

**ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ПРУЖНИХ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ
МІЖ НИМИ ПЕРІОДИЧНО РОЗТАШОВАНИХ ЗАЗОРІВ,
ЗАПОВНЕНИХ РЕАЛЬНИМ ГАЗОМ**

Змодельовано контактну взаємодію двох напівнескінченних пружних тіл за наявності в міжповерхневих зазорах, зумовлених періодичною системою виїмок на поверхні одного з тіл, реального газу. Його стан описується рівнянням Ван дер Ваальса, яке дає можливість враховувати фазовий перехід газу в рідину. Сформульовану контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з ядром Гільберта відносно висоти зазорів, яке було трансформовано у сингулярне інтегральне рівняння з ядром Коші, розв'язане аналітично. З умови обмеженості розв'язку цього рівняння і з рівняння Ван дер Ваальса отримано систему трансцендентних рівнянь для визначення довжини зазорів і тиску газу. Проаналізовано залежності довжини зазорів, тиску газу, контактної зближення і контактної податливості тіл від навантаження.

Вступ. На контактну поведінку реальних тіл істотний вплив має їх поверхнева структура та середовище в області розмежування. Дія середовища в області розмежування особливо проявляється у випадку спряження тіл з узгодженими границями, які мало відрізняються одна від одної. Для таких спряжень характерною є велика площа контакту, співмірна з усією площею поверхонь тіл, а також наявність міжконтактних просвітів (зазорів), зумовлених локальною відсутністю контакту в околі малих неузгодженостей границь. У цьому разі середовище, будучи затиснутим в міжконтактних зазорах, стає активним чинником контактної системи. Його дія на тіла змінюється разом із зовнішнім навантаженням. Взаємодія тіл з поверхневими виїмками за наявності в міжконтактних зазорах ідеального газу, стисливої або нестисливої рідини вивчалася у працях [3–5]. Проте у випадку газоподібного заповнювача модель ідеального газу не завжди адекватно відображає його поведінку, зокрема при великих тисках і низьких температурах. Тому для дослідження впливу міжконтактного газу на взаємодію тіл у широкому діапазоні зміни зовнішніх чинників було використано [1, 6] більш загальну модель реального газу Ван дер Ваальса. У статті [6] вивчено контакт тіл, локальний зазор між якими заповнений реальним газом, тиск якого не перевищує тиску насиченої пари. У праці [1] досліджено контактну поведінку тіл, одне з яких має виїмку гладкої форми, коли в заповнювачі міжповерхневого просвіту в процесі стиску тіл відбувається фазовий перехід «газ – рідина».

У праці [8] наведено розв'язки контактних задач теорії пружності для напівнескінченних тіл з регулярним рельєфом за відсутності заповнювача міжконтактних зазорів. Термопружний контакт тіл з періодично розташованими поверхневими виїмками з урахуванням термічного впливу середовища (газу або рідини) у зазорах між ними досліджено у праці [9]. Вивчено [2, 10, 11] механічний вплив рідини і/або газу у міжконтактних зазорах на контакт тіл з регулярним рельєфом.

Ця робота присвячена дослідженню взаємодії двох напівнескінченних тіл, одне з яких має періодичний профіль, за умови заповнення міжповерхневих зазорів реальним газом з урахуванням можливості фазового переходу «газ – рідина» у заповнювачі.

Постановка контактної задачі. Розглянемо безфрикційну контактну взаємодію двох пружних напівнескінченних тіл D_1 і D_2 із різних матеріалів за умов плоскої деформації. Межа одного з тіл є прямолінійною, а іншого – має нерівності у вигляді періодичної системи виїмок однакової форми

завдовжки $2b$ кожна, розміщених з періодом d уздовж всієї межі. В основній смузі періодів $-d/2 \leq x \leq d/2$ форма виїмки задається парною неперервно диференційовною функцією $r(x)$ ($r(x) \ll b$, $r'(x) \ll 1$, $r(\pm b) = 0$, $r'(\pm b) = 0$). Тіла вступають у контакт під дією рівномірно розподілених на нескінченності стискувальних навантажень P^∞ . Внаслідок нерівності межі одного з тіл їх контакт є неповним і між ними виникають міжповерхневі зазори довжини $2a$. Вважаємо, що вони заповнені речовиною (рис. 1), яка залежно від навантаження і температури системи перебуває у газоподібному або рідкому стані. Кількість речовини у кожному зазорі є однаковою.

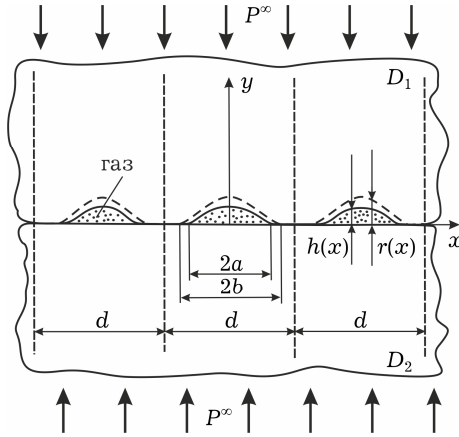


Рис. 1

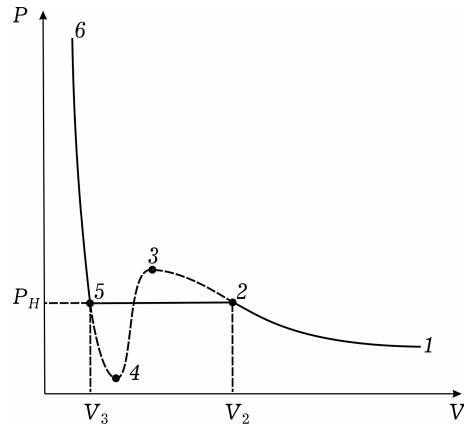


Рис. 2

Контактно-крайові умови цієї задачі теорії пружності для півплощин D_1 і D_2 мають вигляд

– вздовж зазорів $x \in (-a + kd, a + kd)$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$:

$$\tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^-, \quad (2)$$

$$\sigma_{yy}^+ = -P; \quad (3)$$

– на ділянках контакту $x \in [b + kd, (k + 1)d - b]$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$:

$$\tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, \quad \sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^-, \quad (4)$$

$$v'^- - v'^+ = \begin{cases} 0, & x \in [-d/2 + kd, -b + kd] \cup [b + kd, d/2 + kd], \\ r'(x), & x \in [-b + kd, -a + kd] \cup [a + kd, b + kd]; \end{cases} \quad (5)$$

– на нескінченності:

$$\sigma_{yy} = -P^\infty, \quad \sigma_{xx} = 0, \quad \tau_{xy} = 0. \quad (6)$$

Тут σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} – компоненти тензора напружень; v – складова вектора переміщень уздовж осі Oy ; P – тиск речовини в зазорі; символами «+», «-» позначено граничні значення функції при прямуванні точки до осі Ox у верхній і нижній півплощинах ($y \rightarrow \pm 0$).

Для опису поведінки речовини в газоподібному і рідкому станах, а також процесу фазового переходу приймемо за базове рівняння Ван дер Ваальса стану реального газу [6]

$$\left(P + n^2 \frac{a_g}{V^2}\right)(V - nb_g) = nRT, \quad (7)$$

де T – абсолютна температура; V і n – об'єм і кількість газу (в молях), які припадають на одиницю довжини зазору в поздовжньому напрямку; a_g , b_g – константи Ван дер Ваальса, що мають різні значення для різних газів.

На рис. 2 ділянка $1-2$ відповідає газоподібному стану, $5-6$ – рідині. Ділянки $2-3$ і $4-5$ – це метастабільні стани, які описують перенасичену пару і перегріту рідину. Ділянка $3-4$ не описує ніякого реального стану речовини. Експериментальні ізотерми замість S -подібної кривої $2-3-4-5$ мають горизонтальний відрізок $2-5$, якому відповідає тиск насиченої пари P_s . Точки цього відрізка описують рівноважний стан між рідкою і газоподібною фазами. Тому для опису стану міжконтактної речовини будемо використовувати ізотерми вигляду $1-2-5-6$, які отримуються із ізотерм рівняння (7) заміною кривої $2-3-4-5$ відрізком $2-5$.

Методика розв'язування задачі. Використовуючи метод комплексних потенціалів Колосова – Мухелішвілі [7], напруження і переміщення у контактуючих півплощинах D_n , $n = 1, 2$, подамо у вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} - i\tau_{xy} &= \Phi_n(z) - \Phi_n(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'_n(z)} - P^\infty, \quad z \in D_n, \\ 2G_n(u' + iv') &= \alpha_n \Phi_n(z) + \Phi_n(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'_n(z)} + \frac{3 - \alpha_n}{4} P^\infty, \\ &z \in D_n, \quad n = 1, 2, \end{aligned} \quad (8)$$

де $\Phi_n(z)$ – голоморфні в D_n функції, що прямують до нуля на нескінченності; $\alpha_n = 3 - 4\nu_n$; G_n , ν_n – відповідно модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу півплощини D_n , $n = 1, 2$. Подання (8) задовольняють умови (6) на нескінченності.

Задовольнивши за допомогою виразів (8) контактнo-крайові умови (1), (2), (4), (5), приходимо до послідовності задач лінійного спряження, розв'язавши які знайдемо комплексні потенціали

$$\begin{aligned} \Phi_n(z) &= \frac{(-1)^{3-n}}{\pi K} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-a+kd}^{a+kd} \frac{h'(t)}{t-z} dt - \int_{-b+kd}^{b+kd} \frac{r'(t)}{t-z} dt \right\}, \\ &z \in D_n, \quad n = 1, 2, \end{aligned} \quad (9)$$

де

$$K = \frac{4(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{4(1 - \nu_2^2)}{E_2},$$

$h(x)$ – висота зазорів.

Враховуючи періодичність функцій $h(x)$ і $r(x)$ та формулу підсумування $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{z - kd} = \frac{\pi}{d} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi z}{d}\right)$, комплексні потенціали (9) запишемо так:

$$\Phi_n(z) = \frac{(-1)^{3-n}}{dK} \left(\int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi(t-z)}{d}\right) dt - \int_{-b}^b r'(t) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi(t-z)}{d}\right) dt \right). \quad (10)$$

Задовольнивши за допомогою подань (8), (10) контактнo-крайову умову (3), отримаємо сингулярне інтегральне рівняння (СІР) з ядром Гільберта відносно функції $h'(x)$:

$$\begin{aligned} \frac{2}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt = K(P^\infty - P) + \\ + \frac{2}{d} \int_{-b}^b r'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt. \end{aligned} \quad (11)$$

Висота зазору в крайніх його точках дорівнює нулеві:

$$h(-a) = h(a) = 0. \quad (12)$$

Внаслідок гладкості виїмок береги зазорів плавно змикаються. Тому похідна від висоти зазору в точках змикання повинна задовольняти умову

$$h'(-a) = h'(a) = 0. \quad (13)$$

Провівши заміну змінних

$$\xi = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{d} \right), \quad \eta = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi t}{d} \right), \quad \alpha = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi a}{d} \right), \quad \beta = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi b}{d} \right), \quad (14)$$

СІР (11) з ядром Гільберта трансформуємо у СІР з ядром Коші:

$$2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{d}{1 + \xi^2} K(P^\infty - P) + 2 \int_{-\beta}^{\beta} \frac{r'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta, \quad x \in [-\beta, \beta]. \quad (15)$$

Умови (12), (13) у нових змінних мають вигляд

$$h'(-\alpha) = h'(\alpha) = 0, \quad h(-\alpha) = h(\alpha) = 0. \quad (16)$$

Отже, сформульовану задачу зведено до СІР (15) відносно похідної $h'(\eta)$ від висоти просвіту.

Для подальшого дослідження контактної взаємодії тіл з регулярним рельєфом необхідно конкретизувати форму виїмок. Нехай вона описується

функцією $r(x) = A \left[1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi x}{d} \right)}{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi b}{d} \right)} \right]^{3/2}$, яка у нових змінних має вигляд

$r(\xi) = A \left(1 - \frac{\xi^2}{\beta^2} \right)^{3/2}$, де $A = r(0)$ – максимальна висота виїмки, $A \ll b$. Тоді рівняння (15) набуває вигляду

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = R(\xi), \quad \xi \in [-\alpha, \alpha], \quad (17)$$

де $R(\xi) = \frac{dK(P^\infty - P)}{\pi(1 + \xi^2)} + \frac{6A}{\beta} \left(\frac{\xi^2}{\beta^2} - \frac{1}{2} \right)$.

Згідно з теорією сингулярних інтегральних рівнянь, рівняння з ядром Коші може мати необмежений або обмежений на кінцях відрізка інтегрування розв'язок. Відповідно до першої з умов (16) обмежений розв'язок рівняння (17), визначений за формулою

$$h'(\xi) = -\frac{\sqrt{\xi^2 - \alpha^2}}{2\pi} \int \frac{R(\eta)}{\sqrt{\eta^2 - \alpha^2} (\eta - \xi)} d\eta,$$

має вигляд

$$h'(\xi) = \frac{dK(P^\infty - P)}{2\pi\sqrt{\alpha^2 + 1}} \frac{\xi\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{1 + \xi^2} - \frac{3A}{\beta^3} \xi\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (18)$$

Інтегруючи функцію (18), з урахуванням умов (16) знаходимо висоту зазору:

$$h(\xi) = \frac{A}{\beta^3} (\alpha^2 - \xi^2)^{3/2} + \frac{dK(P^\infty - P)}{2\pi} \left[\frac{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} - \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) \right]. \quad (19)$$

Обмежений розв'язок рівняння (17) існує при виконанні додаткової умови на його праву частину:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{R(\xi) dt}{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}} = 0,$$

з якої отримаємо

$$\frac{3A\pi}{\beta} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) - \frac{dK}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} (P^\infty - P) = 0. \quad (20)$$

Підставляючи висоту зазору (19) у формулу для визначення його об'єму $V = \int_{-a}^a h(x) dx \equiv \frac{d}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h(\xi)}{1 + \xi^2} d\xi$, отримаємо

$$V = \frac{K(P^\infty - P)}{2\pi} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} - \frac{1}{2} \ln(\alpha^2 + 1) \right] + \frac{A}{d\beta^3} \left[(\alpha^2 + 1)^{3/2} - \frac{3}{2} \alpha^2 - 1 \right]. \quad (21)$$

Функція висоти міжконтактного зазору $h(x)$ (19), через яку за формулами (8), (10) виражаються напруження і похідні від переміщень у півплощинах D_1 і D_2 , містить дві невідомі величини – півдовжину зазору a і тиск його заповнювача P . Для їх знаходження використаємо систему двох трансцендентних рівнянь: рівняння (20) і рівняння, яке отримуємо з рівняння стану (7) після підстановки в нього об'єму заповнювача (21).

Використовуючи першу з рівностей (8) і співвідношення (10), визначаємо контактний тиск поверхонь $P(x) = -\sigma_{yy}(x, 0)$:

$$P(\xi) = P^\infty - \frac{2\pi(1 + \xi^2)}{K} \left[\frac{[3A(\beta^2 - \alpha^2)/2 - |\xi|\sqrt{\xi^2 - \alpha^2}]}{\beta^3} + \frac{3A}{2\beta} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) \times \left(\frac{|\xi|\sqrt{\xi^2 - \alpha^2} + \sqrt{\alpha^2 + 1}}{1 + \xi^2} - 1 \right) \right], \quad \alpha < |\xi| < \beta,$$

$$P(\xi) = P^\infty - \frac{2\pi(1 + \xi^2)}{K} \left[\frac{[3A(\beta^2 - \alpha^2)/2 + |\xi|(\sqrt{\xi^2 - \beta^2} - \sqrt{\xi^2 - \alpha^2})]}{\beta^3} + \frac{3A}{2\beta} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) \left(\frac{|\xi|\sqrt{\xi^2 - \alpha^2} + \sqrt{\alpha^2 + 1}}{1 + \xi^2} - 1 \right) \right], \quad |\xi| \geq \beta. \quad (22)$$

Аналіз числових результатів. Числові розрахунки виконано для випадку контакту півпростору з каучуку, коефіцієнт Пуассона якого $\nu = 0.47$, а модуль Юнга $E_2 = 8$ МПа, з абсолютно жорсткою півплощиною (з $E_1 = \infty$).

Виїмки розміщені вздовж межі з періодом $d = 1$ м. Ширина і максимальна висота кожної з виїмок становить відповідно $2b = 0.6$ м і $A = 0.01$ м. Зазори заповнені водяною парою, константи Ван дер Ваальса якої $a_g = 0.55$ Дж · м³/моль, $b_g = 3.05 \cdot 10^{-5}$ м³/моль. Кількість газу в зазорі $n = 1.2 \cdot 10^{-3}$ моль. Контактну поведінку системи проаналізовано для трьох різних температур $T = 290, 358, 380$ К.

На рис. 3 проілюстровано залежність ширини зазору a від зовнішнього тиску. На кривих точки **1** і **2** відповідають початку та завершенню процесу фазового переходу газу в рідину для температури $T = 290$ К, точки **3** і **4** – для температури $T = 358$ К, а точки **5** і **6** – для температури $T = 380$ К. У точках **2, 3, 4, 5, 6** графіки мають яскраво виражені зломи. У точці **1** графік теж має злом, проте він малопомітний.

Бачимо, що ширина зазорів є практично однаковою для вибраних температур, якщо зовнішнє навантаження змінюється у такому діапазоні, що при кожному розглядуваному значенні температури заповнювач зазорів знаходиться в одному і тому ж фазовому стані. Проте ширина зазорів для різних температур може значно відрізнятись на ділянках навантаження, де відбувається фазовий перехід газу в рідину хоча би при одній з вибраних температур. Наприклад, при зовнішньому тиску $P^\infty = 1.125 \cdot 10^5$ Па (штрихова вертикальна лінія на рис. 3) ширина зазору для температури $T = 358$ К перевищує у 4.5 разів ширину зазору для температури $T = 290$ К. Зазначимо, що після переходу заповнювача в рідкий стан графіки залежності ширини зазору a від зовнішнього тиску P^∞ стають майже горизонтальними. Це свідчить про те, що фазовий перехід «газ – рідина» зумовлює значне збільшення опору заповнювача закриттю зазорів.

На рис. 4 зображено залежність об'єму зазору V від зовнішнього тиску P^∞ при різних температурах (тут і далі на рис. 6 та рис. 7 фізичний зміст точок **1–6** на графіках такий же, як і на рис. 3). На етапі фазового переходу об'єм зазору майже лінійно залежить від навантаження. Після завершення фазового переходу об'єм зазору істотно зменшується, а його залежність від зовнішнього тиску на графіку зображається практично горизонтальною лінією. Це означає, що після переходу заповнювача в рідину її стисливість неістотно впливає на поведінку спряження, і рідину в інженерних розрахунках можна вважати нестисливою.

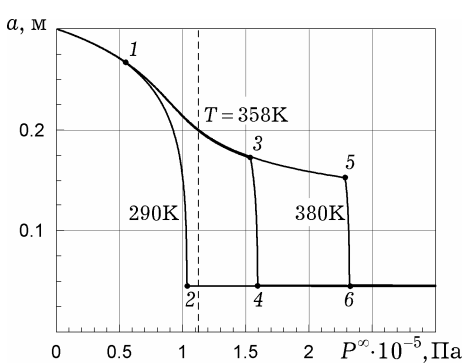


Рис. 3

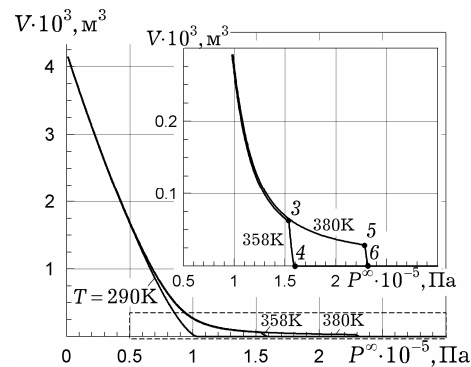


Рис. 4

На рис. 5 показано графіки розподілу контактного тиску на межі тіл вздовж півперіоду $[0, 0.5$ м] при температурі $T = 290$ К для навантажень $P^\infty = 0.3 \cdot 10^5$ Па (крива 1), $P^\infty = 0.9 \cdot 10^5$ Па (крива 2) і $P^\infty = 1.5 \cdot 10^5$ Па (крива 3), при яких у зазорі знаходяться відповідно газ, насичена пара і рідина. Горизонтальна ділянка вздовж відрізка $[0, 0.2848$ м] кривої 1 описує сталий

тиск газу $P = 0.0112 \cdot 10^5$ Па в зазорі, вздовж відрізка $[0, 0.2055 \text{ м}]$ кривої 2 – сталий тиск насиченої пари $P = 0.0194 \cdot 10^5$ Па, а вздовж відрізка $[0, 0.0452 \text{ м}]$ кривої 3 – сталий тиск рідини $P = 0.5116 \cdot 10^5$ Па. При переході від зазору до безпосереднього контакту меж тіл тиск змінюється неперервно, тобто в точках $x = \pm a$, де змикаються межі тіл, їх тиск дорівнює тиску заповнювача зазору. При віддаленні від зазору контактний тиск спочатку збільшується, досягаючи максимуму в крайніх точках виїмки $x = \pm 0.3 \text{ м}$, а при віддаленні від виїмки контактний тиск монотонно спадає, набуваючи локального мінімуму в точках $x = \pm 0.5 \text{ м}$, що ділять навпіл ділянку між виїмками. Наявність піку в крайніх точках виїмки властива розподілу контактного тиску незалежно від зовнішнього навантаження і фазового стану заповнювача зазору.

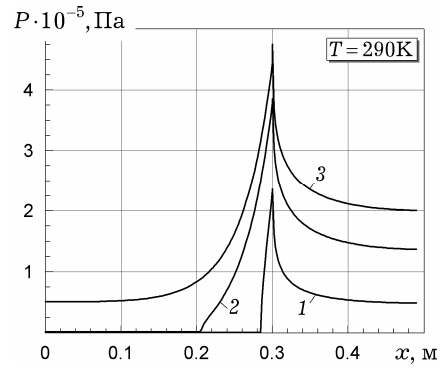


Рис. 5

Зумовлене поодинокую виїмкою збурення переміщень v у півплощинах прямує до нуля на нескінченності. Проте інтегральний вплив періодичної системи виїмок проявляється у тому, що на великих відстанях від поверхні контакту (при $y \rightarrow \infty$) у напрямі дії прикладених зусиль P^∞ виникає додаткове зближення матеріалів тіл [2]

$$\Delta v^\infty = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} (r(x) - h(x)) dx.$$

Залежність контактної податливості тіл Δv^∞ від навантаження P^∞ за температур $T = 290, 358, 380 \text{ К}$ зображено на рис. 6. Бачимо, що контактне зближення збільшується з ростом зовнішнього навантаження, а при фіксованому навантаженні збільшення температури зумовлює зменшення зближення. Перепад контактної податливості на початку та в кінці фазового переходу зменшується зі зростанням температури.

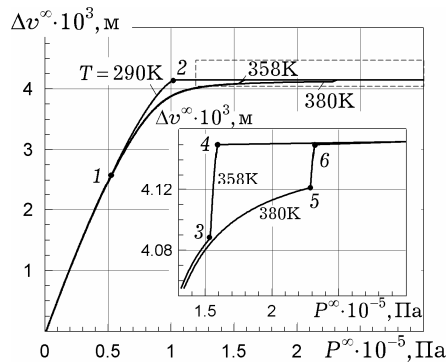


Рис. 6

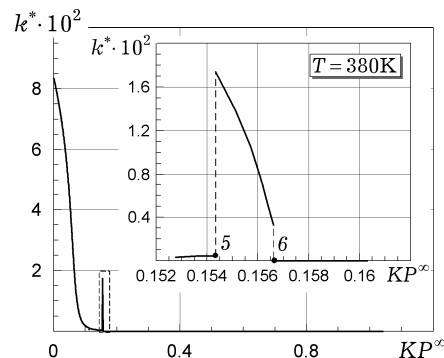


Рис. 7

Залежність контактної податливості тіл [2] $k^* = \frac{d(\Delta v^\infty)}{dP^\infty}$ від зовнішнього навантаження P^∞ при температурі $T = 380 \text{ К}$ зображено на рис. 7. Зі збільшенням зовнішнього тиску контактна податливість тіл спочатку монотонно зменшується. На початку та в кінці фазового переходу контактна податливість має стрибки. Після завершення фазового переходу графік залежності k^* від P^∞ стає практично горизонтальною лінією.

Висновки. Досліджено контакт двох пружних ізотропних півплощин із різних матеріалів, межа однієї з яких має періодичну систему виїмок однакової форми, коли міжконтактні зазори заповнені реальним газом, стан якого описується рівнянням Ван дер Ваальса. Ширина зазорів та тиск газу заздалегідь невідомі та змінюються разом з навантаженням. Сформульовану контактну задачу зведено до системи трьох рівнянь – сингулярного інтегрального рівняння відносно висоти зазорів і двох трансцендентних рівнянь відносно ширини зазорів і тиску газу. На основі побудованого розв'язку цієї системи досліджено залежності геометричних параметрів зазорів, контактного тиску та контактного зближення тіл від прикладеного навантаження та температури. Виявлено різку зміну характеру залежності ширини й об'єму зазорів, контактного зближення і контактної податливості від зовнішнього навантаження на початку і в кінці фазового переходу.

1. *Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M.* Влияние газожидкостного заполнителя межконтактного пространства на напряженное состояние сопряженных тел // Прикл. механика. – 2003. – **39**, № 3. – С. 52–60.
Te same: *Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M.* The effect of a fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, No. 3. – P. 292–299.
2. *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Взаимодействие упругих тел с периодическим рельефом при наличии жидкостных мостиков в межконтактных зазорах // Теорет. и прикл. механика. – 2013. – Вып. 7 (53). – С. 45–52.
3. *Кузнецов Е. А.* О контакте шероховатых тел при наличии сжимаемой смазки // Прикл. механика. – 1988. – **24**, № 12. – С. 85–94.
Te same: *Kuznetsov E. A.* Contact of rough bodies in the presence of a compressible lubricant // Soviet Appl. Mech. – 1988. – **24**, No. 12. – P. 1217–1225.
4. *Мартыняк Р. М.* Контакт півпростору з нерівною основою при заповненому ідеальним газом міжконтактному зазорі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41**, № 4. – С. 144–149.
Te same: *Martynyak R. M.* The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // J. Math. Sci. – 2001. – **107**, No. 1. – P. 3680–3685.
5. *Мартыняк Р. М.* Контактна взаємодія двох півпросторів при наявності поверхневої виїмки, частково заповненої нестисливою рідиною // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1990. – **26**, № 2. – С. 91–94.
Te same: *Martynyak R. M.* Contact interaction between two half-spaces in the presence of a surface recess partially filled with an incompressible liquid // Soviet Mater. Sci. – 1990. – **26**, No. 2. – P. 205–208.
6. *Мачишин І. М., Мартыняк Р. М.* Контакт пружного півпростору і жорсткої основи з виїмкою, заповненою газом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2000. – **43**, № 4. – С. 103–107.
7. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 707 с.
Te same: *Muskhelishvili N. I.* Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. – Groningen: Springer, 1977. – 732 p.
8. *Block J. M., Keer L. M.* Periodic contact problems in plane elasticity // J. Mech. Mater. Struct. – 2008. – **3**, No. 7. – P. 1207–1237.
9. *Chumak K. A., Malanchuk N. I., Martynyak R. M.* Partial slip contact problem for solids with regular surface texture assuming thermal insulation or thermal permeability of interface gaps // Int. J. Mech. Sci. – 2014. – **84**. – С. 138–146.
10. *Kuznetsov E. A.* Effect of fluid lubricant on the contact characteristics of rough elastic bodies in compression // Wear. – 1985. – **102**, No. 3. – P. 177–194.
11. *Slobodian B., Chumak K., Martynyak R.* Mechanical and thermal effect of a filler of intercontact gaps on contact between two semi-infinite solids with microtextured surfaces // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2013. – Вып. 17. – С. 168–174.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ УПРУГИХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЖДУ НИМИ ПЕРИОДИЧЕСКИ РАСПОЛОЖЕННЫХ ЗАЗОРОВ, ЗАПОЛНЕННЫХ РЕАЛЬНЫМ ГАЗОМ

Смоделировано контактное взаимодействие двух полубесконечных упругих тел при наличии в межповерхностных зазорах, обусловленных периодической системой выемок на поверхности одного из тел, реального газа. Его состояние описывается уравнением Ван дер Ваальса, которое дает возможность учитывать фазовый переход газа в жидкость. Сформулированная контактная задача сведена к сингулярному интегральному уравнению с ядром Гильберта относительно высоты зазоров, которое трансформировано в сингулярное интегральное уравнение с ядром Коши и решено аналитически. Из условия ограниченности решения этого уравнения и из уравнения Ван дер Ваальса получена система трансцендентных уравнений для определения длины зазоров и давления газа. Проанализированы зависимости длины зазоров, давления газа, контактного сближения и контактной податливости тел от нагрузки.

INTERACTION BETWEEN TWO ELASTIC BODIES IN THE PRESENCE OF PERIODICALLY ARRANGED INTERFACE GAPS FILLED WITH A REAL GAS

Contact interaction between two elastic semi-infinite bodies in the presence of a real gas in interface gaps, which are caused by a periodic array of grooves on the surface of one of the bodies, is modeled. The gas state is described by the van der Waals equation that makes possible to take into account the phase transition from gas to liquid. The formulated contact problem is reduced to a singular integral equation with Hilbert kernel for a height of the gaps, which is transformed into a singular integral equation with the Cauchy kernel and is solved analytically. To determine a length of the gaps and a gas pressure, a system of transcendental equations is obtained from the condition of boundedness of a solution of this singular integral equation and from the van der Waals equation. The dependences of the length of the gaps, the gas pressure, the average normal displacement and contact compliance of the bodies on the applied load are analyzed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
28.10.14