УДК 539.3

Н. А. Гук, Н. І. Ободан

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК

Розглядається обернена задача теорії оболонок у варіаційній постановці, функціонал оберненої задачі подається у дискретній формі. Пошук розв'язку оберненої задачі здійснюється у два етапи: формується початкове наближення, яке потім уточнюється з використанням ґрадієнтного методу. Розв'язання прямих задач теорії оболонок здійснюється з використанням методу продовження за параметрами.

Вступ. Проблема побудови й мінімізації функціонала-нев'язки виникає кожного разу, коли для формулювання оберненої задачі застосовують варіаційну постановку [1] і зводять її до задачі мінімізації функціонала, який являє собою середньоквадратичне відхилення виміряних і розрахованих з використанням математичної моделі характеристик напружено-деформованого стану тонкостінної системи.

Для побудови функціонала передбачається наявність ефективного методу розв'язання прямої задачі. Для знаходження елемента, який мінімізує цей функціонал, можуть бути використані як методи пошуку, які полягають у переборі всіх допустимих значень невідомих параметрів у випадку їх незначної кількості і наявності апріорної інформації про них, так і різні варіанти ґрадієнтних методів, у яких організовано спрямований пошук [1], а за початкове наближення вибирається деякий відомий розв'язок задачі.

При використанні ґрадієнтних методів знаходження ґрадієнта функціонала-нев'язки найчастіше є досить серйозною обчислювальною задачею. Одним із способів одержання аналітичного подання ґрадієнта функціонала-нев'язки в явній формі є перехід до формулювання спряженої задачі [7], у цьому випадку вираз ґрадієнта функціонала-нев'язки може бути отримано у вигляді інтегралів від розв'язків прямої і спряженої задач. У роботі [11] запропоновано метод одержання аналітичних виразів для компонент ґрадієнта функціонала-нев'язки за окремими складовими вектора параметрів у припущенні, що частина з них є фіксованими.

Однак при одночасній ідентифікації великої кількості параметрів особливістю сформованого функціонала-нев'язки є те, що утворена ним поверхня може мати декілька локальних мінімумів і максимумів або «яроподібну» форму, а в околі точки глобального мінімуму вона може бути «пологою».

Оскільки у цьому випадку найпоширеніші ґрадієнтні методи не дають надійного результату, то необхідна розробка стратегії мінімізації, яка враховувала би характер поведінки функціонала оберненої задачі, а також дозволила би досягти його глобального мінімуму. У сучасних дослідженнях для числового розв'язання таких задач пропонується підхід, що полягає у використанні апарата карлеманівських оцінок і зведенні оберненої задачі до серії задач мінімізації для строго опуклих функціоналів [6].

Останнім часом для розв'язання задач багатовимірної оптимізації застосовують генетичні алгоритми [2, 8] і нейронні мережі [9, 10], що дозволяє знаходити глобальний екстремум у випадку складного рельєфу функції. При цьому не вимагається жодної апріорної інформації про цільову функцію і її початкове наближення. Однак недостатня теоретична обґрунтованість і повільна збіжність згаданих алгоритмів, яка пов'язана з великими обчислювальними витратами, необхідними для отримання значень функціонала, стримує їхнє застосування для розв'язання обернених задач.

У цій роботі розвивається підхід до розв'язання оберненої задачі у варіаційній постановці, який поєднує ефективні засоби одержання розв'язку прямої і оберненої задач. Так, при розв'язанні прямих задач теорії оболонок пропонується використовувати метод продовження за параметром зі зміною параметра продовження при наближенні до особливої точки. При розв'язанні оберненої задачі пропонується сформувати функціонал-нев'язку в просторі деяких узагальнених параметрів, виконати попередній аналіз характеру поведінки функціонала і визначити глобальний мінімум з метою побудови початкового наближення шуканого розв'язку. Для визначення дійсного розв'язку в багатовимірному просторі дискретних параметрів задачі пропонується використання методу ґрадієнтного пошуку (методу Ньютона).

Постановка задачі. Розглядаємо задачу про визначення невідомих функцій $H(X)$ оберненої задачі за відомими результатами спостереження за деформуванням тонкостінної циліндричної оболонки, отриманими за допомогою вимірювання характерних параметрів напружено-деформованого стану. Невідомими функціями оберненої задачі можуть бути:

– функції, що описують геометричну модель оболонки;
– функції, що характеризують жорсткість опорного контуру оболонки;
– функції, що описують комплекс навантажень;
– функції, що описують граничний і внутрішні контури області Ω, яку займає оболонка;
– функції, що характеризують фізико-механічні і теплофізичні властивості матеріалу оболонки.

Математична модель прямої і оберненої задачі теорії оболонок. Для опису процесу деформування тонкостінної оболонки використовуємо систему нелінійних диференціальних рівнянь із частинних похідними, побудовану з урахуванням нелінійних геометричних співвідношень теорії пологих оболонок:

$$G(U(X,H),\, H(X)) = 0 \tag{1}$$

з граничними умовами

$$L_\Gamma(U(X,H),\, H(X)) = 0\,, \tag{2}$$

де $X = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ – вектор просторових координат; $G(\cdot)$, $L_\Gamma(\cdot)$ – задані диференціальні оператори, що діють в області Ω, яку займає оболонка, і на контурі Γ області Ω відповідно; $U(X,H)$ – вектор-функція переміщень у напрямках ξ_1, ξ_2, ξ_3.

Функції $H(X)$ є невідомими, інформацією для їхнього визначення служать вимірювані на поверхні тіла в точках γ_k значення компонент вектора деформацій $\varepsilon(U)$:

$$\varepsilon(U)\big|_{\gamma_k} = \varepsilon^*, \qquad \varepsilon = \{\varepsilon_{ij}\}, \qquad i,j = 1,2, \qquad k = 1,\dots,N\,,$$

де N – кількість точок вимірювання.

Компоненти вектора деформацій можуть бути отримані з геометричних співвідношень теорії оболонок шляхом підстановки в них компонент вектор-функції переміщень $U(X)$.

Для визначення невідомої вектор-функції $H(X)$ оберненої задачі використовуємо умову мінімуму середньоквадратичного відхилення між виміряними та обчисленими з використанням математичної моделі прямої задачі (1), (2) значеннями деформацій:

$$H = \arg\inf_{H} \rho(H)\,, \tag{3}$$

$$\rho(H) = \sum_{k=1}^{N} \left(\varepsilon(H)_{\gamma_k} - \varepsilon^*_{\gamma_k}\right)^2, \qquad H \in \overline{\mathcal{H}}, \qquad \varepsilon(H) \in \overline{\mathcal{E}}\,.$$

Тут $\bar{\mathcal{H}}$ – область зміни невідомих функцій оберненої задачі, яка визначається їх фізичним змістом; $\bar{\mathcal{E}}$ – множина можливих деформованих станів оболонки.

Метод розв'язування прямої і оберненої задач. Передбачається, що функціонал задачі (3) можна подати у вигляді

$$\rho(H) = \rho(H_0, H_1, \ldots, H_M, \mu),$$

де H_i – невідомі функції; μ – малий параметр, $\mu = \|\Delta H\|_{W_{2,\Omega}}$, $\mu < 1$; ΔH – приріст невідомої функції оберненої задачі; $W_{2,\Omega}$ – функціональний простір Соболєва.

У роботі [3] показано, що, якщо для норм приростів невідомої функції оберненої задачі виконується умова

$$\|\Delta H\|_{W_{2,\Omega}} \le \mu \|H_0\|_{W_{2,\Omega}}, \qquad \mu < 1, \tag{4}$$

то розв'язок прямої задачі теорії оболонок буде стійким.

Тепер, якщо покласти

$$H_i = \alpha_i(\mu) H,$$

де $\alpha_i(\mu)$ – деяка асимптотична послідовність, і

$$\rho(H, \mu) = \rho(H_0) + \sum_{m=1}^{M-1} \mu^m \rho_m(H_0, H_1, \ldots, H_M) + o(\mu, H_m),$$

де $\rho_m(H_0, H_1, \ldots, H_M)$ – коефіцієнти розвинення функції $\rho(H, \mu)$ за степенями малого параметра μ, то можна використати зображення

$$\frac{d\rho}{dH} = \frac{\partial \rho}{\partial H_0} + \alpha_1(\mu) \frac{\partial \rho}{\partial H_1} + \ldots.$$

Тоді в нульовому наближенні умова, що дозволяє визначити локальний мінімум функціонала $\rho(H)$ в (3), має вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial H_0} = 0 \tag{5}$$

і дозволяє подати розв'язок задачі (3) таким чином:

$$H_0^* = \arg\min_{H_0} \rho(H_0, \varepsilon^*), \qquad H_0 \in \bar{\mathcal{H}}, \qquad \varepsilon^* \in \bar{\mathcal{E}}. \tag{6}$$

Для забезпечення коректності за А. М. Тихоновим розв'язку сформульованої оберненої задачі (3) необхідним є виконання такої умови: множина $\bar{H}$, на якій шукаємо розв'язок оберненої задачі, повинна бути компактною, тобто функції $H(X)$, що належать цій множині, повинні бути опуклими, рівномірно обмеженими, неперервно й монотонно залежними від розв'язку $U(X, H(X))$ прямої задачі.

Інформація про властивості невідомих функцій дозволяє знайти розв'язок оберненої задачі в заданому класі функцій. Так, невідомі функції, які описують геометричні параметри оболонки, навантаження і фізико-механічні властивості матеріалу, є неперервними функціями, а функції, які описують пружність опорного контуру і внутрішні контури оболонки, є кусково-неперервними.

Далі невідому функцію $H_i(H_0)$ визначаємо за допомогою будь-якого методу локальної оптимізації, наприклад методу Ньютона, з використанням розв'язку задачі (3) як початкового наближення.

При розв'язанні конкретних обернених задач за функцію H_0 можна вибрати будь-яку функцію, яка є близькою до передбачуваного розв'язку оберненої задачі та залежить від двох або трьох параметрів δ_i, $i = 1, 2, 3$. Наприклад, це може бути головний член розвинення невідомої функції в ряд Фур'є, при цьому значення амплітуди та номера головної гармоніки визначаємо з умови (5).

Для побудови розв'язку задачі (6) використовуємо метод продовження за параметрами δ_i так, щоб на кожному кроці виконувалася умова (4). Значення H_0^* знаходимо чисельно, шляхом покрокового за параметрами δ_i обчислення значень функції $\rho(H_0, \varepsilon^*)$ і визначення точок її локальних мінімумів з наступним виділенням серед них глобального.

Розв'язки прямих задач, необхідні для побудови значень функціонала $\rho(H_0, \varepsilon^*)$, визначаємо з використанням математичної моделі прямої задачі (1), (2) і методу скінченних елементів із застосуванням відповідних апроксимацій функцій $U(X)$, $H(X)$ через їхні вузлові значення на введених сітках прямої і оберненої задач. При розв'язуванні прямих задач теорії оболонок будуємо регулярні сітки, а крок дискретизації вибираємо з умов досягнення заданої точності розв'язку. Сітку оберненої задачі будуємо окремо і вона залежить від вигляду невідомої функції $H(X)$.

За відомим початковим станом $U_0(X, H_0)$ і заданим приростом ΔH невідомої функції оберненої задачі прирости вузлових значень переміщень визначаємо з розв'язку системи

$$K(U_0, H_0, \Delta H)\Delta U = R(U_0, H_0),$$

де $U_0 = \{U_{0s}\}$, $\Delta U = \{\Delta U_s\}$, $s = 1, \ldots, S$, − вектори вузлових переміщень і їхні приростів; $H_0 = \{H_{0m}\}$, $\Delta H = \{\Delta H_m\}$, $m = 1, \ldots, M$, − вектори вузлових значень невідомої функції оберненої задачі та їх приростів; $K(U_0, H_0, \Delta H_0)$ − матриця жорсткості; $R(U_0, H_0)$ − вектор правих частин; S, M − кількість вузлів дискретизації невідомих функцій прямої і оберненої задач.

Враховуючи нелінійність вихідної прямої задачі теорії оболонок і можливість існування особливої точки, в околі якої продовження розв'язку може стати неоднозначним, застосовуємо метод продовження за параметром [4], згідно з яким параметр продовження розв'язку в особливій точці можна змінювати.

Вузлові переміщення на кроці t, $t = 1, 2, \ldots$, процесу методу продовження визначаємо у такий спосіб:

$$U_0^t = U_0^{t-1} + \left.\frac{dU}{d\delta_i}\right|_{U=U_0} \Delta\delta_i^t,$$

де

$$\left.\frac{dU}{d\delta_i}\right|_{U=U_0} = -\frac{R}{K}\frac{dH_0}{d\delta_i}, \qquad i = 1, 2.$$

Рух за параметром δ_i при фіксованому значенні параметра δ_j, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$, триває, якщо на попередньому кроці ітераційного процесу продовження розв'язок прямої задачі U_0^{t-1} у точці $\delta^{t-1} = (\delta_1^{t-1}, \delta_2^{t-1})$ є неособливим, тобто виконується умова

$$\det K \neq 0. \tag{7}$$

Коли умова (7) порушується, здійснюємо зміну параметра продовження δ_i^{t-1} шляхом виділення M лінійно незалежних стовпців серед $M+1$ стовпців розширеної матриці K так, щоб виконувалася умова (7). Тоді в околі точки, де $\det K(\delta^{t-1}) = 0$, виконуються всі умови теореми про неявну функцію, і розв'язок можна однозначно продовжити. Реалізація зміни параметра продовження відбувається після повернення в точку δ^{t-2}.

При досягненні компонентами вектора параметрів $H = \{H_m\}$ критичних значень, які викликають порушення умови (7), величини δ_1, δ_2 набувають значень δ_1^{cr}, δ_2^{cr}, а крива, побудована за цими точками, обмежує область єдиності розв'язків прямих задач.

Значення δ_1^*, δ_2^*, які відповідають точці глобального мінімуму функціонала $\rho(H_0, \varepsilon^*)$, дозволяють сформувати вектор $H_0^* = \{H_{0m}^*\}$, який використовуємо в методі локальної оптимізації як початкове наближення.

Щоб одержати розв'язок задачі (3), визначаємо прирости компонент вектора початкового наближення $\{H_{0m}^*\}$ з використанням ітераційної формули методу Ньютона:

$$\Delta H^{(d)} = -Q\big|_{H^{(d-1)}}\, \Delta(H^{(d-1)}), \tag{8}$$

де $Q = (G^\top G)^{-1} G^\top$, $G = \left\| \dfrac{\partial \Delta(H)}{\partial H_j} \right\|$, $j = 1, \ldots, K$; $\Delta(H) = \varepsilon(H) - \varepsilon^*$ – лінеаризована функція-нев'язка; d – номер ітерації методу Ньютона.

Коректність розв'язку оберненої задачі (3) суттєво залежить від кількості та місця розташування точок спостереження γ_k, тому їх вибір необхідно здійснювати при розв'язуванні кожної конкретної оберненої задачі. Вузли скінченноелементної сітки спостережень, які відповідають точкам спостереження γ_k, визначаємо аналогічно до [5] з умови мінімуму функціонала

$$J = \sum_k \left(H - H(\gamma_k)\right)^\top (H - H(\gamma_k)), \tag{9}$$

де $H(\gamma_k)$ – вектор невідомих функцій оберненої задачі, обчислений з використанням при побудові функціонала-нев'язки інформативного вектора спостережень $\rho(H_0, \varepsilon^*)$; H – вектор, який обчислюємо з використанням повного вектора спостережень.

Алгоритмічна процедура розв'язання оберненої задачі. Запропонований ітераційний підхід до розв'язання оберненої задачі теорії оболонок можна описати таким алгоритмом:

1°. Задати вихідний розподіл функції $H(X)$ у вигляді $H(\delta_1, \delta_2) = \varphi(\delta_1, \delta_2)$.

2°. Із застосуванням методу продовження за параметром δ_1 (або δ_2) послідовно сформувати вектор розв'язку прямої задачі U^t, обчислювати значення вектора $\varepsilon\left(X_r, H^t(\delta_1, \delta_2)\right)$ і відповідні значення функції $\rho^t(H(\delta_1, \delta_2), \varepsilon^*)$, де t – номер кроку методу продовження.

3°. На кожному кроці t руху за параметром обчислювати значення функцій:

$$\Delta\rho^t = \rho^t\left(H(\delta_1, \delta_2), \varepsilon^*\right) - \rho^{t-1}\left(H(\delta_1, \delta_2), \varepsilon^*\right),$$

$$\vartheta_1 = \operatorname{sgn} \frac{\Delta\rho^t}{\Delta\rho^{t-1}},$$

$$\vartheta_2 = \operatorname{sgn} \frac{\det K(\delta^t)}{\det K(\delta^{t-1})}.$$

4°. При значенні функції $\vartheta_1 = -1$ зафіксувати точку локального мінімуму (δ_1^z, δ_2^z) функціонала задачі (6), де z − номер точки локального мінімуму функціонала, і зберегти значення $\rho\big(H(\delta_1^z, \delta_2^z), \varepsilon^*\big)$ для наступного використання при визначенні глобального мінімуму функціонала задачі (6).

При значенні функції $\vartheta_2 = -1$ зафіксувати точку $(\delta_1^{\text{cr}}, \delta_2^{\text{cr}})$, у якій розв'язок U^t прямої задачі є особливим, для забезпечення можливості продовження розв'язку здійснити зміну параметра продовження.

При виконанні умов $\vartheta_i = -1$, $i = 1, 2$, необхідно виконати подрібнення кроку з використанням процедури методу половинного ділення до досягнення заданої наперед точності визначення точки екстремуму функціонала задачі (3).

5°. Серед локальних мінімумів функціонала задачі (6) визначити глобальний мінімум, з використанням значень δ_1^*, δ_2^*, які відповідають точці глобального мінімуму, сформувати початкове наближення $H_0^* = \varphi(\delta_1^*, \delta_2^*)$ та вектор $\{H_{0m}^*\}$.

6°. Визначити вектор невідомих оберненої задачі $\{H_m\}$ в ітераційній процедурі методу Ньютона (8) з використанням вектора $\{H_{0m}^*\}$ як початкового наближення.

Аналіз результатів. Запропонований алгоритм був застосований для розв'язання таких обернених задач:

(***I***) − задачі ідентифікації функції циклічно розподіленого нормального до поверхні циліндричної оболонки навантаження при таких значеннях геометричних і механічних параметрів: $L/R = 2$, $R/h = 200$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$ (тут L, R, h − довжина, радіус і товщина оболонки);

(***II***) − задачі ідентифікації умов закріплення, реалізованих на граничному контурі циліндричної оболонки при значеннях $L/R = 4$, $R/h = 100$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$).

Значення ε^* було отримане з розв'язку прямих задач деформування циліндричних оболонок: для ***задачі*** (***I***) розглядали оболонку, що перебуває під дією зовнішнього тиску, розподіл якого описується залежністю $H = 0.7(0.5 + 0.5\cos 3\xi_2)$; для ***задачі*** (***II***) розглядали оболонку, що перебуває під дією рівномірного зовнішнього тиску, а на граничних контурах якої реалізовані змішані умови закріплення (криволінійний контур розділено на чотири області, на яких чергуються умови жорсткого защемлення і вільного краю).

При розв'язанні обернених задач за функції H_0 вибрано залежність вигляду

$$H_0(\delta_1, \delta_2) = \delta_1(a + b\cos\delta_2\xi_2), \qquad a + b = 1 .$$

Узагальнений параметр δ_1 у задачі ідентифікації функції навантаження характеризує рівень діючого навантаження, а в задачі ідентифікації умов закріплення граничного контуру − відносну жорсткість опорного контуру ($\delta_1 = k/k_{\text{fix}}$; k − коефіцієнт жорсткості опорного контуру; k_{fix} − значення цього ж коефіцієнта, яке відповідає жорсткому защемленню опорного контуру оболонки); узагальнений параметр δ_2 характеризує змінюваність невідомої функції оберненої задачі; a, b − параметри апроксимації.

На рис. 1 і рис. 2 лінії рівнів зображають функціонали-нев’язки $\rho(H(\delta_1, \delta_2), \varepsilon^*)$ задачі (6). Рис. 1 відповідає задачі ідентифікації функції циклічно розподіленого нормального до поверхні оболонки навантаження, рис. 2 – задачі ідентифікації функції жорсткості криволінійної кромки циліндричної оболонки. Функціонали побудовано в області зміни значень узагальнених параметрів δ_1, δ_2. На рис. 1 крива, що обмежує область зміни значень параметрів δ_1, δ_2, описує границю області, де розв’язки прямих задач є неособливими.

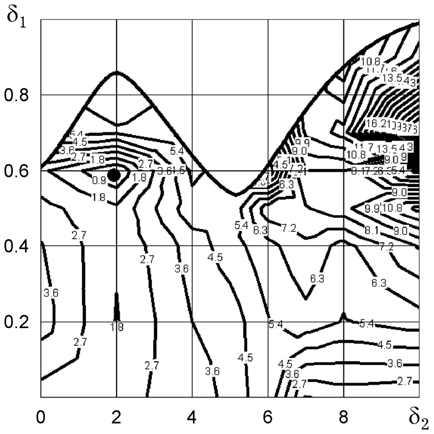

Рис. 1. Функціонал задачі ідентифікації функції циклічно розподіленого нормального тиску.

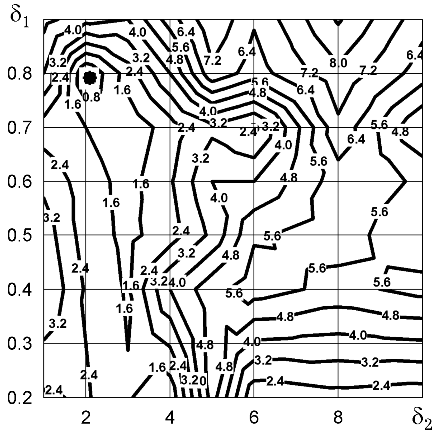

Рис. 2. Функціонал задачі ідентифікації функції жорсткості криволінійної кромки циліндричної оболонки.

Аналізуючи вигляд наведених функціоналів, можна відзначити, що функціонал-нев’язка, побудований для випадку ідентифікації функції навантаження, є багатоекстремальним. Функціонал-нев’язка, який відповідає задачі ідентифікації функції жорсткості опорного контуру, є унімодальним і при цьому в околі точки мінімуму має «яроподібний» характер.

З використанням запропонованого алгоритму було визначено точки глобальних мінімумів побудованих функціоналів (на рис. 1, рис. 2 точки глобальних мінімумів функціоналів позначено маркерами), а відповідні цим точкам значення параметрів δ_1^*, δ_2^* було вибрано для формування вектора початкового наближення $\{H_{0m}^*\}$.

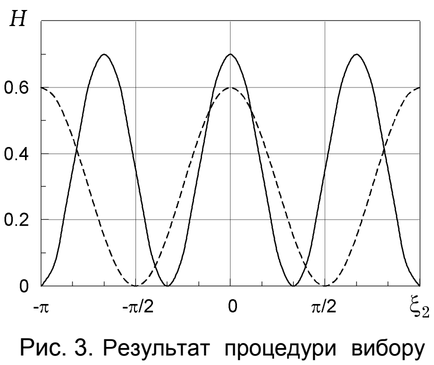

Рис. 3. Результат процедури вибору початкового наближення.

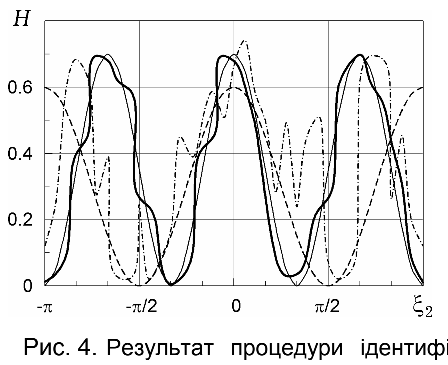

Рис. 4. Результат процедури ідентифікації циклічно розподіленого нормального тиску.

На рис. 3 наведено результати процедури визначення початкового наближення H_0 для задачі ідентифікації функції зовнішнього навантаження.

Штриховою лінією позначено початкове наближення H_0^*, значення параметрів δ_1^*, δ_2^* для якого отримано в результаті мінімізації функціонала-нев'язки задачі (6), суцільною лінією − дійсний розподіл невідомої функції оберненої задачі.

На рис. 4 наведено результати, які ілюструють збіжність ітераційної процедури (8) методу Ньютона. Штриховою лінією позначено початкове наближення, штрих-пунктирна лінія відповідає результату першої ітерації, вигляд розв'язку, отриманий після виконання трьох ітерацій, позначено суцільною жирною лінією, дійсний розподіл − суцільною тонкою лінією).

Оскільки загальною властивістю неосесиметричних напружено-деформованих станів оболонок є їхня істотна нелінійність, було досліджено вплив рівня навантаження на процедуру відновлення. Встановлено, що для методу Ньютона при визначенні початкового наближення з урахуванням властивостей функціонала $\rho(H_0, \varepsilon^*)$ похибка результату відновлення невідомої функції не перевершує 4÷7% при фіксованій кількості кроків незалежно від рівня навантаження. Однак зі збільшенням рівня навантаження кількість кроків ітераційної процедури (8), необхідних для досягнення заданої точності, збільшується.

На рис. 5, рис. 6 наведено аналогічні результати для задачі ідентифікації функції жорсткості опорного контуру. Рис. 5 ілюструє результат процедури вибору початкового наближення, рис. 6 − результат ітераційної процедури методу Ньютона. Суцільною жирною лінією позначено результат ідентифікації, отриманий після виконання п'яти ітерацій.

Аналіз отриманих залежностей показує, що вибір параметрів початкового наближення дозволяє одержати розподіл з інтегральними характеристиками, близькими до дійсної залежності, яка описує характер зміни невідомої функції. Ітераційний процес уточнення невідомих функцій, організований з використанням вибраного початкового наближення, є збіжним. Слід зазначити, що результати перших ітерацій процедури (8) здійснюють коливальні рухи поблизу початкового наближення, однак зі збільшенням номера ітерації осцилюючий характер поведінки розв'язку змінюється, спостерігається збіжність до дійсного розподілу невідомої функції оберненої задачі.

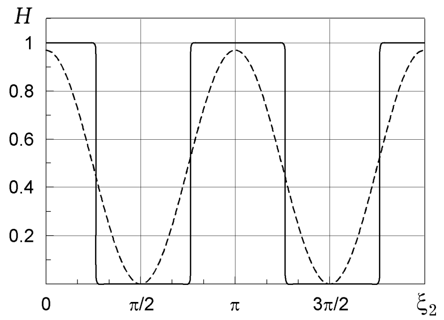

Рис. 5. Результат процедури вибору початкового наближення.

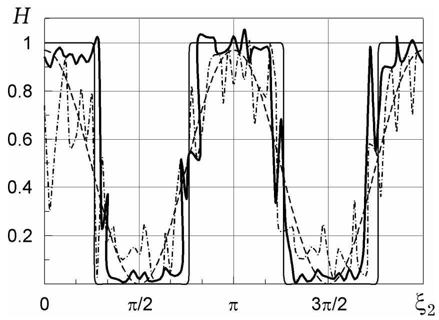

Рис. 6. Результат ідентифікації функції жорсткості опорного контуру замкнутої оболонки.

Таким чином, з використанням запропонованого підходу процедура ідентифікації невідомої функції здійснюється у два етапи. Вибір початкового наближення, «близького» до дійсної залежності, забезпечує збіжність ітераційної процедури методу Ньютона.

Висновки. У роботі сформульовано і реалізовано ітераційний алгоритм розв'язання оберненої задачі теорії оболонок, який поєднує метод глобальної оптимізації у просторі станів, що характеризуються узагальненими параметрами, і метод локальної оптимізації у багатовимірному просторі дискретних параметрів цих розв'язків. Простір можливих деформованих станів оболонки будується за допомогою методу продовження за узагальненими параметрами зі зміною параметрів продовження в особливих точках.

1. *Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В.* Экстремальные методы решения некорректных задач. – Москва: Наука, 1988. – 288 с.
2. *Баранов И. В., Ватульян А. О., Соловьев А. Н.* Об одном генетическом алгоритме и его применении в обратных задачах идентификации упругих сред // Вычисл. технологии. – 2006. – **11**, № 3. – С. 14–26.
3. *Ворович И. И.* Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек. – Москва: Наука, 1989. – 373 с.
4. *Григолюк Э. И., Шалашилин В. И.* Проблемы нелинейного деформирования: метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. – Москва: Наука, 1988. – 232 с.
5. *Гук Н. А.* О выборе точек наблюдения при идентификации // Проблеми обчисл. механіки і міцності конструкцій. – 2011. – Вип. 17. – С. 97–104.
6. *Клибанов М. В.* Единственность в «целом» обратных задач для одного класса дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 1984. – **20**, № 11. – С. 1947–1953.
7. *Сергиенко И. В., Дейнека В. С.* Системный анализ многокомпонентных распределенных систем. – Киев: Наук. думка, 2009. – 639 с.
8. *Chiroiu C., Munteanu L., Chiroiu V., Delsanto P. P., Scalerandi M.* A genetic algorithm for determination of the elastic constants of a monoclinic crystal // Inverse Probl. – 2000. – **16**. – P. 121–132.
9. *Gardner G. C., O'Leary M. E., Hansen S., Sun J. Q.* Neural networks for prediction of acoustical properties of polyurethane foams // Appl. Acoustics. – 2003. – **64**. – P. 229–242.
10. *Huber N., Tsagrakis I., Tsakmakis Ch.* Determination of constitutive properties of thin metallic films on substrates by spherical indentation using neural networks // Int. J. Solids Struct. – 2000. – **37**. – P. 6499–6516.
11. *Kurpinar E., Karchevsky A. L.* Numerical solution of the inverse problem for the elasticity system for horizontally stratified media // Inverse Probl. – 2004. – **20**, No. 3. – P. 953–976.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

Рассматривается обратная задача теории оболочек в вариационной постановке, функционал обратной задачи представляется в дискретной форме. Поиск решения обратной задачи осуществляется в два этапа: формируется начальное приближение, которое затем уточняется с использованием градиентного метода. Решение прямых задач теории оболочек осуществляется с использованием метода продолжения по параметрам.

ALGORITHM FOR SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF SHELL THEORY

The inverse problem of shell theory in the variational formulation is examined, the functional of inverse problem is presented in a discrete form. The solution of the inverse problem consists in forming an initial approximation followed by its subsequent refinement with the use of a gradient method. For solving the direct problem of shell theory the parameters continuation method is applied.

Дніпропетр. нац. ун-т
ім. О. Гончара, Дніпропетровськ

Одержано
06.03.12