

А. Я. Григоренко<sup>1</sup>, Ю. Г. Золотой<sup>2</sup>, А. П. Пригода<sup>3</sup>, И. Ю. Жук<sup>4</sup>,  
В. В. Хоришко<sup>3</sup>, А. В. Овчаренко<sup>3</sup>

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОЛСТОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

*Для проведения исследований динамических характеристик толстостенной цилиндрической оболочки предложен экспериментальный подход, основанный на применении стробоголографической виброметрии. Изложены основные принципы предлагаемого метода. Приведены экспериментальные данные частот и форм свободных колебаний консольной закрепленной толстостенной цилиндрической оболочки. Проанализировано сравнение экспериментальных данных с результатами расчёта методом конечных элементов.*

**Введение.** Исследование динамических характеристик цилиндрических оболочек имеет большое значение для дальнейшего развития фундаментальных исследований теории оболочек, многочисленных практических приложений. В случае тонкостенных элементов конструкций широкое применение для проведения расчетов нашли как классическая, так и уточненная теория оболочек. Однако в случае толстостенных цилиндрических оболочек применить вышеназванные теории для определения динамических характеристик не представляется возможным. Поэтому для проведения вычислений в этом случае необходимо использовать пространственную теорию. Однако решение трехмерных задач сопряжено с большими объемами вычислительного характера. Отметим ряд работ, в которых для исследования свободных частот и форм колебаний толстостенных цилиндрических оболочек при различных граничных условиях на торцах применялись различные численные подходы: метод конечных элементов, сочетание методов сплайн-коллокации и прямых с методом дискретной ортогонализации [1, 2, 5–8]. При всех критериях достоверности полученных результатов на основе указанных численных подходов актуальным остается вопрос определения достоверности и точности полученных результатов, исчерпывающий и однозначный ответ на который может дать сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными.

Поэтому в некоторых работах для решения указанных задач предложен экспериментально-расчетный подход, предполагающий экспериментальное определение нескольких резонансных частот и форм колебаний в различных участках спектра с дальнейшим их использованием в качестве опорных точек при оптимизации расчётной модели [3, 4].

**Основные положения экспериментального подхода.** В настоящем исследовании для поиска частот и форм свободных колебаний толстостенной цилиндрической оболочки при заданных граничных условиях предложен метод голографической интерферометрии в реальном времени. Регистрация найденных колебательных форм осуществлялась стробоголографическим методом [3]. Оптическая схема установки (рис. 1) представляет собой обычную схему голографирования в сходящихся пучках. Оболочка 11 в невозбуждённом состоянии регистрируется на голограмме 7, которая и служит опорной голограммой при наблюдении колебаний в реальном времени. Пьезокерамический вибропреобразователь 12 с плавно изменяющейся частотой колебаний через механический контакт возбуждает вибрацию оболочки.

Наблюдая интерферограмму колебаний в реальном времени, определяем значения собственных резонансных частот толстостенной оболочки. Фиксирование интерферограммы форм колебаний оболочки проводится при стробировании тестирующего лазерного излучения прямоугольными им-

пульсами, синхронизированными с текущей фазой колебаний оболочки, для получения максимального контраста изображения.

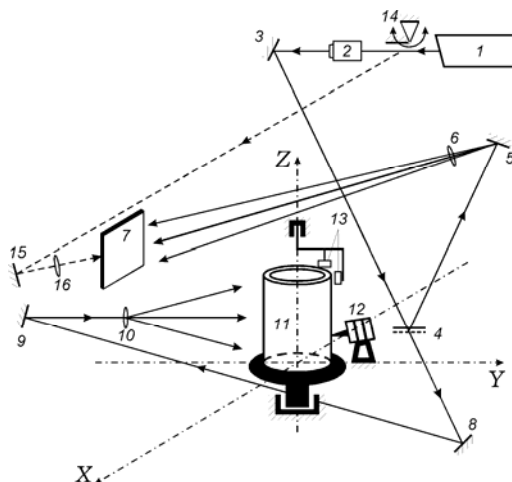
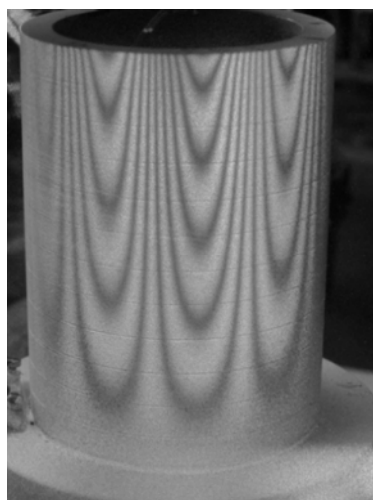


Рис. 1. 1 – лазер ЛГН-215; 2 – электро-оптический модулятор МЛ-3; 3, 5, 8, 9, 14, 15 – плоские зеркала; 4 – светоделитель; 6, 10, 16 – микро-объективы; 7 – голограмма; 11 – оболочка; 12 – вибро-возбудитель; 13 – индукционные вибродатчики.

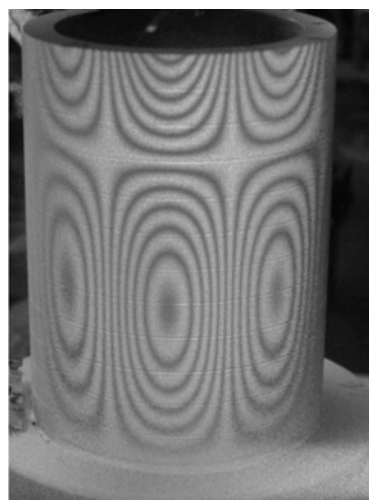
Индукционные вибродатчики 13, смонтированные на поворотном устройстве, позволяют оперативно сканировать свободный край оболочки. Верхний датчик регистрирует колебания поверхности цилиндра в осевом направлении (поршневые колебания), а боковой – в радиальном направлении. Таким образом, удаётся устранить неопределенность при интерпретации интерферограмм различных форм.

Поворотное зеркало 14, зеркало 15 и микрообъектив 16 позволяют сформировать световой пучок, сопряжённый опорному. Он создаёт на поверхности оболочки как на экране действительное изображение интерферограммы формы колебаний для регистрации цифровой фотокамерой.

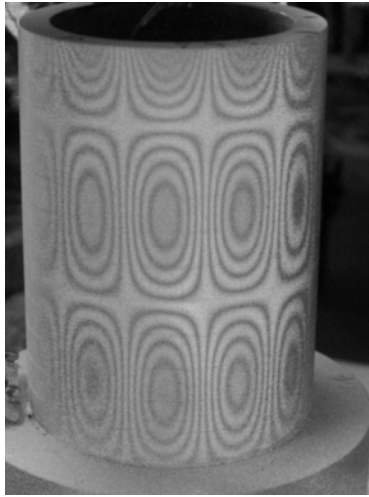
На рис. 2 приведены примеры интерферограмм изгибных (слева) и дышащих (справа) форм колебаний оболочки ( $m$  – число узлов по образующей,  $n$  – количество узлов по окружной координате).



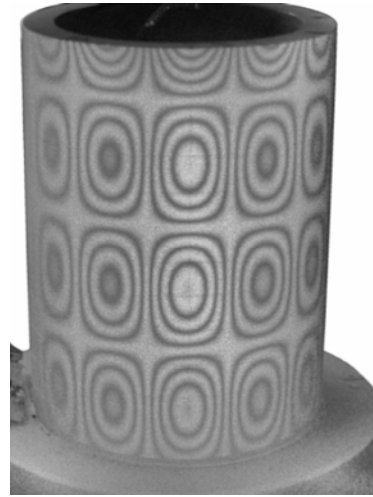
а)  $f = 40150$  Гц,  $m = 1$ ,  $n = 12$



б)  $f = 21440$  Гц,  $m = 2$ ,  $n = 8$



б)  $f = 45450 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 3$ ,  $n = 12$



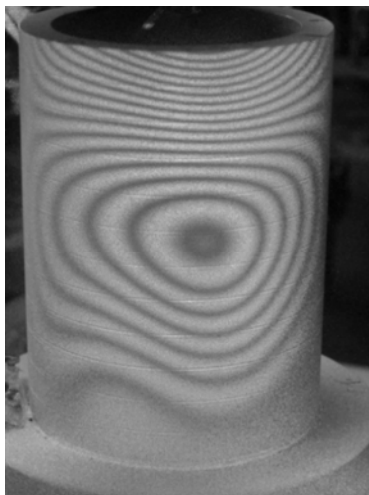
в)  $f = 50620 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 4$ ,  $n = 12$



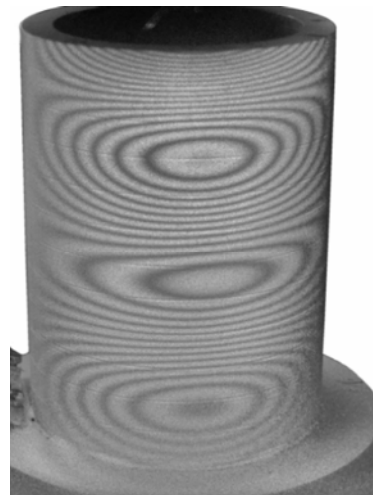
д)  $f = 57430 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 5$ ,  $n = 12$



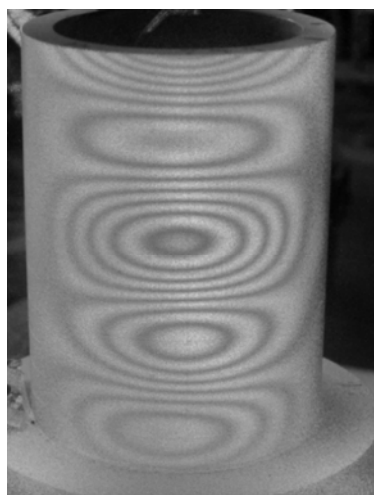
е)  $f = 52900 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 7$ ,  $n = 4$



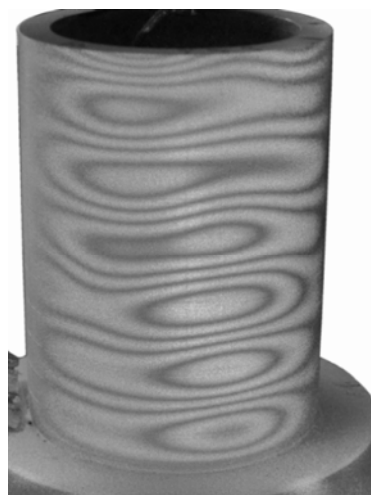
ё)  $f = 21080 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 2$ ,  $n = 0$



ж)  $f = 25550 \Gamma_{\text{ц}}$ ,  $m = 4$ ,  $n = 0$



з)  $f = 32000$  Гц,  $m = 5$ ,  $n = 0$



у)  $f = 51490$  Гц,  $m = 7$ ,  $n = 0$

Рис. 2. Примеры интерферограмм изгибаемых (слева) и дышащих (справа) форм колебаний оболочки ( $m$  – число узлов по образующей,  $n$  – количество узлов по окружной координате).

**Анализ полученных результатов.** В настоящей работе объектом экспериментального исследования была консольная закреплённая толстостенная цилиндрическая оболочка высотой 120 мм с внутренним диаметром 70 мм и наружным диаметром 90 мм. Оболочка выточена из стали ( $E = 2.12 \cdot 10^{11}$  Па,  $\nu = 0.3$ ) нацело с основанием, что обеспечивало по нижнему краю выполнение условий жёсткого заземления. Ее геометрические параметры не дают возможности проведения соответствующих исследований в рамках оболочечных теорий. По полученным экспериментальным данным построены зависимости резонансной частоты  $f$  от количества узлов  $n$  по окружной координате при фиксированном значении  $m$  числа узлов по образующей для изгибаемых форм (рис. 3), и резонансной частоты от числа узлов  $m$  по образующей для дышащих форм (рис. 4).

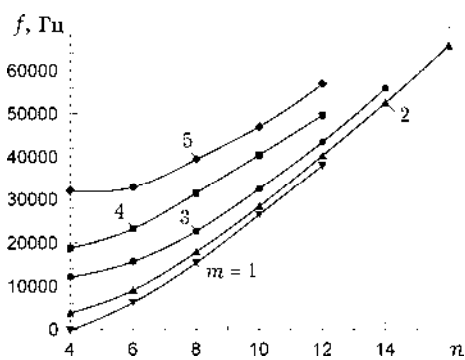


Рис. 3. Частотные кривые для изгибаемых форм колебаний оболочки.

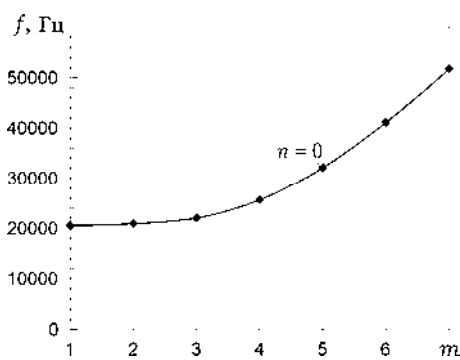


Рис. 4. Частотные кривые для дышащих форм колебаний оболочки (первая радиальная мода).

Для сравнения на рис. 5 приведены графики зависимости собственных частот колебания оболочки в порядке возрастания частоты от их порядкового номера  $N$ , полученные экспериментально авторами и рассчитанные с помощью метода конечных элементов (МКЭ).

На рис. 6 представлено отклонение теоретических и экспериментальных результатов:  $\varepsilon = 100\% \cdot (f_{\text{МКЭ}} - f_{\text{ЭКС}}) / f_{\text{ЭКС}}$ .

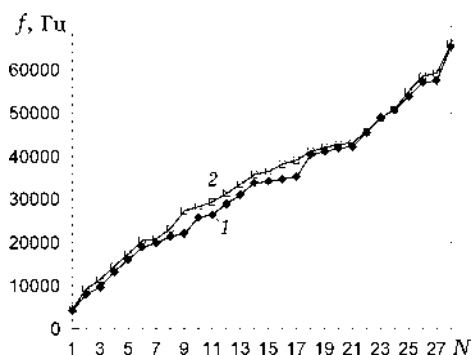


Рис. 5. Зависимость собственных частот от  $N$ : экспериментальные результаты (кривая 1) и расчет МКЭ (кривая 2).



Рис. 6. Отклонение теоретических и экспериментальных результатов.

Можно наблюдать хорошее согласование результатов экспериментальных и численных расчетов. Несколько заниженные значения частот, полученных экспериментально, можно объяснить податливостью заделки, свойственное для эксперимента с толстостенной оболочкой. Максимальное отклонение результатов теоретических расчетов и экспериментальных данных наблюдается для начальных значений частотных кривых, влияние неидеальности граничных условий в экспериментальных исследованиях для которых проявляется максимально.

1. Григоренко А. Я., Ефимова Т. Л. Применение метода сплайн-аппроксимации для решения задач об осесимметричных свободных колебаниях толстостенных ортотропных цилиндров // Прикл. механика. – 2008. – **44**, № 10. – С. 74–85.  
То же: Grigorenko A. Ya., Efimova T. L. Using spline-approximation to solve problems of axisymmetric free vibration of thick-walled orthotropic cylinders // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, No. 10. – P. 1137–1147.
2. Григоренко О. Я., Ефимова Т. Л., Лоза И. А. Розв'язання осесимметричної задачі про вільні коливання п'єзокерамічних порожнистих циліндрів скінченної довжини методом сплайн-колокацій // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 3. – С. 112–120.  
То же: Grigorenko O. Ya., Efimova T. L., Loza I. A. Solution of an axisymmetric problem of free vibrations of piezoceramic hollow cylinders of finite length by the spline collocation method // J. Math. Sci. – 2010. – **165**, No. 2. – P. 290–300.
3. Макаева Р. Х., Царева А. М., Каримов А. Х. Определение вибрационных характеристик дисков постоянной толщины экспериментально-расчетным методом с применением голографической интерферометрии // Голография в России и за рубежом. Наука и практика: Сб. тр. IV-й Междунар. науч.-практич. конф. – Москва, 2007. – С. 116–118.
4. Островский Ю. И., Щепинов В. П., Яковлев В. В. Голографические интерференционные методы измерения деформаций. – Москва: Наука, 1988. – 247 с.
5. Grigorenko A. Ya., Dyuyak I. I., Makar V. M. Influence of anisotropy on the response characteristics of finite cylinders under free vibration // Int. Appl. Mech. – 2001. – **37**, No. 5. – P. 628–637.  
То же: Григоренко А. Я., Дыяк И. И., Макаев В. М. Влияние анизотропии на динамические характеристики свободных колебаний конечных цилиндров // Прикл. механика. – 2001. – **37**, № 5. – С. 74–83.
6. Grigorenko Ya. M., Grigorenko A. Ya., Vlaiikov G. G. Problems of mechanics for anisotropic inhomogeneous shells on the basis of different models. – Kiev: Akadempriodika, 2009. – 550 p.
7. Heyliger P. R. Axisymmetric free vibration of finite anisotropic cylinders // J. Sound Vibr. – 1991. – **148**, No. 3. – P. 507–520.
8. Hutchinson S. R., El-Arhari S. A. Vibration of free hollow circular cylinders // Trans. ASME. J Appl. Mech. – 1986. – **53**, No. 2. – P. 641–646.

## **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ТОВСТОСТІННОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФІЧНОЇ ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ**

*Для проведення досліджень динамічних характеристик товстостінної циліндричної оболонки запропоновано експериментальний підхід, який базується на застосуванні стробоголографічної віброметрії. Викладено основні принципи цього методу. Наведено експериментальні дані частот і форм вільних коливань консольно закріпленої товстостінної циліндричної оболонки. Проаналізовано порівняння експериментальних даних з результатами розрахунку методом скінченних елементів.*

## **EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THICK-WALLED CYLINDRICAL SHELL BY METHOD OF HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY**

*For investigation of dynamic characteristics of thick-walled cylindrical shell the experimental approach based on the use of stroboholographic vibrometry is applied. The main principles of proposed method are stated. The experimental data of frequencies and modes of free vibrations of console fixed thick-walled cylindrical shell are given. The comparison of experimental data with the results of calculation by finite element method are analyzed.*

<sup>1</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенко  
НАН України, Київ,

<sup>2</sup> Нац. ун-т кораблебудування  
ім. адм. Макарова, Николаев,

<sup>3</sup> Николаев. нац. ун-т  
ім. В. А. Сухомлинського, Николаев,

<sup>4</sup> Черномор. гос. ун-т  
ім. Петра Могили, Николаев

Получено  
29.11.11