УДК 517.938

С. А. Щоголев

ПРО ОДИН ОСОБЛИВИЙ ВИПАДОК ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ КВАЗІЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ, ЗОБРАЖУВАНИХ РЯДАМИ ФУР'Є ІЗ ПОВІЛЬНО ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для квазілінійної диференціальної системи 2-го порядку, коефіцієнти якої мають вигляд рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами і частотою, отримано умови існування часткового розв'язку аналогічної структури в одному особливому випадку.

Вступ. Статтю присвячено дослідженню нелінійних коливань у диференціальних системах, які містять повільно змінні параметри [4–13] і є продовженням дослідження робіт [1, 2, 9, 10] щодо існування у таких систем часткових розв'язків, зображуваних абсолютно та рівномірно збіжними рядами Фур'є із повільно змінними коефіцієнтами та частотами. У такій постановці задача суттєво відрізняється від відомої задачі дослідження періодичних і квазіперіодичних розв'язків та інтегральних многовидів [5, 6].

Означення і постановка задачі.

Означення 1. Будемо говорити, що функція $f(t,\varepsilon)$ належить до класу S_m, $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, якщо виконуються такі умови:

1) $f: G \to \mathbb{C}$, де $G = \{t, \varepsilon : t \in \mathbb{R},\ \varepsilon \in [0, \varepsilon_0],\ \varepsilon_0 \in \mathbb{R}^+\}$;

2) $f \in C^m(\mathbb{R})$ за t;

3) $\dfrac{d^k f}{dt^k} = \varepsilon^k f_k^*(t,\varepsilon), \qquad \sup\limits_G |f_k^*| < +\infty, \qquad 0 \le k \le m$.

Означення 2. Будемо говорити, що функція $f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))$ належить до класу B_m, $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, якщо ця функція зображується у вигляді

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t,\varepsilon) \exp(in\,\theta(t,\varepsilon)),$$

причому

1) $f_n \in S_m, \qquad \dfrac{d^k f_n}{dt^k} = \varepsilon^k f_{nk}^*(t,\varepsilon), \qquad n \in \mathbb{Z}, \qquad 0 \le k \le m$;

2) $\| f \|_{B_m} \stackrel{\text{def}}{=} \sum\limits_{k=0}^{m} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \sup\limits_G |f_{nk}| < +\infty$;

3) $\theta(t,\varepsilon) = \int\limits_0^t \varphi(\tau,\varepsilon)\,d\tau, \qquad \varphi: G \to \mathbb{R}^+, \qquad \varphi \in S_m, \qquad \inf\limits_G \varphi > 0$.

Позначимо $\forall f \in B_m$:

$$\Gamma_n(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t,\varepsilon,\theta) \exp(-in\theta)\,d\theta, \qquad n \in \mathbb{Z}.$$

Розглянемо таку квазілінійну систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon) x_k + f_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) + \mu X_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon), x_1, x_2), \quad j = 1,2, \tag{1}$$

де colon $(x_1, x_2) \in \bar{D} \subset \mathbb{C}^2$, $f_j \in B_m$, $a_{jk} \in S_m$, причому власні значення матриці $(a_{jk}(t,\varepsilon))_{j,k=1,2}$ мають вигляд $\pm ir\varphi(t,\varepsilon)$, $r \in \mathbb{N}$; функції X_1, X_2 належать до класу B_m відносно t, ε, θ і мають в $\bar{D}$ неперервні частинні похідні до деякого порядку $2q+3$ включно; $\mu \in (0,1)$.

Позначимо $\forall\, n \neq \pm r$:

$$\Delta_n(t,\varepsilon) = \begin{Vmatrix} a_{11}(t,\varepsilon) - in\varphi(t,\varepsilon) & a_{12}(t,\varepsilon) \\ a_{21}(t,\varepsilon) & a_{22}(t,\varepsilon) - in\varphi(t,\varepsilon) \end{Vmatrix}.$$

Через $\Delta_{jn}(t,\varepsilon)$ позначимо визначники, які отримуються з $\Delta_n(t,\varepsilon)$ заміною в ньому j-го стовпця на $\operatorname{colon}(-\Gamma_n(f_1), -\Gamma_n(f_2))$, $j = 1, 2$.

Введемо функції

$$\xi_{10}(t,\varepsilon,\theta) = M_0(t,\varepsilon)a_{12}(t,\varepsilon)\exp(-ir\theta) + N_0(t,\varepsilon)a_{12}(t,\varepsilon)\exp(ir\theta) +$$

$$+ \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq \pm r)}}^{\infty} \frac{\Delta_{1n}(t,\varepsilon)}{\Delta_n(t,\varepsilon)} \exp(in\theta),$$

$$\xi_{20}(t,\varepsilon,\theta) = -M_0(t,\varepsilon)(ir\varphi(t,\varepsilon) + a_{11}(t,\varepsilon))\exp(-ir\theta) + N_0(t,\varepsilon) \times$$

$$\times (ir\varphi(t,\varepsilon) - a_{11}(t,\varepsilon))\exp(ir\theta) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq \pm r)}}^{\infty} \frac{\Delta_{2n}(t,\varepsilon)}{\Delta_n(t,\varepsilon)} \exp(in\theta), \quad (2)$$

причому функції $M_0(t,\varepsilon)$, $N_0(t,\varepsilon)$ визначаються з наступної системи:

$$P(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0, \qquad Q(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0, \quad (3)$$

де

$$P(t,\varepsilon,M_0,N_0) = \Gamma_{-r}(a_{12}(t,\varepsilon)X_2(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20}) -$$

$$-(a_{22}(t,\varepsilon) + ir\varphi(t,\varepsilon))X_1(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20})),$$

$$Q(t,\varepsilon,M_0,N_0) = \Gamma_r(a_{12}(t,\varepsilon)X_2(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20}) -$$

$$-(a_{22}(t,\varepsilon) - ir\varphi(t,\varepsilon))X_1(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20})).$$

У роботі [9] було встановлено ознаки існування у системи (1) часткових розв'язків з класу B_{m-1} за умовою, що система (3) має розв'язок $M_0(t,\varepsilon)$, $N_0(t,\varepsilon)$ такий, що

$$\inf_G \left| \det \frac{\partial(P,Q)}{\partial(M_0,N_0)} \right| > 0. \quad (4)$$

Разом з цим у багатьох задачах нелінійної механіки [3, 7] зустрічається ситуація, коли рівності (3) виконуються тотожно $\forall\, M_0, N_0$. І тоді умова (4), очевидно, не виконується. Метою цієї статті є встановлення для системи (1) ознак існування часткових розв'язків з класів B_k $(0 \le k \le m)$ у цьому особливому випадку.

Допоміжні твердження. Введемо такі позначення:

$$(Z)_0 = Z(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10}(t,\varepsilon,\theta),\xi_{20}(t,\varepsilon,\theta)),$$

$$\eta_{j1}(t,\varepsilon,\theta) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq \pm r)}}^{\infty} \frac{\Delta^*_{jn}(t,\varepsilon)}{\Delta_n(t,\varepsilon)} \exp(in\theta), \qquad j = 1, 2,$$

де $\Delta^*_{jn}(t,\varepsilon)$, $j = 1, 2$, – визначники, які отримуються з $\Delta_n(t,\varepsilon)$ заміною в ньому j-го стовпця на $\operatorname{colon}(-\Gamma_n((X_1)_0), -\Gamma_n((X_2)_0))$.

Далі введемо

$$P_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = \Gamma_{-r}\left[a_{12}\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 \eta_{11} + \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 \eta_{21}\right) - \right.$$
$$\left. - (a_{22} + ir\varphi)\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 \eta_{11} + \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 \eta_{21}\right)\right],$$
$$Q_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = \Gamma_{r}\left[a_{12}\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 \eta_{11} + \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 \eta_{21}\right) - \right.$$
$$\left. - (a_{22} - ir\varphi)\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 \eta_{11} + \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 \eta_{21}\right)\right],$$
$$\Delta(t,\varepsilon) = \det \frac{\partial(P_1, Q_1)}{\partial(M_0, N_0)}$$

(тут аргументи t, ε, θ функцій η_{j1} для скорочення запису пропущено).

Лема. *Нехай система* (1) *така, що*:

($\boldsymbol{i}$) $\inf\limits_G |a_{12}(t,\varepsilon)| > 0$;

($\boldsymbol{ii}$) *функції* $f_1(t,\varepsilon,\theta)$, $f_2(t,\varepsilon,\theta)$ *задовольняють умови*

$$a_{12}(t,\varepsilon)\Gamma_r(f_2) - (a_{22}(t,\varepsilon) - ir\varphi(t,\varepsilon))\Gamma_r(f_1) \equiv 0 ,$$
$$a_{12}(t,\varepsilon)\Gamma_{-r}(f_2) - (a_{22}(t,\varepsilon) + ir\varphi(t,\varepsilon))\Gamma_{-r}(f_1) \equiv 0 ;$$

($\boldsymbol{iii}$) *функції* X_1, X_2 *мають в* $\bar{D}$ *неперервні частинні похідні за* x_1, x_2 *до порядку* $2q+3$ *включно, і якщо* $x_1, x_2 \in B_m$, *то ці частинні похідні також належать до класу* B_m;

($\boldsymbol{iv}$) *тотожно* $\forall\, t,\varepsilon \in G$ *і* $\forall\, M_0, N_0$ *виконуються*

$$P(t,\varepsilon,M_0,N_0) \equiv 0, \qquad Q(t,\varepsilon,M_0,N_0) \equiv 0 ;$$

($\boldsymbol{v}$) *система рівнянь*

$$P_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0, \qquad Q_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0 , \tag{5}$$

має розв'язок $M_0(t,\varepsilon)$, $N_0(t,\varepsilon)$, *який задовольняє умову*

$$\inf_G |\Delta(t,\varepsilon)| > 0 . \tag{6}$$

Тоді для достатньо малих значень μ *існує перетворення*

$$x_j = g_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \sum_{k=1}^{2} \psi_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu) z_k, \qquad g_j,\, \psi_{jk} \in B_m, \quad j = 1,2 , \tag{7}$$

яке зводить систему (1) *до вигляду*

$$\frac{dz_j}{dt} = \sum_{k=1}^{2}\left(\sum_{\ell=0}^{q-1} h_{jk\ell}(t,\varepsilon)\mu^{\ell+1}\right) z_k + \varepsilon c_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^{2q} d_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) +$$
$$+ \varepsilon \sum_{k=1}^{2} \alpha_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu) z_k + \mu^{q+1} \sum_{k=1}^{2} p_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu) z_k +$$
$$+ \mu Z_j(t,\varepsilon,\theta,z_1,z_2,\mu), \qquad j = 1,2 , \tag{8}$$

де $h_{jk\ell} \in S_m$; $c_j, d_j, \alpha_{jk}, p_{jk} \in B_{m-1}$; *функції* Z_1, Z_2 *з класу* B_{m-1} *відносно* t, ε, θ *містять доданки не нижче* 2-*го порядку відносно* z_1, z_2.

Д о в е д е н н я. Поряд з системою (1) розглянемо допоміжну систему

$$\varphi(t,\varepsilon)\frac{d\xi_j}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)\xi_k + f_j(t,\varepsilon,\theta) + \mu X_j(t,\varepsilon,\theta,\xi_1,\xi_2), \quad j = 1,2 , \tag{9}$$

де t, ε, φ розглядаємо як сталі величини. Побудуємо часткову суму ряду за степенями малого параметра μ, який зображує 2π-періодичний за θ розв'язок цієї системи:

$$\tilde{\xi}_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) = \sum_{k=0}^{2q-1} \xi_{jk}(t,\varepsilon,\theta)\mu^k, \qquad j = 1,2.$$

Коефіцієнти $\xi_{jk}(t,\varepsilon,\theta)$ цієї суми визначаються як 2π-періодичні за θ розв'язки ланцюжка лінійних систем:

$$\varphi(t,\varepsilon)\frac{d\xi_{j0}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)\xi_{k0} + f_j(t,\varepsilon,\theta), \qquad j = 1,2, \tag{10}$$

$$\varphi(t,\varepsilon)\frac{d\xi_{j1}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)\xi_{k1} + X_j(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20}), \qquad j = 1,2, \tag{11}$$

$$\varphi(t,\varepsilon)\frac{d\xi_{j2}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)\xi_{k2} + \sum_{k=1}^{2}\frac{\partial X_j(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20})}{\partial \xi_k}\xi_{k1}, \quad j = 1,2, \tag{12}$$

$$\varphi(t,\varepsilon)\frac{d\xi_{j\ell}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)\xi_{k\ell} + \sum_{k=1}^{2}\frac{\partial X_j(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20})}{\partial \xi_k}\xi_{k,\ell-1} +$$
$$+ \Xi_j(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20},\xi_{11},\xi_{21},\ldots,\xi_{1,\ell-2},\xi_{2,\ell-2}),$$
$$j = 1,2, \qquad \ell = 3,\ldots,2q-1. \tag{13}$$

Тут Ξ_j – поліноми відносно $\xi_{11}, \xi_{21}, \ldots, \xi_{1,\ell-2}, \xi_{2,\ell-2}$ з 2π-періодичними за θ коефіцієнтами. Необхідно показати, що умови леми забезпечують для кожної з цих систем існування 2π-періодичного за θ розв'язку, і всі ці розв'язки належать до класу B_m.

Умова (***ii***) забезпечує існування у породжуючої системи (10) 2π-періодичного за θ розв'язку $\xi_{10}(t,\varepsilon,\theta), \xi_{20}(t,\varepsilon,\theta)$, який задається формулами (2). Очевидно, що цей розв'язок належить до класу B_m. Внаслідок умови (***iv***) леми система (11) також має 2π-періодичний за θ розв'язок, який визначається формулами

$$\xi_{11}(t,\varepsilon,\theta) = M_1(t,\varepsilon)a_{12}(t,\varepsilon)\exp(-ir\theta) +$$
$$+ N_1(t,\varepsilon)a_{12}(t,\varepsilon)\exp(ir\theta) + \eta_{11}(t,\varepsilon,\theta), \tag{14}$$

$$\xi_{21}(t,\varepsilon,\theta) = -M_1(t,\varepsilon)(ir\varphi(t,\varepsilon) + a_{11}(t,\varepsilon))\exp(-ir\theta) +$$
$$+ N_1(t,\varepsilon)(ir\varphi(t,\varepsilon) - a_{11}(t,\varepsilon))\exp(ir\theta) + \eta_{21}(t,\varepsilon,\theta), \tag{15}$$

де $M_1(t,\varepsilon)$, $N_1(t,\varepsilon)$ – поки що невідомі функції з класу S_m.

Запишемо умови існування 2π-періодичного за θ розв'язку системи (12):

$$\Gamma_s\left[a_{12}\sum_{k=1}^{2}\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_k}\right)_0 \xi_{k1} - (a_{22} - is\varphi)\sum_{k=1}^{2}\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_k}\right)_0 \xi_{k1}\right] = 0, \qquad s = \pm r. \tag{16}$$

З урахуванням (14), (15), а також виразів для P, Q, P_1, Q_1 ці умови перепишемо так:

$$\frac{\partial P}{\partial M_0}M_1 + \frac{\partial P}{\partial N_0}N_1 + P_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial M_0}M_1 + \frac{\partial Q}{\partial N_0}N_1 + Q_1(t,\varepsilon,M_0,N_0) = 0.$$

Внаслідок умови (***iv***) леми ці рівняння набувають вигляду (5). Вони вже не містять M_1, N_1, а тільки M_0, N_0. Від M_0, N_0 залежать також функції η_{11}, η_{21}. Нескладно встановити рівності:

$$\frac{\partial\eta_{11}}{\partial M_0} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq\pm r)}}^{\infty} \frac{1}{\Delta_n}\left[\left(a_{12}\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} - \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi + a_{11})\right) - (a_{22} - in\varphi)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} - \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi + a_{11})\right)\right)\exp(-ir\theta)\Big]\exp(in\theta), \tag{17}$$

$$\frac{\partial\eta_{11}}{\partial N_0} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq\pm r)}}^{\infty} \frac{1}{\Delta_n}\left[\left(a_{12}\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} + \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi - a_{11})\right) - (a_{22} - in\varphi)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} + \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi - a_{11})\right)\right)\exp(ir\theta)\Big]\exp(in\theta), \tag{18}$$

$$\frac{\partial\eta_{21}}{\partial M_0} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq\pm r)}}^{\infty} \frac{1}{\Delta_n}\left[\left(a_{21}\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} - \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi + a_{11})\right) - (a_{22} - in\varphi)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} - \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi + a_{11})\right)\right)\exp(-ir\theta)\Big]\exp(in\theta), \tag{19}$$

$$\frac{\partial\eta_{21}}{\partial N_0} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq\pm r)}}^{\infty} \frac{1}{\Delta_n}\left[\left(a_{21}\left(\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} + \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi - a_{11})\right) - (a_{22} - in\varphi)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)_0 a_{12} + \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_2}\right)_0 (ir\varphi - a_{11})\right)\right)\exp(ir\theta)\Big]\exp(in\theta). \tag{20}$$

Розглянемо тепер систему (13), поклавши в ній $\ell = s + 2$ і виділивши явно доданки, які залежать від $\xi_{js}, \xi_{j,s+1}$, $j = 1, 2$:

$$\varphi\frac{d\xi_{j,s+2}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}\xi_{k,s+2} + \sum_{k=1}^{2}\left(\frac{\partial X_j}{\partial x_k}\right)_0 \xi_{k,s+1} +$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta=1}^{2}\left(\frac{\partial^2 X_j}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\right)(\xi_{\beta 1}\xi_{\alpha s} + \xi_{\alpha 1}\xi_{\beta s}) +$$
$$+\Xi_{j,s+2}(t, \varepsilon, \theta, \xi_{10}, \xi_{20}, \dots, \xi_{1,s-1}, \xi_{2,s-1}), \quad j = 1, 2. \tag{21}$$

Для $k = 0, \dots, s + 1$ матимемо

$$\xi_{1k}(t, \varepsilon, \theta) = M_k(t, \varepsilon)a_{12}(t, \varepsilon)\exp(-ir\theta) +$$
$$+ N_k(t, \varepsilon)a_{12}(t, \varepsilon)\exp(ir\theta) + \eta_{1k}(t, \varepsilon, \theta), \tag{22}$$

$$\xi_{2k}(t, \varepsilon, \theta) = -M_k(t, \varepsilon)(ir\varphi(t, \varepsilon) + a_{11}(t, \varepsilon))\exp(-ir\theta) +$$
$$+ N_k(t, \varepsilon)(ir\varphi(t, \varepsilon) - a_{11}(t, \varepsilon))\exp(ir\theta) + \eta_{2k}(t, \varepsilon, \theta), \tag{23}$$

де η_{1k}, η_{2k} − відомі функції з класу B_m.

Припустимо, що функції $\xi_{10}, \xi_{20}, \ldots, \xi_{1,s-1}, \xi_{2,s-1}$ визначено повністю, включаючи функції $M_{s-1}(t,\varepsilon),\ N_{s-1}(t,\varepsilon) \in B_m$, а функції $M_s(t,\varepsilon),\ N_s(t.\varepsilon)$, $M_{s+1}(t,\varepsilon),\ N_{s+1}(t,\varepsilon)$ ще підлягають визначенню.

Запишемо умови існування 2π-періодичного за θ розв'язку системи (21):

$$\Gamma_\ell \left[a_{12} \left(\sum_{k=1}^{2} \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_k} \right)_0 \xi_{k,s+1} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \left(\frac{\partial^2 X_2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \right)_0 (\xi_{\beta 1}\xi_{\alpha s} + \xi_{\alpha 1}\xi_{\beta s}) + \right.\right.$$

$$\left. + \Xi_{2,s+2}(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20},\ldots,\xi_{1,s-1},\xi_{2,s-1}) \right) - (a_{22} - i\ell\varphi) \times$$

$$\times \left(\sum_{k=1}^{2} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_k} \right)_0 \xi_{k,s+1} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \left(\frac{\partial^2 X_1}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \right)_0 (\xi_{\beta 1}\xi_{\alpha s} + \xi_{\alpha 1}\xi_{\beta s}) + \right.$$

$$\left.\left. + \Xi_{1,s+2}(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20},\ldots,\xi_{1,s-1},\xi_{2,s-1}) \right) \right] = 0, \quad \ell = \pm r. \qquad (24)$$

Функції $\eta_{j,s+1}$, $j = 1,2$, що містяться у виразах для $\xi_{j,s+1}$, подамо у вигляді

$$\eta_{j,s+1} = \eta_{j,s+1}^{(1)} + \eta_{j,s+1}^{(2)}, \qquad (25)$$

де $\eta_{j,s+1}^{(1)}$ – частковий розв'язок з класу B_m системи

$$\varphi \frac{d\xi_{j,s+1}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}\xi_{k,s+1} + \left(\left(\frac{\partial X_j}{\partial x_1} \right)_0 a_{12} - \left(\frac{\partial X_j}{\partial x_1} \right)_0 (ir\varphi + a_{11}) \right) \exp(-ir\theta) M_s +$$

$$+ \left(\left(\frac{\partial X_j}{\partial x_1} \right)_0 a_{12} + \left(\frac{\partial X_j}{\partial x_1} \right)_0 (ir\varphi - a_{11}) \right) \exp(ir\theta) N_s, \quad j = 1,2, \qquad (26)$$

а $\eta_{j,s+1}^{(2)}$ – частковий розв'язок з класу B_m системи

$$\varphi \frac{d\xi_{j,s+1}}{d\theta} = \sum_{k=1}^{2} a_{jk}\xi_{k,s+1} + \sum_{k=1}^{2} \left(\frac{\partial X_j}{\partial x_k} \right)_0 \eta_{ks} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \left(\frac{\partial^2 X_j}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \right)_0 (\xi_{\beta 1}\xi_{\alpha s} + \xi_{\alpha 1}\xi_{\beta s}) +$$

$$+ \Xi_{j,s+1}(t,\varepsilon,\theta,\xi_{10},\xi_{20},\ldots,\xi_{1,s-2},\xi_{2,s-2}), \qquad j = 1,2. \qquad (27)$$

Легко перевірити, що умови існування розв'язку з класу B_m системи (26) можна подати у вигляді

$$\frac{\partial P}{\partial M_0} M_s + \frac{\partial P}{\partial N_0} N_s = 0, \qquad \frac{\partial Q}{\partial M_0} M_s + \frac{\partial Q}{\partial N_0} N_s = 0,$$

і внаслідок умови (***iv***) леми ці рівності виконуються $\forall\, M_s, N_s$. Тому система (26) має частковий розв'язок з класу B_m, який з урахуванням (17)–(20) набуває вигляду

$$\eta_{j,s+1}^{(1)} = \frac{\partial \eta_{j1}}{\partial M_0} M_s + \frac{\partial \eta_{j1}}{\partial N_0} N_s, \qquad j = 1,2. \qquad (28)$$

Тепер, враховуючи вирази для P, Q, P_1, Q_1, а також рівності (22), (23), нескладно встановити, що умови (24) набувають вигляду

$$\frac{\partial P_1}{\partial M_0} M_s + \frac{\partial P_1}{\partial N_0} N_s = -U_{1s}, \qquad \frac{\partial Q_1}{\partial M_0} M_s + \frac{\partial Q_1}{\partial N_0} N_s = -U_{2s}, \tag{29}$$

де

$$U_{\ell s} = \Gamma_{(-1)^\ell r} \left\{ a_{12} \left[\sum_{k=1}^{2} \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_k} \right)_0 \eta^{(2)}_{k,s+1} + \left(\frac{\partial^2 X_2}{\partial x_1^2} \right)_0 (M_1 a_{12} \exp(-ir\theta)\eta_{1s} + \right.\right.$$

$$+ N_1 a_{12} \exp(ir\theta)\eta_{1s} + \eta_{11}\eta_s) + \left(\frac{\partial^2 X_2}{\partial x_2^2} \right)_0 (-M_1(ir\varphi + a_{11}) \times$$

$$\times \exp(-ir\theta)\eta_{2s} + N_1(ir\varphi - a_{11}) \exp(ir\theta)\eta_{2s} + \eta_{21}\eta_{2s}) +$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 X_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right)_0 (-M_1(ir\varphi + a_{11}) \exp(-ir\theta)\eta_{1s} + N_1(ir\varphi - a_{11}) \times$$

$$\times \exp(ir\theta)\eta_{1s} + \eta_{21}\eta_{1s} + M_1 a_{12} \exp(-ir\theta)\eta_{2s} +$$

$$+ N_1 a_{12} \exp(ir\theta)\eta_{2s} + \eta_{11}\eta_{2s}) +$$

$$\left. + \Xi_{2,s+2}(\xi_{10}, \xi_{20}, \ldots, \xi_{1,s-1}, \xi_{2,s-1}) \right] -$$

$$- (a_{22} - (-1)^\ell ir\varphi) \left[\sum_{k=1}^{2} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_k} \right)_0 \eta^{(2)}_{k,s+1} + \left(\frac{\partial^2 X_2}{\partial x_1^2} \right)_0 \times \right.$$

$$\times (M_1 a_{12} \exp(-ir\theta)\eta_{1s} + N_1 a_{12} \exp(ir\theta)\eta_{1s} + \eta_{11}\eta_s) +$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 X_1}{\partial x_2^2} \right)_0 (-M_1(ir\varphi + a_{11}) \exp(-ir\theta)\eta_{2s} + N_1(ir\varphi - a_{11}) \times$$

$$\times \exp(ir\theta)\eta_{2s} + \eta_{21}\eta_{2s}) + \left(\frac{\partial^2 X_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right)_0 (-M_1(ir\varphi + a_{11}) \times$$

$$\times \exp(-ir\theta)\eta_{1s} + N_1(ir\varphi - a_{11}) \exp(ir\theta)\eta_{1s} + \eta_{21}\eta_{1s} +$$

$$+ M_1 a_{12} \exp(-ir\theta)\eta_{2s} + N_1 a_{12} \exp(ir\theta)\eta_{2s} + \eta_{11}\eta_{2s}) +$$

$$\left.\left. + \Xi_{1,s+2}(\xi_{10}, \xi_{20}, \ldots, \xi_{1,s-1}, \xi_{2,s-1}) \right] \right\}.$$

З огляду на умови (***v***) леми система (29) має єдиний розв'язок

$$M_s(t, \varepsilon) = \frac{\Delta_{1s}(t, \varepsilon)}{\Delta(t, \varepsilon)}, \qquad N_s(t, \varepsilon) = \frac{\Delta_{2s}(t, \varepsilon)}{\Delta(t, \varepsilon)},$$

де $\Delta_{js}(t, \varepsilon)$, $j = 1, 2$, – визначники, які отримуються з $\Delta(t, \varepsilon)$ заміною в ньому j-го стовпця на $\operatorname{colon}(-U_{1s}, -U_{2s})$. Отже, функції $\eta^{(1)}_{j,s+1}$ є визначеними. З рівності (25) тоді випливає, що існує також і 2π-періодичний за θ розв'язок системи (27), оскільки $\eta_{j,s+1}$ – вже відомі 2π-періодичні функції θ.

Таким чином, всі функції $\xi_{j\ell}(t, \varepsilon, \theta)$, $j = 1, 2$, $\ell = 1, \ldots, 2q - 1$, є цілком визначеними. Внаслідок умови (***iii***) леми всі вони належать до класу B_m.

Отже, функції $\tilde{\xi}_j(t,\varepsilon,\theta,\mu)$, $j=1,2$, є також цілком визначеними і належать до класу B_m.

Здійснивши в системі (1) підстановку

$$x_j = \tilde{\xi}_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + y_j, \qquad j=1,2, \tag{30}$$

де y_1, y_2 – нові невідомі функції, отримаємо систему

$$\begin{aligned}\frac{dy_j}{dt} &= \sum_{k=1}^{2} a_{jk}(t,\varepsilon)y_k + \varepsilon g_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^{2q}c_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \\ &\quad + \sum_{k=1}^{2}\left(\sum_{\ell=1}^{q} b_{jk\ell}(t,\varepsilon,\theta)\mu^{\ell}\right)y_k + \mu^{q+1}\sum_{k=1}^{2} p_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu)y_k + \\ &\quad + \mu Y_j(t,\varepsilon,\theta,y_1,y_2,\mu), \quad j=1,2.\end{aligned} \tag{31}$$

Зведемо систему (31) до майже діагонального вигляду за допомогою перетворення

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{12}(t,\varepsilon)(\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2), \\ y_2 &= -ir\varphi(t,\varepsilon)(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) - a_{11}(t,\varepsilon)(\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2).\end{aligned} \tag{32}$$

Визначник цього перетворення дорівнює $2ir\varphi a_{12}$ і, таким чином, умова (***i***) леми забезпечує його невиродженість. Внаслідок перетворення замість (31) дістанемо систему

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{y}_j}{dt} &= (-1)^j ir\varphi(t,\varepsilon)\tilde{y}_j + \varepsilon\sum_{k=1}^{2}\tilde{\alpha}_{jk}(t,\varepsilon)\tilde{y}_k + \varepsilon\tilde{g}_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \\ &\quad + \mu^{2q}\tilde{c}_j(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \sum_{k=1}^{2}\left(\sum_{\ell=1}^{q}\tilde{b}_{jk\ell}(t,\varepsilon,\theta)\mu^{\ell}\right)\tilde{y}_k + \\ &\quad + \mu^{q+1}\sum_{k=1}^{2}\tilde{p}_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu)\tilde{y}_k + \mu\tilde{Y}_j(t,\varepsilon,\theta,\tilde{y}_1,\tilde{y}_2,\mu), \quad j=1,2.\end{aligned} \tag{33}$$

У роботі [9] доведено, що систему вигляду (33) за допомогою невиродженого перетворення з коефіцієнтами з класу B_m при достатньо малих значеннях параметра μ можна звести до вигляду (8). Лему доведено. ♦

Введемо матрицю

$$H(t,\varepsilon,\mu) = \sum_{\ell=0}^{q-1} H_\ell(t,\varepsilon)\mu^\ell,$$

де $H_\ell(t,\varepsilon) = (h_{jk\ell}(t,\varepsilon))_{j,k=1,2}$ ($h_{jk\ell}(t,\varepsilon)$ означено в твердженні леми).

Основні результати.

Теорема. *Нехай система* (1) *така, що*:

(***i***) *виконано всі умови леми;*

(***ii***) *для матриці* $H(t,\varepsilon,\mu)$ *існує матриця* $U(t,\varepsilon,\mu)$, *елементи якої належать до класу* S_m *і яка задовольняє умови:*

а) $\exists\,\mu^* \in \mathbb{R}^+$ *таке, що* $\inf\limits_{]0,\mu^*]}\inf\limits_{G}\left|\det U(t,\varepsilon,\mu)\right| = u_0(\mu^*) > 0$,

б) $U^{-1}HU = \Lambda_1(t,\varepsilon,\mu)$ – *діагональна матриця,*

в) $\exists\, q_0 \in \mathbb{N}$, $1 \le q_0 \le q$, *і* $\exists\,\gamma_0 > 0$ *такі, що* $\inf\limits_{G}\left|\operatorname{Re}\lambda_j(t,\varepsilon,\mu)\right| \ge \gamma_0\mu^{q_0-1}$, $j=1,2$, *де* λ_1, λ_2 – *власні значення матриці* H.

Тоді для достатньо малих значень μ *і* ε/μ^{2q_0-1} *система* (1) *має частковий розв'язок з класу* B_{m-1}.

Д о в е д е н н я. На підставі доведеної леми зведемо систему (1) до вигляду (8) і в отриманій системі здійснимо підстановку

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \frac{\varepsilon + \mu^{2q}}{\mu^{q_0}} U(t, \varepsilon, \mu) \begin{pmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 \end{pmatrix}, \tag{34}$$

де $\tilde{z}_1$, $\tilde{z}_2$ – нові невідомі функції. Отримаємо таку систему:

$$\frac{d\tilde{z}_j}{dt} = \mu\lambda_j(t, \varepsilon, \mu)\tilde{z}_j + \frac{\varepsilon\mu^{q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{c}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \frac{\mu^{2q+q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{r}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) +$$

$$+ \varepsilon \sum_{k=1}^{2} \tilde{\beta}_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu)\tilde{z}_k + \mu^{q+1} \sum_{k=1}^{2} \tilde{p}_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu)\tilde{z}_k +$$

$$+ \frac{\varepsilon + \mu^{2q}}{\mu^{q_0 - 1}} \tilde{Z}_j(t, \varepsilon, \theta, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \mu), \qquad j = 1, 2. \tag{35}$$

Всі коефіцієнти цієї системи належать до класу B_{m-1}.

Поряд з системою (35) розглянемо відповідну лінійну неоднорідну та діагональну систему

$$\frac{d\tilde{z}_{j0}}{dt} = \mu\lambda_j(t, \varepsilon, \mu)\tilde{z}_{j0} + \frac{\varepsilon\mu^{q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{c}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) +$$

$$+ \frac{\mu^{2q+q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{r}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu), \qquad j = 1, 2. \tag{36}$$

З огляду на умову ***в***) з пункту (***ii***) теореми на підставі результатів робіт [1, 2] випливає, що система (36) має єдиний частковий розв'язок $\tilde{z}_{j0}(t, \varepsilon, \theta, \mu)$, $j = 1, 2$, з класу B_{m-1}, причому $\exists K \in (0, +\infty)$ таке, що

$$\sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{z}_{j0} \right\|_{B_{m-1}} \le \frac{K}{\gamma\mu^{q_0}} \left(\frac{\varepsilon\mu^{q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{c}_j \right\|_{B_{m-1}} + \frac{\mu^{2q+q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{r}_j \right\|_{B_{m-1}} \right) <$$

$$< \frac{K}{\gamma} \left(\sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{c}_j \right\|_{B_{m-1}} + \sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{r}_j \right\|_{B_{m-1}} \right).$$

Розв'язок системи (35) з класу B_{m-1} шукатимемо методом послідовних наближень, вибираючи за початковий $\tilde{z}_{j0}(t, \varepsilon, \theta, \mu)$, $j = 1, 2$, а подальші визначаючи як розв'язки з класу B_{m-1} лінійних неоднорідних систем

$$\frac{d\tilde{z}_{j,s+1}}{dt} = \mu\lambda_j(t, \varepsilon, \mu)\tilde{z}_{j,s+1} + \frac{\varepsilon\mu^{q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{c}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \frac{\mu^{2q+q_0}}{\varepsilon + \mu^{2q}} \tilde{r}_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) +$$

$$+ \varepsilon \sum_{k=1}^{2} \tilde{\beta}_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu)\tilde{z}_{ks} + \mu^{q+1} \sum_{k=1}^{2} \tilde{p}_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu)\tilde{z}_{ks} +$$

$$+ \frac{\varepsilon + \mu^{2q}}{\mu^{q_0 - 1}} \tilde{Z}_j(t, \varepsilon, \theta, \tilde{z}_{1s}, \tilde{z}_{2s}, \mu), \qquad j = 1, 2, \quad s = 0, 1, 2, \ldots. \tag{37}$$

Означимо множину

$$\Omega = \left\{ \tilde{z}_1, \tilde{z}_2 \in B_{m-1} : \sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{z}_j - \tilde{z}_{j0} \right\| \le d \right\}.$$

Позначимо

$$\mathcal{B} = \max_{j,k} \left\| \tilde{\beta}_{jk} \right\|_{B_{m-1}}, \qquad \mathcal{P} = \max_{j,k} \left\| \tilde{p}_{jk} \right\|_{B_{m-1}},$$

$$\mathcal{M}(d) = \sum_{j=1}^{2} \sup_{z_1, z_2 \in \Omega} \left\| \tilde{Z}_j(t, \varepsilon, \theta, z_1, z_2, \mu) \right\|_{B_{m-1}}.$$

Внаслідок умови (***i***) теореми та умови (***iii***) доведеної вище леми існує $L(d) \in (0, +\infty)$ таке, що $\forall (\bar{z}_1, \bar{z}_2)$, $(\bar{\bar{z}}_1, \bar{\bar{z}}_2) \in \Omega$ виконується

$$\sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{Z}_j(t, \varepsilon, \theta, \bar{z}_1, \bar{z}_2, \mu) - \tilde{Z}_j(t, \varepsilon, \theta, \bar{\bar{z}}_1, \bar{\bar{z}}_2, \mu) \right\|_{B_{m-1}} \le L(d) \sum_{j=1}^{2} \left\| \bar{z}_j - \bar{\bar{z}}_j \right\|_{B_{m-1}}.$$

Легко показати, що при виконанні нерівності

$$\frac{K}{\gamma \mu^{q_0}} \left(2^m (\mathcal{B}\varepsilon + \mathcal{P}\mu^{q+1}) \left(d + \sum_{j=1}^{2} \left\| \tilde{z}_{j0} \right\|_{B_{m-1}} \right) + \frac{\varepsilon + \mu^{2q}}{\mu^{q_0 - 1}} \mathcal{M}(d) \right) \le d_0 < d \qquad (38)$$

всі наближення $\tilde{z}_{js}$, $j = 1, 2$, $s = 0, 1, 2, \ldots$, залишаються всередині множини Ω. А при виконанні нерівності

$$\frac{K}{\gamma \mu^{q_0}} \left(2^m (\mathcal{B}\varepsilon + \mathcal{P}\mu^{q+1}) + \frac{\varepsilon + \mu^{2q}}{\mu^{q_0 - 1}} L(d) \right) < 1 \qquad (39)$$

процес (37) збігається за нормою $\| \cdot \|_{B_{m-1}}$ до розв'язку з класу B_{m-1} системи (35). Нерівності (38), (39) виконуються для достатньо малих μ, ε/μ^{q_0}, $\varepsilon/\mu^{2q_0 - 1}$. Оскільки $0 < \mu < 1$, то $\varepsilon/\mu^{q_0} \le \varepsilon/\mu^{2q_0 - 1}$, отже, достатньо вимагати лише малості відношення $\varepsilon/\mu^{2q_0 - 1}$.

Звідси на підставі доведеної леми і підстановки (34) отримуємо твердження теореми. ♦

Висновки. Таким чином, знайдено умови, при яких квазілінійна диференціальна система (1) має частковий розв'язок, компоненти якого зображуються у вигляді абсолютно та рівномірно збіжних рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами та частотою, при наявності резонансних співвідношень між власною частотою системи і частотою зовнішньої сили в особливому випадку, який не охоплювався попередніми результатами.

1. *Костин А. В., Щёголев С. А.* О решениях квазилинейной дифференциальной системы второго порядка, представимых рядами Фурье, содержащими медленно меняющиеся параметры // Укр. мат. журн. – 1998. – **50**, № 5. – С. 654–664.
   Те саме: *Kostin A. V., Shchegolev S. A.* On solutions of a second-order quasilinear differential system representable by Fourier series with slowly varying parameters // Ukr. Math. J. – 1998. – **50**, No. 5. – P. 741–753.
2. *Костин А. В., Щёголев С. А.* Об устойчивости колебаний, представимых рядами Фурье с медленно меняющимися параметрами // Дифференц. уравнения. – 2008. – **44**, № 1. – С. 45–51.
   Те саме: *Kostin A. V., Shchegolev S. A.* On the stability of oscillations representable by Fourier series with slowly varying parameters // Different. Equat. – 2008. – **44**, No. 1. – P. 47–53.
3. *Малкин И. Г.* Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. – Москва: Гостехиздат, 1956. – 491 с.
4. *Митропольский Ю. А.* Нелинейная механика. Асимптотические методы. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1995. – 397 с.
5. *Самойленко А. М.* Инвариантные тороидальные многообразия систем с медленно меняющимися переменными // Проблемы асимптотической теории нелинейных колебаний. – Киев, Наук. думка, 1977. – С. 181–191.

6. *Самойленко А. М., Петришин Р. І.* Математичні аспекти теорії нелінійних коливань. – Київ: Наук. думка, 2004. – 474 с.
7. *Старжинский В. М.* Прикладные методы нелинейных колебаний. – Москва: Наука, 1977. – 256 с.
8. *Фещенко С. Ф., Шкиль Н. И., Николенко Л. Д.* Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1966. – 251 с.
9. *Щоголев С. А.* Про деякі резонансні випадки в квазілінійних диференціальних системах із повільно змінними параметрами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2010. – **53,** № 3. – С. 85–92.

   Те саме: *Shchogolev S. A.* On some resonance cases in quasilinear differential systems with slowly varying parameters // J. Math. Sci. – 2012. – **180**, No. 1. – P. 81–90.
10. *Щоголев С. А.* Про коливання у квазілінійних диференціальних системах з блочно-діагональною матрицею коефіцієнтів лінійної частини // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – **50,** № 4. – С. 31–37.
11. *Grozdanovski T., Shepherd J., Stacey A.* Multi-scaling analysis of a logistic model with slowly varying coefficients // Appl. Math. Letters. – 2009. – **22**, No. 7. – P. 1091–1095.
12. *Pötzsche C.* Exponential dichotomies of linear dynamic equations on measure chains under slowly varying coefficients // J. Math. Anal. Appl. – 2004. – **289**, No. 1. – P. 317–335.
13. *Shafiei M. H., Yazdanpanah M. J.* Stabilization of nonlinear systems with a slowly varying parameter by a control Lyapunov function // ISA Transactions. – 2010. – **49**, No. 2. – P. 215–221.

ОБ ОДНОМ ОСОБОМ СЛУЧАЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ, ПРЕДСТАВИМЫХ РЯДАМИ ФУРЬЕ С МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Для квазилинейной дифференциальной системы второго порядка, коэффициенты которой имеют вид рядов Фурье с медленно меняющимися коэффициентами и частотой, получены условия существования частного решения аналогичной структуры в одном особом случае.

ON A SPECIAL CASE OF EXISTENCE OF QUASILINEAR DIFFERENTIAL SYSTEMS SOLUTIONS REPRESENTED BY FOURIER-SERIES WITH SLOWLY VARYING PARAMETERS

For a quasilinear second order differential system whose coefficients are represented as Fourier series with slowly varying coefficients and frequency, the conditions of existence of the particular solution of analogous structure are obtained in one special case.

Одеськ. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, Одеса
Одержано
08.12.11