

ВЗАЄМНИЙ ВПЛИВ МІЖФАЗНИХ ТУНЕЛЬНИХ ТРІЩИН І ВКЛЮЧЕННЯ В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ АНІЗОТРОПНОМУ ПРОСТОРІ

Задачу про міжфазні тунельні тріщини і жорстке включення, яке повністю зчеплене із кусково-однорідним анізотропним простором, зведено до системи шести сингулярних інтегральних рівнянь, для розв'язання якої запропоновано ефективний чисельно-аналітичний метод. Досліджено взаємний вплив тріщини і включення, зокрема, отримано залежності узагальнених коефіцієнтів інтенсивності напружень у вершинах тріщини і включення від відносної відстані між ними.

Задачі про дефекти в кусково-однорідних анізотропних середовищах розглядалися багатьма авторами. При цьому дослідження, переважно, обмежувались плоскими випадками [6, 9, 13–15, 17, 18]. У більш загальних (три-вимірних анізотропних) випадках використовували чисельно-аналітичні та асимптотичні методи (див., наприклад, [12, 16, 19, 20]). У роботах [5, 7, 8] за допомогою побудованих сингулярних інтегральних співвідношень отримано розв'язки відповідних задач про міжфазні тунельні тріщини або тунельні включення у кусково-однорідному анізотропному просторі, який перебуває у двовірному пружно-деформованому стані (узагальнена плоска деформація [10]). У пропонуваній роботі ці результати узагальнено на випадок двох різних міжфазних тунельних дефектів: тріщини і жорсткого включення.

1. Постановка і зведення задачі до системи інтегральних рівнянь. Нехай простір, складений із двох різних анізотропних півпросторів, не повністю з'єднаних у площині $x = 0$, знаходиться в двовірному пружно-деформованому стані (без наявності площин пружної симетрії [10]). У площині $x = 0$ містяться наскрізні тунельні тріщина і жорстке включення, які займають відповідно смуги (рис. 1):

$$\Pi_j = \{(y, z) \mid y \in \ell_j = (a_j, b_j), z \in (-\infty, \infty)\}, \quad a_1 < b_1 < a_2 < b_2, \quad j = 1, 2.$$

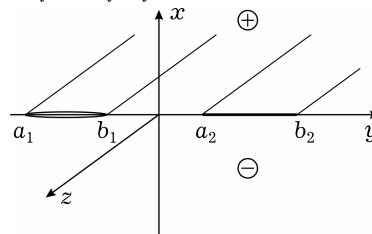


Рис. 1

Будемо вважати, що включення зчеплене із півпросторами. На нескінченності прикладена сила, яка на тріщині викликає навантаження $\{\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}\}|_{x=\pm 0} = \{\sigma_k^\pm(y)\}^3$, $y \in \ell_1$, а на включенні – дію рівнодійної сили $\mathbf{P} = (P_1, P_2, 0)$ і головного моменту $\mathbf{M} = (0, 0, M)$, а також забезпечує двовірний стан. Розміщення граней включення після деформації при $x = \pm 0$ описують функції $\xi^\pm(y) = \varepsilon + y\delta + \xi_*^\pm$, $y \in \ell_2$, де функції $\xi_*^\pm(y)$ задають форму включення відповідно при $x = \pm 0$, а ε і δ – поступальні та кругові переміщення включення.

Нехай $\{\chi_k^\pm(y)\}^6 = \{\langle \sigma_x \rangle^\pm, \langle \tau_{xz} \rangle^\pm, \langle \tau_{xy} \rangle^\pm, \langle u' \rangle^\pm, \langle v' \rangle^\pm, \langle w' \rangle^\pm\}$ – стрибки і суми напружень і похідних від переміщень у площині $x = 0$. Врахувавши умови неперервності напружень і переміщень поза дефектами: $\chi_k^-(y) = 0$,

$y \notin \ell_1 \cup \ell_2$, $k=1, \dots, 6$, і скориставшись сингулярними інтегральними співвідношеннями [5, 7, 8], відносно невідомих стрибків $\boldsymbol{\eta}_1 = \{\eta_{1k}\}^3 = \{\chi_k^-\}_{k=4}^6$, $y \in \ell_1$, переміщень на тріщині і невідомих стрибків $\boldsymbol{\eta}_2 = \{\eta_{2k}\}^3 = \{\chi_k^-\}^3$, $y \in \ell_2$, напружень на включенні отримаємо таку систему сингулярних інтегральних рівнянь (СІР):

$$\mathbf{C}_*^{(j)} \boldsymbol{\eta}_j(y) + \mathbf{S}_*^{(j)} \Gamma_{\ell_j}[\boldsymbol{\eta}_j] + \mathbf{S}_0^{(j)} \Gamma_{\ell_{3-j}}[\boldsymbol{\eta}_{3-j}] = \mathbf{q}^{(j)}(y), \quad y \in \ell_j, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_*^{(1)} &= \{c_{kj}\}_{j=4,5,6}^{k=1,2,3}, & \mathbf{S}_*^{(1)} &= \{s_{kj}\}_{j=4,5,6}^{k=1,2,3}, & \mathbf{S}_0^{(1)} &= \{s_{kj}\}_{j=1,2,3}^{k=1,2,3}, \\ \mathbf{C}_*^{(2)} &= \{c_{kj}\}_{j=1,2,3}^{k=4,5,6}, & \mathbf{S}_*^{(2)} &= \{s_{kj}\}_{j=1,2,3}^{k=4,5,6}, & \mathbf{S}_0^{(2)} &= \{s_{kj}\}_{j=4,5,6}^{k=4,5,6}, \\ \mathbf{C}_0 &= \{c_{kj}\}_{j=1,2,3}^{k=1,2,3}, & \mathbf{S}_0 &= \{s_{kj}\}_{j=1,2,3}^{k=1,2,3}, \\ \mathbf{q}^{(1)} &= \{q_{1k}\}^3 = \boldsymbol{\chi}_*^+ - \mathbf{C}_0 \boldsymbol{\chi}_*^- - \mathbf{S}_0 \Gamma_{\ell_1}[\boldsymbol{\chi}_*^-], & \boldsymbol{\chi}_*^\pm &= \{\chi_k^\pm(y)\}^3, \\ \Gamma_\ell[f] &\equiv \frac{1}{\pi} \int_\ell \frac{f(t)}{t-y} dt, \\ \mathbf{q}^{(2)} &= \{q_{2k}\}^3, & q_{2k} &= \delta_{1,k} \chi_4^+(y) - c_{3+k,4} \chi_4^-(y) - s_{3+k,4} \Gamma_{\ell_2}[\chi_4^-], \\ \chi_4^\pm(y) &= (\xi_*^\pm \pm \xi_*^+)' + (\delta \pm \delta), & y &\in \ell_2. \end{aligned}$$

Елементи матриць $\{c_{kj}\}^6$, $\{s_{kj}\}^6$ записано через пружні сталі півпросторів [5, 7]. Систему (1) слід доповнити умовами замкнутості тріщини, а також умовами рівноваги і моментної рівноваги включення:

$$\int_{\ell_1} \boldsymbol{\eta}_1(y) dy = 0, \quad \int_{\ell_2} \boldsymbol{\eta}_2(y) dy = \mathbf{P}, \quad \int_{\ell_2} y \boldsymbol{\eta}_{21}(y) dy = M. \quad (2)$$

2. Розв'язання системи СІР. Зведемо перше матричне рівняння системи (1) до діагонального вигляду відносно вектора $\boldsymbol{\eta}_1$, а друге – відносно вектора $\boldsymbol{\eta}_2$ і відобразимо кожне рівняння за допомогою лінійних перетворень $y = \frac{1}{2}(b_j - a_j)\rho + \frac{1}{2}(b_j + a_j)$, $y \in \ell_j$, на проміжок $I = [-1, 1]$. Нові невідомі функції подамо так:

$$\mathbf{t}_j(\rho) = \{t_{jk}(\rho)\}^3 = \mathbf{S}_j^{-1} \boldsymbol{\eta}_j(((b_j - a_j)\rho + (b_j + a_j))/2), \quad \rho \in I.$$

Тут $\mathbf{S}_j = \{s_{km}^{(j)}\}^3$ – перетворювальні матриці, які задовольняють рівності $(\mathbf{S}_*^{(j)})^{-1} \mathbf{C}_*^{(j)} = \mathbf{S}_j \mathbf{J}_j \mathbf{S}_j^{-1}$, де $\mathbf{J}_j = \text{diag} \{\lambda_{jk}\}^3$ – жорданова матриця. Власні числа λ_{jk} , $k=1, 2, 3$, при $j=1$ співпадають із власними числами задачі про тріщини [7], а при $j=2$ – з власними числами задачі про жорсткі включення [5]. Після описаних перетворень систему (1) подамо так:

$$\mathbf{J}_j \mathbf{t}_j(\rho) + \Gamma_I[\mathbf{t}_j] + \mathbf{B}^{(j)} \mathcal{R}_j[\mathbf{t}_{3-j}] = \mathbf{F}^{(j)}(\rho), \quad \rho \in I, \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

де

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_j[\mathbf{t}_j] &= \frac{1}{\pi} \int_I \frac{\mathbf{t}_j(\tau) d\tau}{\tau - \mathbf{x}_{1j}\rho + \mathbf{x}_{2j}}, \\ \mathbf{x}_{1j} &= (b_1 - a_1)^{(-1)^{j+1}} (b_2 - a_2)^{(-1)^j}, & \mathbf{x}_{2j} &= \frac{b_2 + a_2 - b_1 - a_1}{(-1)^j (b_j - a_j)}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}^{(j)} = \{b_{km}^{(j)}\}^3 = \mathbf{S}_{(3-j)}^{-1} (\mathbf{C}_*^{(j)})^{-1} \mathbf{S}_0^{(j)} \mathbf{S}_{(3-j)},$$

$$\mathbf{F}^{(j)}(\rho) = \{f_k^{(j)}(\rho)\}^3 = \mathbf{S}_{(3-j)}^{-1} (\mathbf{C}_*^{(j)})^{-1} \mathbf{q}^{(j)} ((b_j - a_j)\rho + (b_j + a_j))/2.$$

Поведінка розв'язків системи (3) на кінцях проміжку I визначається характеристичними частинами рівнянь, і отже, згідно з [5, 7], показники особливостей розв'язків є коренями рівнянь

$$\operatorname{ctg} \pi \beta_{jk} = \lambda_{jk}, \quad \operatorname{Re} \beta_{jk} > -1. \quad (4)$$

При зближенні тріщини і включення, тобто, коли $d_0 = \frac{a_2 - b_1}{b_1 - a_1} \rightarrow 0$, зростають модулі неперервності [2] регулярних ядер системи, що суттєво впливає на поведінку розв'язків, зокрема, порушується їх гладкість. Ця обставина є вирішальною при виборі інтерполянта для чисельно-аналітичних методів розв'язання системи (3). У працях [3, 4] запропоновано чисельно-аналітичний метод і доведена його ефективність для розв'язання СІР відповідно задач про тунельну тріщину, що наближається до площини з'єднання різних анізотропних півпросторів або виходить під довільним кутом у цю площину. Застосуємо цей метод до розв'язання системи (3). Розшукувані функції інтерполюємо N -степеневими сплайнами, які на $2K$ кінцевих сегментах підсилені функціями, що враховують наступні за головним $K-1$ доданки в асимптотичному поданні розв'язків на кінцях інтервалу. Вказаний інтерполянт подамо так:

$$\mathbf{t}_j^N(\rho) = \Pi_h \mathbf{t}_j(\rho) = \{t_{jk}^N\}^3, \quad t_{jk}^N(\rho) = \Pi_h t_{jk} = \sum_{p=0}^N \tilde{s}_{jk}^{(p)} v_p^{jk}(\rho), \quad j = 1, 2, \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} v_p^{jk}(\rho) = & \sum_{q=1}^K \theta(I_q) \sum_{\ell=1}^K (\rho+1)^{\beta_{jk} + \ell - 1} + \\ & + (\rho+1)^{\beta_{jk}} \sum_{\ell=K+1}^{N/2} \theta(I_\ell) + (1-\rho)^{-\beta_{jk}-1} \sum_{\ell=N/2+1}^{N-K} \theta(I_\ell) + \\ & + \sum_{q=1}^K \theta(I_{N-q}) \sum_{\ell=N-K+1}^N (1-\rho)^{N-\ell-\beta_{jk}-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$I_\ell = (\rho_{\ell-1}, \rho_\ell), \quad \rho_\ell = \frac{2a\ell}{N}, \quad \ell = 1, \dots, N,$$

$$\theta(I_\ell) = \theta(\rho - \rho_\ell) - \theta(\rho - \rho_{\ell-1}), \quad -1 \leq \rho_0 < \rho_1 < \dots < \rho_N \leq 1,$$

$$\beta_{jk} = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \lambda_{jk}, \quad \operatorname{Re} \beta_{jk} \in (-1, 0), \quad h = \max_{1 \leq \ell \leq N} |I_\ell|,$$

$\theta(\rho)$ – функція Гевісайда.

Показники степеневих функцій у поданні (6) – нулі символу систем (3) і задовольняють рівняння (4). Підставляючи подання (5) у систему (3) і розглядаючи вказану систему в точках ρ_ℓ^0 , $\ell = 1, \dots, N$, які є серединами відрізків розбиття I_ℓ , отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення $\tilde{s}_{jk}^{(p)}$:

$$\sum_{\ell=1}^N T_{qj}^{\ell k} s_{jk}^N = C_q^{\ell k}, \quad k = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, \quad q = 1, \dots, N, \quad (7)$$

де

$$T_{qj}^{\ell k} = S_{qj}^{\ell k} + Q_{qj}^{\ell k}, \quad S_{qj}^k = (1 - \delta_{0j}) \left(\lambda_{jk} v_{\ell}^{jk}(\rho_q^0) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{v_{\ell}^{jk}(\zeta) d\zeta}{\zeta - \rho_q^0} \right),$$

$$Q_{q\ell}^{jk} = \frac{4}{\pi} \operatorname{Im} \sum_{n,m=1}^3 b_{jk}^{nm} \mathcal{R}_j[v_{\ell}^{jk}](\rho_q^0), \quad C_q^k = f_k^{(j)}(\rho_q^0).$$

При такому виборі інтерполянта, згідно з [2], K -та похідна лишків $\mathcal{S}_{jk}^h(\rho) = t_{jk} - \Pi_h t_{jk}$, $k = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$, належить до класу функцій Гельдера $H_{\mu}(I)$, і отже [11], виконується оцінка

$$|t_{kj} - \Pi_h t_{kj}| = o(h^{K+\mu}), \quad \mu \in (0, 1), \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

яка обумовлює збіжність розв'язків системи (7) за нормою простору Банаха [1] $L_p(I, \omega)$, де $\omega(t) = (1+t)^{\gamma}(1-t)^{\beta}$, $-1 < \operatorname{Re} \gamma$, $\operatorname{Re} \beta < -1 + p$, $1 < p < \infty$, тобто справджується таке твердження.

Теорема. Система (7) має один єдиний розв'язок $\{\tilde{s}_{jk}^{(p)}\}_{p=1}^N$, $k = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$, і вектори (5) збігаються до розв'язку системи (3):

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|t_j - t_j^N\|_{L_p(I, \omega)} = 0, \quad j = 1, 2,$$

а швидкість збіжності визначається оцінкою (8).

Це твердження і формули

$$\eta_j(y) = S_j t_j (((b_j - a_j)^{-1}(2y - (b_j + a_j))), \quad j = 1, 2,$$

дозволяють отримати розв'язки системи СІР (1) і подання для узагальнених коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) [5, 7] у вершинах тріщини і включення, а з використанням умови моментної рівноваги – також і кут повороту включення δ .

3. Числові результати та їх аналіз. На рис. 2 і рис. 3 наведено залежності узагальнених КІН нормального відриву відповідно у вершинах тріщини K_I^{cr} і у вершинах включення K_I^{inc} від відносної відстані між тріщиною і включенням $d_0 = (a_2 - b_1)(b_1 - a_1)^{-1}$ за нормального симетричного навантаження берегів тріщини: $\sigma_1^{\pm}(y) = -1$, $\sigma_{2,3}^{\pm}(y) = 0$ і відсутності навантаження на включенні: $\mathbf{P} = 0$, $M = 0$. Суцільні лінії на рисунках відповідають внутрішнім вершинам (b_1 і a_2), пунктирні – зовнішнім вершинам (a_1 і b_2). Для розрахунків використано комбінацію матеріалів [10] **m1** – склопластик однонаправлений накручений (нижній півпростір) і **m2** – склопластик ортогонально-армований (верхній півпростір).

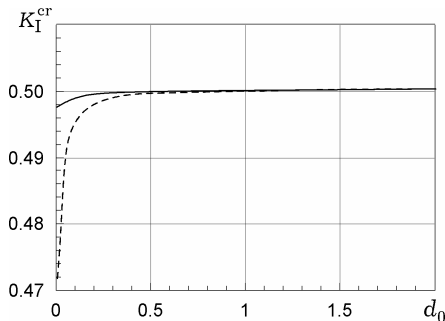


Рис. 2

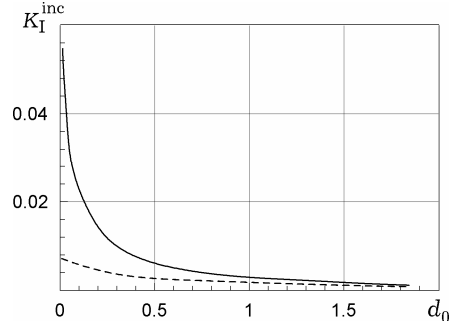


Рис. 3

Із наведених графіків видно, що при зближенні тріщини і включення узагальнений КІН для тріщини спадає, при цьому більше спадає для ближньої до включення вершини. Для узагальнених КІН у вершинах включення виявлено іншу закономірність: узагальнені КІН зростають, причому для вершини, ближчої до тріщини, зростають більше. Також установлено, що, коли навантажено тільки включення, то описані закономірності міняються на протилежні: у вершинах тріщини узагальнені КІН зростають, у вершинах включення спадають. В обох випадках взаємний вплив тріщини і включення стає суттєвим при виконанні умови: $d_0 \leq 0.25$.

Застосування класичної моделі тріщини (без урахування зон контакту у вершинах тріщини) залежить від величин ділянок нерегулярності, тобто від величини зон перекриття берегів тріщини ℓ_z . У роботі [7] для однієї міжфазної тріщини показано, що у випадку, коли нормальне навантаження тріщини в два рази перевищує суму дотичних, то величина вказаної зони виявляється достатньо малою і нею можна знехтувати. На рис. 4 наведено залежності величини зони ℓ_z від відношення $P_1/(\sigma(b_2 - a_2))$, коли $\sigma = \sigma_1^\pm(y)$, $\sigma_{2,3}^\pm(y) = 0$, $P_{2,3} = 0$, $d_0 = 1/4$. Крива 1 відповідає комбінації матеріалів **m1** – **m2**, крива 2 – комбінації матеріалів **m4** – **m3**, де матеріал **m3** – склопластик СТЕТ, матеріал **m4** – склопластик АСТТ(б)-С2-О і ПН-3, крива 3 – комбінації матеріалів **m2** – **m4**. Матеріали верхнього півпростору повернуті на кут $\varphi = 1/4$.

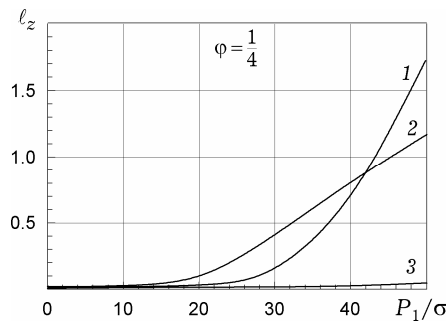


Рис. 4

Із графіків видно, що при різних комбінаціях анізотропних матеріалів для появи зони контакту ℓ_z , довжина якої становить 1% від довжини тріщини, потрібно, щоб нормальна складова P_1 рівнодійного навантаження на включенні була у 20 разів більша від нормального навантаження на тріщині.

Чисельні дослідження також підтвердили, що на точність обчислень і швидкість збіжності розв'язків суттєво вплинуло урахування наступних доданків в асимптотичному розвиненні розв'язків. Вказане урахування дозволило зменшити кількість подрібнення внутрішніх інтервалів при досягненні високої швидкості збіжності. Чисельно встановлено, що для будь-якого співвідношення пружних сталей і відстані d_0 між дефектами оптимальними для обчислень є значення $N = 40$ і $K = 5$, що підтверджує високу стійкість обчислень, незважаючи на малу ($d_0 < 0.001$) відносну відстань між дефектами.

Отже, розв'язано нові задачі про міжфазні тунельні тріщину і включення в кусково-однорідному анізотропному просторі. Запропонований метод може бути використаний для дослідження взаємного впливу міжфазних дефектів іншого типу, зокрема тріщин і включень, при різних умовах контактної взаємодії із анізотропним середовищем.

1. Дудучава Р. В. Интегральные уравнения свертки с разрывными предсимволами, сингулярные интегральные уравнения с неподвижными особенностями и их приложения к задачам механики // Тр. Тбилисск. мат. ин-та им. А. М. Разматзе АН ГССР. – 1979. – **60**. – 135 с.
2. Кравчук М. П. Вибрані математичні праці / Упорядник Н. Вірченко. – Київ–Нью Йорк: Укр. вільна акад. у США – Нац. акад. наук України, 2002. – 792 с.
3. Кривий О. Ф. Особливості поля напружень біля тунельної тріщини, яка виходить в площину з'єднання двох різних анізотропних півпросторів // Вісн. Київ. нац. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2013. – Вип. 3. – С. 162–165.
4. Кривий О. Ф. Тунельна внутрішня тріщина в кусково-однорідному анізотропному просторі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 4. – С. 54–63.
Te same: Kryvyy O. F. Tunnel internal crack in a piecewise homogeneous anisotropic space // J. Math. Sci. – 2014. – **198**, No. 1. – P. 62–74.
5. Кривий О. Ф. Тунельні включення в кусково-однорідному анізотропному просторі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – **50**, № 2. – С. 55–65.
6. Кривої А. Ф. Произвольно ориентированные дефекты в составной анизотропной плоскости // Вісн. Одеськ. держ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2001. – **6**, Вип. 3. – С. 108–115.
7. Кривої А. Ф., Попов Г. Я. Межфазные туннельные трещины в составном анизотропном пространстве // Прикл. математика и механика. – 2008. – **72**, № 4. – С. 689–700.
Te same: Krivoi A. F., Popov G. Ya. Interface tunnel cracks in a composite anisotropic space // J. Appl. Math. Mech. – 2008. – **72**, No. 4. – P. 499–507.
8. Кривої А. Ф., Попов Г. Я. Особенности поля напряжений возле туннельных включений в неоднородном анизотропном пространстве // Прикл. механика. – 2008. – **44**, № 6. – С. 36–45.
Te same: Krivoi A. F., Popov G. Ya. Features of the stress field near tunnel inclusions in an inhomogeneous anisotropic space // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, No. 6. – P. 626–634.
9. Кривої А. Ф., Радиолло М. В. Особенности поля напряжений возле включений в составной анизотропной плоскости // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1984. – № 3. – С. 84–92.
10. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – Москва: Наука, 1977. – 415 с.
11. Прёздорф. З. Некоторые классы сингулярных уравнений. – Москва: Мир, 1979. – 493 с.
Te same: Prößdorf S. Einige Klassen singulärer Gleichungen. – Berlin: Akademie-Verlag, 1974. – XII + 352 S.
12. Barber J. R., Ting T. C. T. Three-dimensional solutions for general anisotropy // J. Mech. Phys. Solids. – 2007. – **55**. – P. 1993–2006.
13. Herrmann K. P., Loboda V. V. On interface crack models with contact zones situated in an anisotropic bimaterial // Arch. Appl. Mech. – 1999. – **69**. – P. 317–335.
14. Kozinov S. V., Loboda V. V., Kharun I. V. Periodic set of the interface cracks with contact zones in an anisotropic bimaterial subjected to a uniform tension-shear loading // Int. J. Solids Struct. – 2007. – **44**, No. 14-15. – P. 4646–4655.
15. Morinia L., Piccolroazb A., Mishurisb G., Radia E. Integral identities for a semi-infinite interfacial crack in anisotropic elastic biomaterials // Int. J. Solids Struct. – 2013. – **50**, No. 9. – P. 1437–1448.
16. Nomura Y., Ikeda T., Miyazaki N. Stress intensity factor analysis of a three-dimensional interfacial corner between anisotropic bimaterials under thermal stress // Int. J. Solids Struct. – 2010. – **47**, No. 14-15. – P. 1775–1784.
17. Piccolroaz A., Mishuris G., Movchan A. B. Perturbation of mode III interfacial cracks // Int. J. Fract. – 2010. – **166**, No. 1-2. – P. 41–51.
18. Piccolroaz A., Mishuris G., Movchan A. B. Symmetric and skew-symmetric weight functions in 2D perturbation models for semi-infinite interfacial cracks // J. Mech. & Phys. Solids. – 2009. – **57**, No. 9. – P. 1657–1682.
19. Ting T. C. Green's functions for a half-space and two half-spaces bonded to a thin anisotropic elastic layer // Trans. ASME J. Appl. Mech. – 2008. – **75**, No. 5. – 6 p.
20. Yosibash Z., Omer N., Dauge M. Edge stress intensity functions in 3-D anisotropic composites // Compos. Sci. Technol. – 2008. – **68**, No. 5. – P. 1216–1224.

ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ МЕЖФАЗНЫХ ТУННЕЛЬНЫХ ТРЕЩИНЫ И ВКЛЮЧЕНИЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ АНИЗОТРОПНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Задача о межфазных туннельных трещине и жестком включении, полностью сцепленном с кусочно-однородным анизотропным пространством, сведена к системе шести сингулярных интегральных уравнений, для решения которой предложен эффективный численно-аналитический метод. Исследовано взаимное влияние трещины и включения, в частности, получены зависимости обобщенных коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах трещины и включения от относительного расстояния между ними.

MUTUAL INFLUENCE OF INTERFACIAL TUNNEL CRACK AND INCLUSION IN A PIECEWISE-HOMOGENEOUS ANISOTROPIC SPACE

The problem of interfacial tunnel crack and rigid inclusion which is complete coupled with a piecewise-homogeneous anisotropic space is reduced to a system of six singular integral equations for which solution an effective numerical-analytical method is proposed. The mutual influence of the crack and inclusion is investigated, in particular, the dependences of the generalized stress intensity factors at the crack and the inclusion tips on the relative distance between them are obtained.

Одеська нац. морська акад., Одеса

Одержано
08.12.12