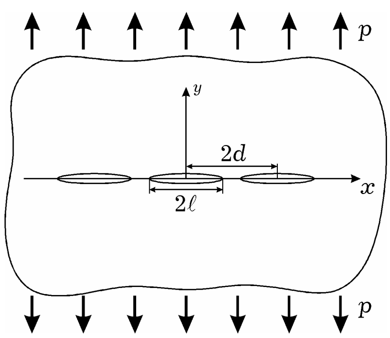

Рис. 5

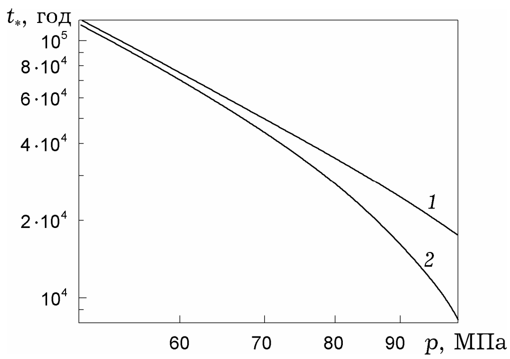

Рис. 6

На рис. 6 побудовано графіки залежностей залишкової довговічності t_* пластини зі сталі 12Х1МФ з періодичною системою прямолінійних тріщин від зміни навантаження p (крива *1* для стаціонарного навантаження, крива *2* − для розривного). При обчисленнях використовуємо наведені вище для цієї сталі механічні характеристики, а також геометричні параметри пластини і параметри її навантаження. Бачимо, що неврахування довготривалого статично-розривного навантаження (маневровий режим експлуатації [5]) може призвести до переоцінки залишкового ресурсу пластини і до непередбаченого руйнування.

Висновки. За допомогою енергетичного підходу побудовано математичну модель для дослідження процесів руйнування тонкостінних елементів конструкцій (пластин) із системами тріщин за довготривалих статично-розривних навантажень при високих температурах. На основі отриманих розв'язків розраховано залишковий ресурс пластин з періодичною і двоперіодичною системами тріщин за маневрового режиму експлуатації. Показано, що неврахування розривного характеру статичного навантаження може призвести до переоцінки залишкової довговічності елементів конструкцій і до непередбаченого руйнування.

1. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Визначення залишкового ресурсу труби з поверхневою тріщиною при довготривалому тиску і високій температурі // Машинознавство. – 2005. – № 4. – С. 3–6.
2. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доп. НАН України. – 2006. – № 5. – С. 47–52.
3. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. – Т. 1. – Москва: Высш. шк., 1981. – 687 с.
4. *Саврук М. П.* Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 620 с. – Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка – Т. 2.
5. *Хромченко Ф. А.* Ресурс сварных соединений парапроводов. – Москва: Машиностроение, 2002. – 352 с.
6. *Andreikiv O. E., Lesiv R. M., Dolins'ka I. Ya.* Dependence of the period of subcritical growth of a creep fatigue crack on the duration of loading cycles // Mater. Sci. – 2009. – **45**, No. 4. – P. 494–503.
   Те саме: *Андрейків О. Є., Лесів Р. М., Долінська І. Я.* Залежність періоду доктричного росту повзучо-втомної тріщини від періоду циклу навантаження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, № 4. – С. 31–38.
7. *Andreikiv O. E., Lishchyns'ka M. V.* Equations of growth of fatigue cracks in inhomogeneous plates // Mater. Sci. – 1999. – **35**, No. 3. – P. 355–362.
   Те саме: *Андрейків О. Є., Ліщинська М. В.* Рівняння росту втомних тріщин у неоднорідних пластинах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35**, № 3. – С. 53–58.
8. *Andreikiv O. Ye., Sas N. B.* Fracture mechanics of metal plates under high-temperature creep // Mater. Sci. – 2006. – **42**, No. 2. – P. 210–219.
   Те саме: *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металевих пластин за високотемпературної повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – **42**, № 2. – С. 62–68.
9. *Andreikiv O. E., Sas N. B.* Strength of thin-walled structural elements with cracks under the conditions of creep // Mater. Sci. – 2007. – **43**, No. 2. – P. 174–182.
   Те саме: *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Міцність тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами за умов повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 2. – С. 33–39.
10. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York – London: Macmillan Company, 1970. – 343 p.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПЛАСТИН С СИСТЕМАМИ ТРЕЩИН ПРИ ДОЛГОВРЕМЕННЫХ СТАТИЧЕСКИ-РАЗРЫВНЫХ НАГРУЗКАХ И ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Сформулирована математическая модель для исследования процессов разрушения пластин с системами трещин при долговременных статически-разрывных нагрузках и высокой температуре. За решениями задачи выполнены вычисления остаточной долговечности пластины с периодической и двупериодической системами трещин.

MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINATION OF LIFE-TIME OF PLATES WITH SYSTEMS OF CRACKS UNDER LONG-TERM STATIC BREAKING LOAD AND HIGH TEMPERATURE

A mathematical model for study the processes of fracture of plates with systems of cracks under long-term static breaking load and high temperature is formulated. By the problem solutions the residual life-time of the plate with periodic and biperiodic systems of cracks are determined.

[1] Фіз.-мех. ін-т ім. Г. Карпенка, Львів,
[2] Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано
13.09.11