УДК 539.3

С. В. Панін[1], Р. М. Мартиняк[2], Р. М. Швець[2], О. І. Яцків[2], Б. Я. Бобик[2]

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЦИЛІНДРА ЗІ ЗМІННИМИ ТЕПЛОФІЗИЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ ПРИПОВЕРХНЕВОГО ШАРУ ЗА НАГРІВУ ОБ'ЄМНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА

Побудовано структуру розв'язку задачі термопружності для довгого циліндра з тонким приповерхневим шаром, зведені параметри тепловіддачі та теплоємності якого змінюються в часі, за нагріву розподіленими по об'єму джерелами тепла змінної в часі інтенсивності та охолодження навколишнім середовищем. На температуру поверхні циліндра, що входить в структуру розв'язку, отримано інтегро-диференціальне рівняння з інтегральним оператором типу Вольтерра зі змінними коефіцієнтами, для розв'язання якого адаптовано схему методу сплайн-апроксимацій. Проаналізовано розподіл температури та напружень в часі на поверхні циліндра та на різних його глибинах залежно від заданих законів зміни інтенсивності джерел тепла і зведених теплофізичних параметрів приповерхневого шару. Розглянуто можливість підбирання таких змінних теплофізичних параметрів, які би частково компенсували дію залежних від часу джерел тепла.

Вступ. Відомо, що приповерхневі шари реальних тіл мають неоднакові з основним матеріалом фізико-механічні властивості [33]. Крім того, часто цілеспрямовано змінюють поверхневі властивості елементів конструкцій, деталей машин чи механізмів або наносять покриття на них [1, 2, 9, 33, 47]. У процесі теплообміну тіл з навколишнім середовищем визначальними параметрами вважаються тепловіддача та теплоємність приповерхневого шару [3, 11, 30, 41]. Ці параметри можуть змінюватися в часі внаслідок утворення окалини чи оксидних плівок, мікророзтріскування поверхні, заповнення газом або рідиною поверхневих мікропор і мікронерівностей, забруднення поверхні та інших факторів [33, 38, 45]. Тому актуальною є проблема адекватного урахування змінних властивостей приповерхневої неоднорідності тіл для аналізу і прогнозування їх фізико-механічної поведінки.

Вплив різноманітних фізичних полів часто спричинює об'ємний нагрів тіла, що, в свою чергу, впливає на його напружено-деформований стан. Як приклади можна навести, зокрема, нагрів високочастотним електромагнітним полем, радіоактивним опроміненням, перетворення частини енергії деформування в тепло під час циклічного механічного навантаження тощо [5]. Схожу теплову дію можуть мати хімічні реакції, що відбуваються всередині тіла, процеси цементації й багато інших. Під час дослідження фізико-механічної поведінки тіл, які зазнають впливу зазначених чинників, їх дію моделюють за допомогою об'ємних джерел тепла [10, 11].

Урахування неоднорідності приповерхневої структури тіл, зміни в часі теплофізичних властивостей їх приповерхневих шарів та інтенсивності джерел тепла вимагає постановки відповідних задач термопружності і розробки методів їх розв'язання.

Дослідженню процесу теплопровідності та термонапруженого стану в тілах з тонкими приповерхневими шарами чи покриттями зі сталими теплофізичними параметрами присвячено чимало праць [2, 11, 29–31, 37, 38, 41, 47]. Ширший огляд таких досліджень наведено в [9, 37, 38]. Для більшості з них характерним є моделювання тонких приповерхневих шарів за допомогою тонкостінних елементів (пластинок, оболонок) [28]. Набув поширення підхід, згідно з яким вплив тонких шарів на фізико-механічну поведінку тіла задають за допомогою некласичних узагальнених нестаціонарних граничних умов крайової задачі, які, зокрема, містять похідну за часом [23, 24, 29, 30, 38]. Це дозволяє розглядати задачу теплопровідності для однорідного тіла, але з ускладненими граничними умовами. Для розв'язування задач переносу тепла чи речовини з такими умовами переважно використовували операційний метод Лапласа. Через громіздкість виразів, які отримували, а також ускладнення при переході до оригіналів розв'язки часто розглядали при малих і великих значеннях часу. Тому було розвинуто метод власних функцій побудови аналітичних розв'язків задач з узагальненими нестаціонарними граничними умовами, оснований на формулюванні співвідношень узагальненої ортогональності для відповідної задачі Штурма – Ліувілля [34, 40]. Одночасно з цим було запропоновано метод зведення крайових задач з ускладненими граничними умовами до інтегро-диференціальних рівнянь з інтегральними операторами типу Вольтерра [35, 41]. Огляд досліджень, в яких використовували узагальнені граничні умови, що враховують вплив приповерхневих шарів і міжконтактних прошарків на фізико-механічну поведінку тіл, а також інших випадків задання умов такого типу з похідною за часом в них і способів їх виведення, зроблено в працях [37, 38, 42].

Крім розвитку традиційних «макроскопічних» підходів до моделювання і вивчення фізико-механічної поведінки тонких приповерхневих шарів і покрить та їх взаємодії з основою, також розвивають напрямки, які базуються на «мікроскопічних» описах явищ і поведінки систем з урахуванням багаторівневого характеру процесів деформування та руйнування [15, 16, 25]. Галузь механіки, в якій деформівне тіло розглядається як багаторівнева система, в якій поверхневі шари і внутрішні межі розділу є самостійними підсистемами з різним масштабом, своєю криволінійною геометрією і властивостями, а фізико-механічні процеси є самоузгодженими на мікро-, мезо- і макрорівнях, отримала назву мезомеханіки. Цей підхід дає змогу враховувати, зокрема, наноструктурування приповерхневих шарів тіл, описувати складні процеси деформування, втрату стійкості, виникнення тріщин і руйнування покрить, виробити рекомендації з підвищення втомної міцності матеріалів [15, 16, 25]. Для дослідження зародження і розвитку деформаційних процесів в наноструктурованих покриттях (з урахуванням текстури поверхні, її кристалічної структури, адгезії до підкладки) розроблено схему методу збуджувальних кліткових автоматів [15, 16, 25], на основі якого вивчено еволюцію формування кліткової мезоструктури (подібний до шахової дошки порядок розподілу напружень і деформацій) під час деформування спряження покриття–підкладка [15, 16, 25].

У працях [12, 13, 18, 20] вивчали стаціонарні температурні поля і напруження в кусково-однорідних структурах зі змінним уздовж поверхонь розмежування контактним термоопором, яким змодельовано неоднорідні міжфазні прошарки. Досліджено [7, 17, 19, 21, 22, 45] термопружну взаємодію тіл, контактний термоопір між якими змінюється у процесі навантаження внаслідок зміни висоти міжконтактних зазорів, заповнених теплопровідною речовиною, або перерозподілу контактного тиску на ділянках з шорсткими поверхнями.

У більшості публікацій, присвячених дослідженню теплопровідності в тілах зі змінним в часі параметром тепловіддачі з поверхні тіла, розглядали однорідні тіла. Але навіть у цьому випадку наявність в граничній умові задачі залежного від часу коефіцієнта ускладнює знаходження розв'язку через труднощі у забезпеченні одночасного задоволення такої умови й рівняння і унеможливлює пряме використання традиційних аналітичних методів. Тому часто застосовували числові методи, розробляли різноманітні наближені аналітичні та аналітично-числові підходи до розв'язання таких задач. Детальний огляд таких підходів зроблено в статті [42]. Тут лише відмітимо чи не першу працю [32] для задачі зі змінним в часі коефіцієнтом тепловіддачі, для розв'язання якої використовували числовий метод скінченних різниць і з якою порівнювали свої результати більшість розробників наближених аналітичних та аналітично-числових підходів, монографію [26], яка стала класичною, а також працю [44], що є логічним підсумком тривалого періоду розвитку наближених підходів, в якій з використанням перетворення задачі, основаного на застосуванні до крайових задач сучасних результатів теорії груп Лі, отримано аналітичний розв'язок задачі про нагрів однорідної плити.

Термопружність тіл з приповерхневими шарами, теплофізичні параметри яких змінюються в часі, досліджено недостатньо. Серед нечисленних публікацій наведемо працю [3], в якій розглядається задача про нагрів півпростору з термічно тонким покриттям, коефіцієнт теплопровідності якого кусково-сталий в часі, а коефіцієнт теплоємності − сталий. При постановці задачі використовували узагальнені граничні умови з похідною за часом від температури, а для розв'язання задачі організовували послідовні наближення шуканої температури в області зображень за Лапласом.

Одночасно залежними від часу обидва визначальних теплофізичних параметри приповерхневого шару в довгому циліндрі − зведені коефіцієнти тепловіддачі і теплоємності, приймали в праці [42]. Для відшукання температури в циліндрі зі змінними межовими параметрами було поширено підхід, розроблений для випадку тіл з приповерхневими та межовими тонкими неоднорідностями, теплофізичні властивості яких є сталими [41]. Вихідну задачу зводили до інтегро-диференціального рівняння з інтегральним оператором типу Вольтерра зі змінними коефіцієнтами, яке розв'язували за допомогою сплайн-апроксимацій розв'язку.

Задачі нагріву однорідних тіл об'ємними джерелами тепла стали класичними [6, 8, 14]. Важливі результати досліджень нагріву неоднорідних тіл різноманітними джерелами тепла наведено в монографії [10] та частково − в [27]. Деякі випадки дослідження розподілу температури і напружень у тонкостінних елементах при їх нагріві джерелами тепла сталої інтенсивності зі змінним в часі коефіцієнтом тепловіддачі з поверхні розглянуто в [26]. Розподіл температурних напружень у пластинці з покриттями, яка нагрівається джерелами тепла, отримано в [11].

Об'ємні джерела тепла використовувались в [5] для моделювання нагріву складених елементів конструкцій фізичними полями різноманітної природи, зокрема досліджено температурні поля в металевих трубах у процесі їх зварювання високочастотним електромагнітним полем. У праці [2] з використанням моделі «зосередженої ємності» отримано аналітичний розв'язок задачі про нагрів нескінченного тіла високотемпературним заповнювачем сферичної порожнини, на стінки якої нанесено тонке термоактивне (теплопоглинальне) покриття зі сталими параметрами тепловіддачі та теплоємності. На основі отриманого розв'язку досліджено можливість керованого впливу на процес формування температурного поля в тілі за допомогою зміни інтенсивності поглинання тепла покриттям.

Дослідження нагріву об'ємними джерелами змінної в часі інтенсивності тіл з приповерхневими шарами із залежними від часу теплофізичними властивостями нам невідомі. У цій статті на прикладі довгого циліндра, який є однією з найпоширеніших складових частин елементів конструкцій, проаналізуємо вплив на термонапружений стан тіла змінних у часі і об'ємних джерел тепла, і теплофізичних параметрів приповерхневого шару.

1. Постановка задачі теплопровідності. Розглянемо довгий суцільний ізотропний циліндр радіуса r_1, тонкий приповерхневий шар якого має неоднакові з основним матеріалом змінні в часі теплофізичні властивості. Рівномірно нагрітий до початкової температури T_0, циліндр починає нагріватись рівномірно розподіленими по об'єму джерелами тепла змінної в часі інтенсивності $q(\tau)$ і охолоджуватись середовищем сталої температури T_C. Запишемо в циліндричній системі координат рівняння нестаціонарної теплопровідності за наявності в циліндрі об'ємних джерел тепла [6]:

$$\Delta T(r,\tau) = \alpha^2 \frac{\partial T(r,\tau)}{\partial \tau} + \frac{1}{\lambda} q(\tau), \qquad 0 \le r < r_1, \tag{1}$$

де $T(r,\tau)$ – температура циліндра; λ – коефіцієнт теплопровідності циліндра; $\alpha^2 = \lambda^{-1}c$ – параметр, обернений до коефіцієнта температуропровідності циліндра, c – коефіцієнт теплоємності циліндра; $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}$ – оператор Лапласа в циліндричній системі координат.

Теплообмін циліндра з середовищем через тонкий приповерхневий шар задаємо за допомогою узагальненої некласичної граничної умови [30, 41]:

$$\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r} + B(\tau)[T(r,\tau) - T_C] + H(\tau)\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0, \qquad r = r_1. \tag{2}$$

Тут $B(\tau)$ та $H(\tau)$ – змінні в часі зведені параметри тепловіддачі та теплоємності приповерхневого шару:

$$B(\tau) = \frac{\eta_{sl}(\tau)}{\lambda(1 + h^{-1}\eta_{sl}(\tau))},$$

$$H(\tau) = \frac{c^*_{sl}(\tau)(1 + (2h)^{-1}\eta_{sl}(\tau))}{\lambda(1 + h^{-1}\eta_{sl}(\tau))},$$

$h = (2\delta)^{-1}\lambda_{sl}$; $c^*_{sl}(\tau) = 2\delta c_{sl}(\tau)$; $\eta_{sl}(\tau)$, $c_{sl}(\tau)$ – змінні в часі відповідно коефіцієнт тепловіддачі з поверхні шару та його теплоємність, λ_{sl} – коефіцієнт теплопровідності шару, 2δ – товщина шару, T_C – температура середовища. Умова (2) містить похідну за часом від температури на межі циліндра і тому є нестаціонарною. Вона дозволяє враховувати кінетику процесу теплопровідності на поверхні тіла з тонкою приповерхневою неоднорідністю.

Записуємо початкову умову задачі

$$T(r,\tau) = T_0, \qquad \tau = 0. \tag{3}$$

На осі циліндра виконуватимуться фізичні умови обмеженості температури і відсутності теплового потоку:

$$T(r,\tau) < \infty, \qquad \frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r} = 0, \qquad r = 0. \tag{4}$$

2. Побудова розв'язку задачі теплопровідності. Застосовуючи розвинуту раніше для випадку змінних коефіцієнтів методику розв'язування задач з некласичними нестаціонарними умовами [42], розділимо граничну умову (2) за допомогою межової зв'язувальної функції $\Phi(\tau)$ на класичну умову

$$T(r,\tau) = \Phi(\tau), \qquad r = r_1, \tag{5}$$

і некласичну нестаціонарну умову

$$\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r} + H(\tau)\frac{\partial T}{\partial \tau} = B(\tau)(T_C - \Phi(\tau)), \qquad r = r_1. \tag{6}$$

Тут зв'язувальна функція $\Phi(\tau)$ є температурою поверхні циліндра, однак її можна було вибрати і як комбінацію поверхневої температури та потоку тепла через поверхню [35, 36].

Задача (1), (3)–(5) є класичною задачею із крайовою умовою першого роду. Запишемо її розв'язок у вигляді розвинення у ряд Фур'є за власними функціями [6, 14]:

$$T(r,\tau) = \frac{r^2}{r_1^2}\Phi(\tau) + \frac{2}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\alpha\mu_n r)}{\alpha\mu_n J_1(\alpha\mu_n r_1)}E_n(\tau). \tag{7}$$

Тут

$$E_n(\tau) = T_0 e^{-\mu_n^2 \tau} - \left(1 - \frac{4}{(\alpha\mu_n r_1)^2}\right)\Phi(\tau) + \mu_n^2 \int_0^\tau \Phi(t) e^{-\mu_n^2(\tau - t)}\, dt +$$

$$+ \frac{\mu_n}{\alpha r_1 J_1(\alpha\mu_n r_1)} \int_0^\tau W(t) e^{-\mu_n^2(\tau - t)}\, dt ,$$

μ_n – нулі функції Бесселя $J_0(\mu)$.

Підставивши вираз (7) в невикористану некласичну умову (6), отримаємо для визначення невідомої функції $\Phi(\tau)$ інтегро-диференціальне рівняння з інтегральним оператором типу Вольтерра зі змінними коефіцієнтами:

$$H(\tau)\frac{\partial\Phi(\tau)}{\partial\tau} + \left[\frac{2}{r_1} + B(\tau)\right]\Phi(\tau) - \frac{2}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty} E_n(\tau) = B(\tau) T_C . \qquad (8)$$

Знайшовши з цього рівняння функцію $\Phi(\tau)$ і підставивши її у подання (7), отримуємо розв'язок вихідної задачі теплопровідності, який задовольняє нестаціонарну граничну умову (6) зі змінними в часі зведеними коефіцієнтами тепловіддачі приповерхневого шару та теплоємності.

Інтегро-диференціальне рівняння (8) розв'язуємо числово, апроксимуючи $\Phi(\tau)$ на рівних часових проміжках кубічними сплайнами:

$$s_i(\tau) = \sum_{j=1}^{3} a_{ij}(\tau - \tau_{i-1})^j, \qquad \tau \in [\tau_{i-1}, \tau_i], \qquad i = 1, \ldots, N .$$

Для визначення коефіцієнтів сплайнів a_{ij} записуємо рівняння (8) у вузлових точках (кінцях часових проміжків) для апроксимованої $\Phi(\tau)$, а також умови сумісності і гладкості сплайнів [4]:

$$s_i(\tau_i) = \Phi(\tau_i), \qquad i = 0, \ldots, N ,$$

$$s_i(\tau_i) = s_{i+1}(\tau_i), \qquad i = 1, \ldots, N-1 ,$$

$$s_i'(\tau_i) = s_{i+1}'(\tau_i), \qquad i = 1, \ldots, N-1 ,$$

$$s_i''(\tau_i) = s_{i+1}''(\tau_i), \qquad i = 1, \ldots, N-1 ,$$

$$s_1''(\tau_0) = s_N''(\tau_N) = 0 .$$

В матриці отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) переважають діагональні елементи, що забезпечує необхідну точність і стійкість розв'язку. Розв'язуємо СЛАР методом Ґаусса.

3. Визначення термонапруженого стану. Знайдемо напруження в циліндрі, спричинені нерівномірним розподілом температури. Для цього запишемо рівняння рівноваги в переміщеннях [8]:

$$\Delta\bar{u} + (1 - 2\nu)^{-1}\,\mathrm{grad\,div}\,\bar{u} = 2(1 + \nu)(1 - 2\nu)^{-1}\alpha_T\,\mathrm{grad}\,T, \quad r \in [0, r_1] . \qquad (9)$$

Тут $\bar{u}$ – вектор переміщень в циліндрі; ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу циліндра; α_T – коефіцієнт його лінійного температурного розширення.

Впливом тонкого приповерхневого шару, як механічного об'єкта, на напружений стан циліндра нехтуємо. Вважаємо, що поверхня циліндра вільна від навантаження:

$$\sigma_{rr} = 0, \qquad r = r_1 . \qquad (10)$$

У випадку осесиметричної задачі колові переміщення $u_\theta = 0$. Запишемо решту розв'язків рівнянь рівноваги (9) у вигляді подання Папковича – Нойбера [8]

$$u_r = \Lambda_r + \frac{1}{4(1-\nu)}\frac{\partial}{\partial r}(\Lambda - r\Lambda_r - z\Lambda_z),$$

$$u_z = \Lambda_z + \frac{1}{4(1-\nu)}\frac{\partial}{\partial z}(\Lambda - r\Lambda_r - z\Lambda_z), \tag{11}$$

де $\Lambda_z(z,\tau) = K_1(\tau)z$, $\Lambda_r(r,\tau) = K_2(\tau)r$, а складова $\Lambda(r,\tau)$ цього подання є довільним частковим розв'язком рівняння

$$\Delta\Lambda(r,\tau) = 4(1+\nu)\alpha_T T(r,\tau). \tag{12}$$

Довільні функції часу $K_1(\tau)$ і $K_2(\tau)$ визначатимемо з умови (9) та умови рівноваги поперечного перерізу циліндра:

$$\int_0^{r_1} r\sigma_{zz}\,dr = 0. \tag{13}$$

Для цього запишемо вирази для напружень в тілі, використавши співвідношення Дюгамеля − Неймана [8]:

$$\sigma_{rr} = \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\nu}{r}u_r + \nu\frac{\partial u_z}{\partial z} - (1+\nu)\alpha_T T(r,\tau)\right],$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2G}{1-2\nu}\left[\frac{1-\nu}{r}u_r + \nu\frac{\partial u_r}{\partial r} + \nu\frac{\partial u_z}{\partial z} - (1+\nu)\alpha_T T(r,\tau)\right],$$

$$\sigma_{zz} = \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu}{r}u_r + \nu\frac{\partial u_r}{\partial r} - (1+\nu)\alpha_T T(r,\tau)\right], \tag{14}$$

G − модуль зсуву.

Вибравши, зокрема, частковий розв'язок рівняння (12) у вигляді

$$\Lambda(r,\tau) = 4(1+\nu)\alpha_T\left[\frac{r^4}{16r_1^2}\Phi(\tau) + \frac{2}{r_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\alpha\mu_n r)}{(\alpha\mu_n)^3 J_1(\alpha\mu_n r_1)}E_n(\tau)\right], \tag{15}$$

підставляємо вираз для температури (7) і подання для переміщень (11) у співвідношення для напружень (14). Задовольняючи умови (10) і (13), визначаємо $K_1(\tau)$ і $K_2(\tau)$ через $\Lambda(r,\tau)$:

$$K_1(\tau) = \frac{1}{G}\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}\right)\frac{1}{r_1}\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=r_1},$$

$$K_2(\tau) = \frac{1}{2G}\left(\frac{1-3\nu}{1+\nu}\right)\frac{1}{r_1}\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=r_1}.$$

Відповідно напруження теж подамо через функцію $\Lambda(r,\tau)$:

$$\sigma_{rr} = \frac{2G}{4(1-\nu)}\left[-\frac{1}{r}\frac{\partial\Lambda}{\partial r} + \frac{1}{r_1}\frac{\partial\Lambda}{\partial r}\Big|_{r=r_1}\right],$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2G}{4(1-\nu)}\left[-\frac{\partial^2\Lambda}{\partial r^2} + \frac{1}{r_1}\frac{\partial\Lambda}{\partial r}\Big|_{r=r_1}\right],$$

$$\sigma_{zz} = \frac{2G}{4(1-\nu)}\left[-\frac{\partial^2\Lambda}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\Lambda}{\partial r} + \frac{2}{r_1}\frac{\partial\Lambda}{\partial r}\Big|_{r=r_1}\right]. \tag{16}$$

З урахуванням (15) вирази (16) дають розподіл напружень в циліндрі, що нагрівається рівномірно розподіленими за об'ємом джерелами тепла змінної в часі інтенсивності та охолоджується середовищем сталої температури, тонкий приповерхневий шар якого має залежні від часу теплофізичні властивості.

4. Аналіз числових результатів. Термонапружений стан циліндра досліджено для різних законів зміни в часі як інтенсивності джерел тепла, так і зведених теплофізичних параметрів приповерхневого шару. Обчислення проведено для таких безрозмірних величин:

$$\tilde{T}(\rho, \tilde{\tau}) = T(r, \tau)\frac{1}{T_0}, \qquad \tilde{\sigma}(\rho, \tilde{\tau}) = \sigma(r, \tau)\frac{1}{2G\alpha_T\left(\dfrac{1+\nu}{1-\nu}\right)T_0},$$

$$\tilde{W}(\tilde{\tau}) = W(\tau)\frac{r_1^2}{T_0}, \qquad \tilde{B}(\tilde{\tau}) = r_1 B(\tau), \qquad \tilde{H}(\tilde{\tau}) = \frac{\lambda}{c r_1} H(\tau),$$

$$\rho = \frac{r}{r_1}, \qquad \tilde{\tau} = \frac{\tau}{\alpha^2 r_1^{\,2}}.$$

Для спрощення записів на рисунках і в тексті символ «тильда» в безрозмірних величинах надалі опускаємо. На рис. 1 і рис. 2 проілюстровано залежність від часу безрозмірних температури T і колових напружень $\sigma_{\theta\theta}$ на поверхні циліндра $\rho = 1$ у випадку рівності нулеві теплоємності приповерхневого шару $(H = 0)$ для сталого зведеного коефіцієнта тепловіддачі з поверхні $(B = 2)$ при заданні різних законів зміни в часі інтенсивності джерел тепла: нульової інтенсивності $(W = 0)$, сталої інтенсивності $(W = 1)$, лінійно зростаючої в часі інтенсивності $(W = \tau)$, спадної за експоненційним законом $(W = e^{-\tau})$. Бачимо, що інтенсивність джерел тепла для сталих теплофізичних параметрів має визначальний вплив на температуру поверхні. Коли джерела відсутні $(W = 0)$, відбувається охолодження циліндра навколишнім середовищем. Наявність джерел, інтенсивність яких загасає з часом, сповільнює охолодження поверхні. Якщо інтенсивність джерел зростає в часі, то після деякого періоду охолодження поверхні циліндра внутрішній нагрів джерелами починає переважати відтік тепла в середовище і температура поверхні зростає. В окремих випадках при сталій інтенсивності теплоутворення можна так підібрати параметр тепловіддачі, що через деякий час охолодження середовищем зрівноважить внутрішній нагрів джерелами, і температура поверхні майже не змінюватиметься. Так, наприклад, при інтенсивності теплоутворення $W = 1$ це відбуватиметься, коли зведений параметр тепловіддачі $B = 2$. Колові напруження $\sigma_{\theta\theta}$ на поверхні циліндра якісно повторюють поведінку температури, зростають і спадають у тих самих випадках, коли зростає чи спадає температура поверхні циліндра, та практично не змінюються, коли кількість тепла, що виділяють джерела, приблизно дорівнює кількості тепла, яке циліндр віддає у навколишнє середовище.

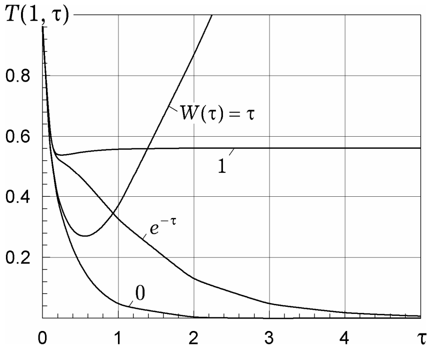

Рис. 1

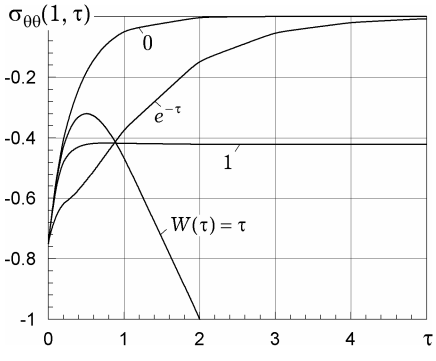

Рис. 2

На рис. 3 наведено зміну в часі температури поверхні циліндра, коли інтенсивність джерел тепла лінійно зростає в часі ($W(\tau) = \tau$), для різних лінійних та експоненційної залежностей від часу зведеного параметра тепловіддачі $B(\tau)$: $B(\tau) = 4$, $B(\tau) = 4 + \tau$, $B(\tau) = 4 + 4\tau$, $B(\tau) = 3 + e^{\tau}$, при сталій зведеній теплоємності приповерхневого шару $H = 1$. В усіх випадках задання $B(\tau)$ бачимо, що безпосередньо після початку дії джерел тепла, коли їх інтенсивність є незначною, температура поверхні циліндра різко знижується внаслідок охолодження навколишнім середовищем. Через невеликий проміжок часу процес тепловиділення в циліндрі починає переважати тепловіддачу з поверхні і після досягнення температурою локального мінімуму відбувається її зростання. Коли параметр $B(\tau)$ є або сталою величиною, або лінійно спадає в часі, тоді зростання температури продовжується необмежено в часі. Однак, коли параметр $B(\tau)$ лінійно зростає в часі, можна підібрати швидкість його зростання (див. криву для $B(\tau) = 4 + 4\tau$) так, що кількість тепла, яка генерується джерелами, приблизно буде дорівнювати кількості тепла, що передається в навколишнє середовище: температура поверхні залишатиметься після деякого моменту часу практично незмінною. При експоненційному ж законі зростання в часі параметра тепловіддачі ($B(\tau) = 3 + e^{\tau}$) температура поверхні циліндра після локального мінімуму і дуже малої ділянки зростання швидко прямує до температури середовища.

На рис. 4 показано зміну в часі температури поверхні циліндра для різних законів зміни в часі зведеної поверхневої теплоємності $H(\tau)$: $H(\tau) = 0$, $H(\tau) = 1$, $H(\tau) = \tau$, $H(\tau) = e^{\tau}$, коли сталими є параметр тепловіддачі $(B = 4)$ та інтенсивність джерел тепла $(W = 1)$. Бачимо, що вплив $H(\tau)$ є слабшим, ніж $B(\tau)$. Так, для приблизного балансу між нагріванням циліндра джерелами тепла та його охолодженням середовищем потрібно вибирати вже експоненційний закон зростання $H(\tau) = e^{\tau}$, тоді як у випадку змінного параметра $B(\tau)$ достатньо було його лінійного зростання в часі.

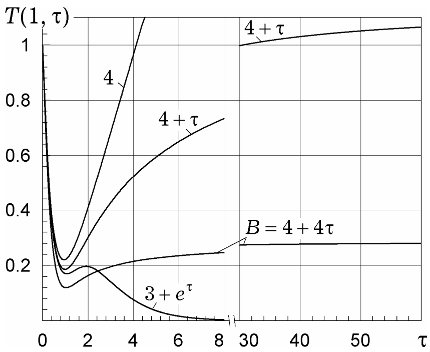

Рис. 3

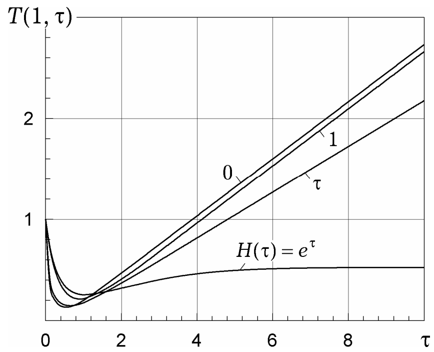

Рис. 4

На рис. 5 – рис. 7 показано, як змінюються в часі температура, колові та радіальні напруження на різній глибині в циліндрі у випадку сталої інтенсивності джерел тепла $(W = 1)$, сталої теплоємності прошарку $(H = 1)$ та експоненційного зростання параметра тепловіддачі ($B(\tau) = 3 + e^{\tau}$).

На початковій стадії в тілі спостерігається різка зміна температури та напружень. Поверхня та близькі до неї шари охолоджуються, а внутрішні шари розігріваються, досягаючи свого локального максимуму. Далі температура тіла по всій товщині спадає, поки не встановлюється рівновага між теплоутворенням в об'ємі циліндра і тепловіддачею з його поверхні. Максимальна температура встановлюється в центрі циліндра і спадає до мінімальної на поверхні.

Колові напруження $\sigma_{\theta\theta}$ близько поверхні (криві для $\rho = 1$ і $\rho = 0.8$, рис. 6) від'ємні і спадають (за модулем) в часі. Від певної глибини ($\rho \approx 0.6$) в тілі колові напруження додатні. Як і температура, колові напруження близько центра циліндра (до $\rho \approx 0.5$) на початковій стадії зростають до локального максимуму, після чого спадають, виходячи на усталений рівень.

Стискальні радіальні напруження σ_{rr} також зростають на початковій стадії нагріву, досягаючи локального максимуму, після чого виходять на усталений режим (рис. 7). За товщиною напруження зростають від нуля на поверхні ($\rho = 1$) до максимальних значень в центрі циліндра.

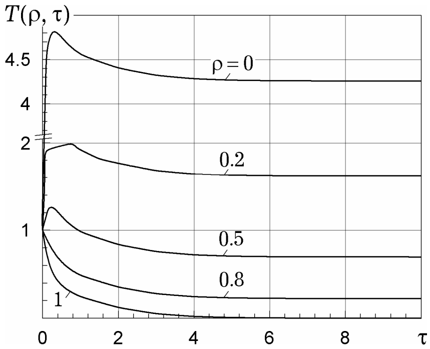

Рис. 5

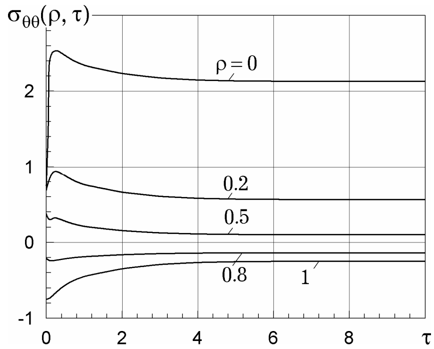

Рис. 6

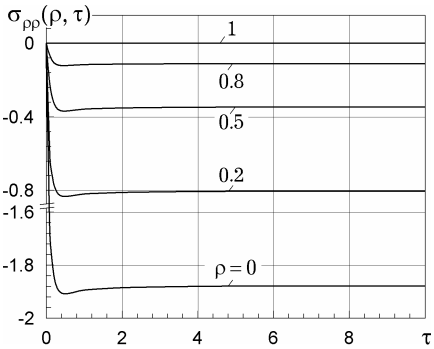

Рис. 7

Досліджували також зміну в часі температури (рис. 8) і колових напружень (рис. 9) на різних глибинах циліндра, коли інтенсивність теплоутворення зростала з часом ($W = \tau$) при сталій теплоємності приповерхневого шару ($H = 1$), а параметр тепловіддачі $B(\tau)$ зростав за експоненційним законом $B(\tau) = 3 + e^{\tau}$.

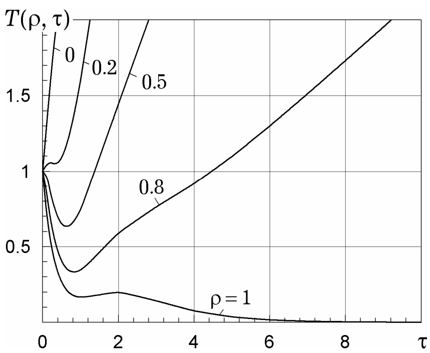

Рис. 8

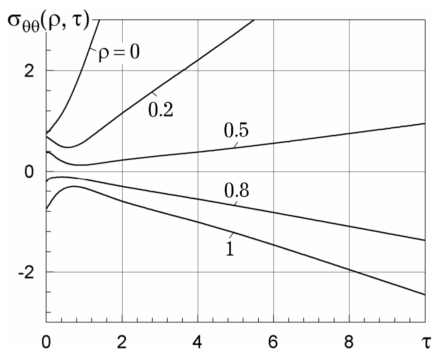

Рис. 9

Як і на попередніх рисунках, можемо виділити характерний початковий етап зміни термонапруженого стану тіла, протягом якого як температура тіла, так і колові напруження (розтягувальні близько до поверхні, стискальні всередині циліндра) спадають до локального мінімуму. Після цього внутрішнє тепловиділення починає перевищувати втрати тепла з поверхні, і температура циліндра починає зростати, швидкість нагріву є більшою ближче до центру тіла. У тілі зростають колові напруження: розтягувальні біля поверхні, а починаючи з глибини $\rho \approx 0.6$, − стискальні.

У центрі циліндра нагрів і ріст напружень починається відразу. Температура поверхні після стадії зростання починає спадати, прямуючи до температури навколишнього середовища.

На рис. 10, рис. 11 для того самого лінійного закону зміни інтенсивності теплоутворення ($W = \tau$) розглядається зміна в часі температури T і колових напружень $\sigma_{\theta\theta}$ на різних глибинах циліндра ($\rho = 0, 0.2, 0.5, 0.8, 1$), коли теплоємність приповерхневого шару зростає за експоненційним законом ($H(\tau) = e^{\tau}$), а параметр тепловіддачі з поверхні є сталим ($B = 4$). Як і в попередньому випадку, протягом початкового етапу спостерігаємо часткове охолодження циліндра до певної мінімальної температури, яка відрізнятиметься для різних глибин тіла. Після цього внутрішній нагрів починає перевищувати втрати тепла, і температура циліндра зростає. На поверхні тіла в цьому випадку вдалося досягнути лише приблизного балансу між внутрішнім нагрівом та охолодженням середовищем. Напруження ж, як і в попередньому випадку, досягають локального мінімуму протягом початкового етапу, потім зростають.

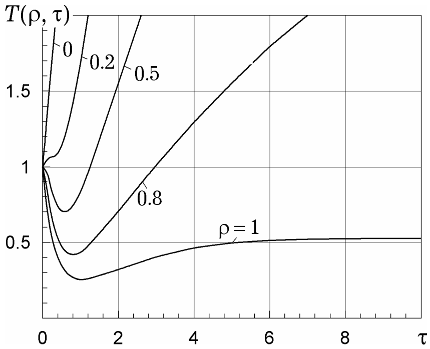

Рис. 10

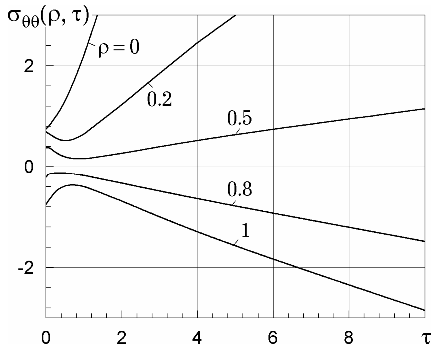

Рис. 11

Висновки. Розвинутий раніше [42] підхід до розв’язання некласичних задач теплопровідності у тілах із тонкими приповерхневими шарами, теплофізичні характеристики яких змінюються в часі, поширено на випадок нагріву тіла розподіленими джерелами тепла змінної в часі інтенсивності. Досліджено термонапружений стан довгого циліндра із тонким приповерхневим шаром, параметр тепловіддачі та зведеної теплоємності якого змінюються в часі, при нагріві розподіленими по об’єму джерелами тепла та охолодження навколишнім середовищем.

Досліджено вплив змінних в часі джерел тепла, а також залежних від часу зведених параметрів тепловіддачі та теплоємності тонкого приповерхневого шару на термонапружений стан довгого циліндра, що охолоджується середовищем. Проаналізовано зміну в часі температури і напружень на поверхні циліндра та на різних його глибинах для заданих законів залежності від часу інтенсивності джерел тепла і зведених теплофізичних параметрів приповерхневого шару (сталих, лінійно залежних, експоненційно залежних). Виявлено, що для заданої інтенсивності джерел тепла можна так підібрати закони зміни теплофізичних параметрів, що в циліндрі, починаючи з деякого моменту часу, реалізовується усталений термонапружений стан.

1. *Александров В. М., Мхитарян С. М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. – Москва: Наука, 1983. – 487 с.
2. *Аттетков А. В.* Теплоактивное покрытие как средство управляющего воздействия на температурное поле неограниченного твердого тела со сферическим очагом разогрева // Инж.-физ журн. – **79**, № 3. – 2006. – С. 12–19.
   Те саме: *Attetkov A. V.* Thermoactive coating as a means for controlled action on the temperature field of an infinite solid body with a spherical heating // J. Eng. Phys. Thermophys. –2006. – **79**, No. 3. – P. 429–437.
3. *Аттетков А. В., Власов П. А., Волков И. К.* Температурное поле полупространства с термически тонким покрытием в импульсных режимах теплообмена с внешней средой // Инж.-физ. журн. – 2001. – **74**, № 3. – С. 81–86.
   Те саме: *Attetkov A. V., Vlasov P. A., Volkov I. K.* Temperature field of a half-space with a thermally thin coating in pulse modes of heat exchange with the environment // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2001. – **74**, No. 3. – P. 647–655.
4. *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справ. пособие. – Киев: Наук. думка, 1986. – 544 с.
5. *Веселовский В. Б., Берлов А. В.* Температурные поля многослойных элементов конструкций при воздействии полей различной физической природы // Металлург. теплотехника. – 2009. – Вып. 1 (16). – С. 21–33.
6. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. – Москва: Наука, 1964. – 487 с.
   Те саме: *Carslaw H. S., Jaeger J. C.* Conduction of heat in solids: 2nd ed.– Oxford: Clarendon Press, 1959. – 510 p.
7. *Кіт Г. С., Мартиняк Р. М., Нагалка С. П.* Термопружні ефекти в тілі з тріщиною, закритою зосередженими силами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1999. – **42,** № 2. – С. 101–107.
8. *Коваленко А. Д.* Основы термоупругости. – Киев: Наук. думка, 1970. – 307 с.
9. *Коваленко Е. В.* Контактные задачи для тел с покрытиями // Механика контактных взаимодействий: Сб. статей / Под ред. И. И. Воровича, В. М. Александрова. – Москва: Физматлит, 2001. – С. 459–475.
10. *Коляно Ю. М., Кулик А. Н.* Температурные напряжения от объёмных источников. – Киев: Наук. думка, 1983. – 288 с.
11. *Коляно Ю. М., Кушнир Р. М.* Температурные напряжения в нагреваемых источниками тепла пластинках с двусторонними покрытиями // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1980. – Вып. 11. – С. 72–75.
12. *Криштафович А. А., Мартыняк Р. М.* О расслоении анизотропных полупространств при наличии контактного термического сопротивления // Прикл. механика. – 1999. – **35**, № 2. – С. 54–59.
    Те саме: *Krishtafovich A. A., Martynyak R. M.* Lamination of anisotropic half-spaces in the presence of contact thermal resistance // Int. Appl. Mech. – 1999. – **35**, No. 2. – P. 159–164.
13. *Криштафович А. А., Мартыняк Р. М.* Термоупругий контакт с термосопротивлением анизотропных полупространств // Прикл. механика. – 1998. – **34**, № 7. – С. 27–33.
    Те саме: *Krishtafovich A. A., Martynyak R. M.* Thermoelastic contact of anisotropic half-spaces with thermal resistance // Int. Appl. Mech. – 1999. – **34**, No. 7. – P. 629–634.
14. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – Москва: Высш. шк., 1967. – 600 с.
15. *Люкшин П. А., Люкшин Б. А., Матолыгина Н. Ю., Панин С. В.* Моделирование напряженно-деформированного состояния и потери устойчивости термобарьерного покрытия при тепловом ударе // Физ. мезомеханика. – 2011. – **14**, № 1. – С. 33–41.
    Те саме: *Lyukshin P. A., Lyukshin B. A., Matolygina N. Yu., Panin S. V.* Simulation of the stress-strain state and stability loss of a thermal barrier coating under thermal shock // Phys. Mesomech. – 2012. – **15**, No. 1-2. – P. 92–99.
16. *Люкшин П. А., Люкшин Б. А., Матолыгина Н. Ю., Панин С. В.* Моделирование отслоения термобарьерных покрытий под действием температурных напряжений // Изв. вузов. Физика. – 2011. – № 10/2. – С. 123–131.
17. *Мартиняк Р. М.* Механотермодифузійна взаємодія тіл з врахуванням заповнювача міжконтактних зазорів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – **36**, № 2. – С. 124–126.
    Те саме: *Martynyak R. M.* Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // Mater. Sci. – 2000. – **36**, No. 2. – P. 300–304.

18. *Мартиняк Р. М.* Термічне розкриття початково закритої міжфазної тріщини за неідеального теплового контакту берегів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35**, № 5. – С. 14–22.

Те саме: *Martynyak R. M.* Thermal opening of an initially closed interface crack under conditions of imperfect thermal contact between its lips // Mater. Sci. – 1999. – **35**, No. 5. – P. 612–622.

19. *Мартиняк Р. М.* Термонапружений стан біматеріалу із закритою міжфазною тріщиною з шорсткими поверхнями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2010. – **53**, № 1. – С. 71–79.

Те саме: *Martynyak R. M.* Thermal stress state of a bimaterial with a closed interfacial crack having rough surfaces // J. Math. Sci. – 2011. – **176**, No. 4. – P. 578–589.

20. *Мартиняк Р. М., Гончар Х. І., Нагалка С. П.* Моделювання термомеханічного закриття початково розкритої міжфазної тріщини, наділеної термоопором // Фіз.-хім. механіка матеріалів. –2003. –**39**, № 5. – С. 59–66.

Те саме: *Martynyak R. M., Honchar Kh. I., Nahalka S. P.* Simulation of thermomechanical closure of an initially open interface crack with heat resistance // Mater. Sci. – 2003. – **39**, No. 5. – P. 672–681.

21. *Мартиняк Р. М., Чумак К. А.* Термопружне розшарування тіл за наявності теплопроникного заповнювача міжконтактного просвіту // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, № 4. – С. 45–52.

Те саме: *Martynyak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic delamination of bodies in the presence of a heat-conducting filler of the intercontact gap // Mater. Sci. – 2009. – **45**, No. 4. – P. 513–522.

22. *Мартиняк Р. М., Чумак К. А.* Термопружний контакт півпросторів, що мають однакові термічні дистортивності, за наявності теплопроникного міжповерхневого просвіту // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51,** № 3. – С. 163–175.

Те саме: *Martynyak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic contact of half-spaces with equal thermal distortivities in the presence of a heat-permeable intersurface gap // J. Math. Sci. – 2010. – **165**, No. 3. – P. 355–370.

23. *Мартиняк Р. М., Швець Р. М.* Математична модель механічного контакту тіл через тонкий неоднорідний прошарок // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – **40,** № 2. – С. 107–109.

Те саме: *Martinyak R. M., Shvets' R. M.* A mathematical model of mechanical contact of bodies across a thin inhomogeneous layer // J. Math. Sci. – 1998. – **90**, No. 2. – P. 2000–2002.

24. *Мартиняк Р. М., Швець Р. М.* Умови теплового контакту тіл через тонкі неоднорідні за товщиною прошарки // Доп. НАН України. – 1996. – № 9. –С. 74–76.

25. *Панин В. Е., Бикинеев Г. Ш., Моисеенко Д. Д., Максимов П. В.* Дискретно-континуальный подход к моделированию поведения многослойных систем при высокотемпературном воздействии. Метод возбудимых клеточных автоматов // Совр. проблемы прикл. математики и механики: теория, эксперимент и практика. Материалы Междунар. конф., посв. 90-летию со дня рожд. акад. Н. Н. Яненко. – Новосибирск: ИВТ СО РАН. – 2011. – http://conf.nsc.ru/files/conferences/niknik-90/fulltext/39824/47454/Bikineev_Thermo_Coat_Paper_rus.pdf

26. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М., Громовык В. И., Лозбень В. Л.* Термоупругость тел при переменных коэффициентах теплоотдачи. – Киев: Наук. думка, 1977. – 160 с.

27. *Подстригач Я. С., Ломакин В. А., Коляно Ю. М.* Термоупругость тел неоднородной структуры. – Москва: Наука, 1984. – 368 с.

28. *Подстригач Я. С., Швец Р. Н.* Термоупругость тонких оболочек. – Киев: Наук. думка, 1978. – 344 с.

29. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах // Физ.-хим. механика материалов. – 1967. – **3,** № 5. – С. 575–583.

Те саме: *Podstrigach Ya. S., Shevchuk P. P.* Effect of surface layers on diffusion processes and the resulting stress state in solids // Mater. Sci. – 1968. – **3**, No. 5. – P. 420–426.

30. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1967. – Вып. 7. – С. 227–233.

31. *Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Іванків К. С.* Нестаціонарна задача теплопровідності для термочутливого циліндра з тонким покриттям // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1997. – Вип. 46. – С. 83–88.
32. *Соколов В. Н.* Расчет нагрева тел методом сеток // Нагрев крупных слитков / Под ред. В. А. Куроедова. – Москва: Машгиз, 1954. – 116 с. – (ЦНИИТМаш, Кн. 66.)
33. *Тушинский Л. И., Плохов А. В.* Исследование структуры и физико-механических свойств покрытий. – Новосибирск: Наука, 1986. – 200 с.
34. *Швець Л. П., Яцків О. І.* До побудови розв'язку крайової задачі дифузії із некласичними граничними умовами // Вісн. держ. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Прикл. математика. – 1998. – № 346. – С. 165–168.
35. *Швець Р. М., Яцків О. І.* Взаємозв'язана задача механотермодифузії для шаруватих тіл канонічної форми з тонкими прошарками // Доп. АН України. – 1993. – № 11. – С. 65–69.
36. *Швець Р. М., Яцків О. І.* Поширення методу власних функцій на крайові задачі механодифузії для багатошарових тіл із прошарками // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41,** № 4. – С. 155–161.
    Те саме: *Shvets R. M., Yatskiv, O. I.* Extension of the method of eigenfunctions to the boundary-value problems of mechanical diffusion for multilayer bodies with interlayers // J. Math. Sci. – 2001. – **107**, No. 1. – P. 3691–3696.
37. *Швець Р. М., Яцків О. І., Бобик Б. Я.* Вплив тонких межових неоднорідностей на напружений стан циліндричних тіл за дії термодифузійних процесів // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2009. – С. 427–432.
38. *Шевчук В. А.* Нестаціонарна одновимірна задача теплопровідності для циліндра з тонким багатошаровим покриттям // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – **54,** № 2. – С. 179–185.
    Те саме: *Shevchuk V. A.* Nonstationary one-dimensional problem of heat conduction for a cylinder with a thin multilayer coating // J. Math. Sci. – 2012. – **184**, No. 2. – P. 215–223.
39. *Юань В. Д.* Теплопередача в слоистой движущейся полосе, сжатой между двумя вращающимися цилиндрами // Теплопередача. – 1985. – **107**, № 3. – С. 32–40.
    Те саме: *Yuen W. D.* On the heat transfer of a moving composite strip compressed by two rotating cylinders // J. Heat Transf. – 1985. – **107**, No. 3. – P. 541–548.
40. *Яцків О. І.* Метод власних функцій в крайових задачах з узагальненими граничними умовами // Розробка та застосування мат. методів в наук.-техн. дослідженнях: Матеріали Всеукр. наук.-техн. конф., присвяч. 70-річчю від дня народження проф. П. С. Казимірського. – Львів, 1995. – Ч. 2. – С. 98.
41. *Яцків О. І., Швець Р. М., Бобик Б. Я.* Деякі підходи до розв'язання задачі нагріву суцільного пружного циліндра за нестаціонарної граничної умови // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2007. – Вип. 5. – С. 186–194.
42. *Яцків О. І., Швець Р. М., Бобик Б. Я.* Термонапружений стан циліндра з тонким приповерхневим шаром, теплофізичні параметри якого змінюються в часі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – **54,** № 4. – С. 90–105.
    Те саме: *Yatskiv O. I., Shvets' R. M., Bobyk B. Ya.* Thermostressed state of a cylinder with thin near-surface layer having time-dependent thermophysical properties // J. Math. Sci. – 2012. – **187**, No. 5. – P. 647–666.
43. *Chumak K., Martynyak R.* Thermal rectification between two thermoelastic solids with a periodic array of rough zones at the interface // Int. J. Heat Mass Transf. – 2012. – **55**, No. 21-22. – P. 5603–5608.
44. *Han Taw Chen, Shao Lun Sun, Hui Chen Huang, Sen Yung Lee.* Analytic closed solution for the heat conduction with time dependent heat convection coefficient at one boundary // Comput. Model. Eng. & Sci. – 2010. – **59**, No. 2. – P. 107–126.
45. *Hung Thanh Nguyen, Frank Melandsø, Stefan Jacobsen.* Time dependent surface heat transfer in light weight aggregate cement based materials // Engineering. – 2010. – **2**, No. 5. – P. 307–317.
46. *Martynyak R., Chumak K.* Effect of heat-conductive filler of interface gap on thermoelastic contact of solids // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2012. – **55**, No. 4. – P. 1170–1178.
47. *Mikata Y., Taya M.* Thermal stresses in a coated short fiber composite // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1986. – **53**, No. 3. – P. 681–689.

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРА С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ПРИ НАГРЕВЕ ОБЪЕМНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Построена структура решения задачи термоупругости для длинного цилиндра с тонким приповерхностным слоем, приведенные параметры теплоотдачи и теплоемкости которого изменяются во времени, при нагреве распределенными по объему источниками тепла переменной во времени интенсивности и охлаждении внешней средой. На температуру поверхности цилиндра, входящую в структуру решения, получено интегро-дифференциальное уравнение с интегральным оператором типа Вольтерра с переменными коэффициентами, для решения которого адаптирована схема метода сплайн-аппроксимаций. Проанализировано распределение температуры и напряжений во времени на поверхности цилиндра и на различных глубинах в зависимости от заданных законов изменения интенсивности источников тепла и приведенных теплофизических параметров приповерхностного слоя. Рассмотрена возможность подбора таких переменных теплофизических параметров, которые частично компенсировали бы действие зависимых от времени источников тепла.

THERMOSTRESSED STATE OF CYLINDER WITH THIN SURFACE LAYER HAVING TIME DEPENDENT THERMAL PROPERTIES UNDER HEATING BY VOLUME HEAT SOURCES

The structure of solution to the problem of thermostressed state investigation in a long circular cylinder with thin surface layer having variable in time thermal normalized surface parameters of heat transfer and heat capacity under heating by volume heat sources with variable in time intensity and cooling by environment is constructed. For cylinder surface temperature which is contained in this structure of solution the integro-differential equation with variable coefficients having Volterra-type integral operator is obtained. The spline approximation method to solving this equation is adopted. Temperature and stress distributions in time on the surface and on various depths inside of the cylinder are analyzed for different laws of changing the intensity of the heat sources and thermal normalized surface parameters in time. The possibility of finding such variable thermal parameters that maintain reduction of heating by time-dependent sources is considered.

[1] Інститут фізики міцності і матеріалознавства
СВ РАН, Томськ, Росія,
[2] Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
04.09.12