

## ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕКРУГОВИХ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРІВ СКЛАДНОЇ ФОРМИ РІЗНОЇ КРИВИНИ

У просторовій постановці досліджується напружений стан порожнистого циліндра з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних опуклих напівгофрів при певних умовах на торцях і зовнішньому навантаженні бічних поверхонь. Для розв'язування задачі застосовано апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є. Результати обчислень подано у вигляді графіків залежностей переміщень і напружень від кривини поперечного перерізу циліндра.

Поряд з круговими порожнистими циліндрами широке застосування як елементи конструкцій знаходять порожнисті циліндри з некруговим поперечним перерізом різної форми [11].

Особливий інтерес представляє дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндрів з поперечним перерізом складної форми. Зокрема, до таких циліндрів відносяться циліндри з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних опуклих напівгофрів. У деяких роботах (наприклад, у [7]) напівгофри описуються частиною сфери або синусоїди. Але при цьому в точках з'єднання напівгофрів мають місце розриви похідних цих кривих, що не дозволяє строго виконати спряження напівгофрів. Це зумовлює необхідність вибору в таких задачах функції, що більше точно описує криву поперечного перерізу циліндра. За таку криву в цій статті вибираємо укорочену епіциклоїду [6]. При цьому значення кривини поперечного перерізу циліндра в точках з'єднання напівгофрів можуть бути достатньо великими.

У пропонованій статті наведено розв'язання задачі на основі просторової теорії пружності та дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндрів з поперечним перерізом складної форми різної кривини за допомогою зведення двовимірної задачі до одновимірної з використанням дискретних рядів Фур'є і подальшим розв'язанням отриманої задачі стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації [1, 2, 4, 10].

**1. Постановка задачі.** Віднесемо розглядувані пружні циліндри сталої товщини  $h$  до криволінійної ортогональної системи координат  $s, \psi, \gamma$ :  $s$  – довжина дуги твірної,  $\psi$ ,  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ , – кутовий параметр, центральний кут в поперечному перерізі (рис. 1),  $\gamma$  – нормальна координата по товщині циліндра,  $\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2$ .

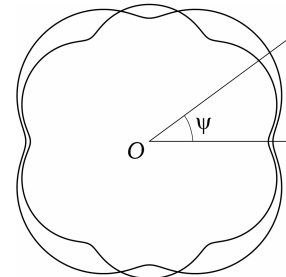


Рис. 1

Напряму поверхні відліку задаємо укороченою епіциклоїдою [6] в параметричній формі у вигляді

$$x = (A + a) \cos \psi - \lambda a \cos \left( \frac{A + a}{a} \psi \right),$$

$$y = (A + a) \sin \psi - \lambda a \sin \left( \frac{A + a}{a} \psi \right),$$

де  $A$  – радіус нерухомого кола;  $a$  – радіус рухомого кола ( $a > 0$ );  $\lambda < 1$  – відстань до радіуса рухомого кола.

Першу квадратичну форму в криволінійних ортогональних координатах запишемо у вигляді

$$dS^2 = ds^2 + B_2^2(\psi, \gamma) d\psi^2 + d\gamma^2.$$

Тут

$$B_2(\psi, \gamma) = H_2(\psi, \gamma) \omega(\psi),$$

$$H_2(\psi, \gamma) = 1 + \frac{\gamma}{R(\psi)}, \quad \omega = \omega(\psi) = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\psi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\psi}\right)^2},$$

$$R_\psi \equiv R(\psi) = \frac{(A+a)(1+\lambda^2 - 2\lambda \cos(A\psi/a))^{3/2}}{1 + \lambda^2 \left(\frac{A+a}{a}\right) - \lambda \left(\frac{A+2a}{a}\right) \cos(A\psi/a)}, \quad (1)$$

$R_\psi$  – радіус кривини в поперечному перерізі,  $\omega$  – коефіцієнт переходу від координати дуги напрямної до кутового параметра  $\psi$ .

Задача описується рівняннями просторової теорії пружності для ізотропного тіла [8]. Додаючи до основних рівнянь граничні умови на торцях та на бічних поверхнях, дістанемо тривимірну крайову задачу.

На торцях циліндра розглянемо умови простого опирання

$$\text{при } s = 0, \quad s = \ell: \quad \sigma_s = 0, \quad u_\psi = 0, \quad u_\gamma = 0. \quad (2)$$

Граничні умови на бічних поверхнях мають вигляд

$$\text{при } \gamma = \gamma_1: \quad \sigma_\gamma = 0, \quad \tau_{s\gamma} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma} = 0, \quad (3)$$

$$\text{при } \gamma = \gamma_2: \quad \sigma_\gamma = q_\gamma, \quad \tau_{s\gamma} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma} = 0. \quad (4)$$

**2. Метод розв'язування.** За розв'язувальні функції вибираємо компоненти напружень та переміщень  $\sigma_\gamma, \tau_{s\gamma}, \tau_{\psi\gamma}, u_\gamma, u_s, u_\psi$ . Після певних перетворень для тривимірної крайової задачі можна отримати розв'язувальну систему диференціальних рівнянь із частинними похідними шостого порядку зі змінними коефіцієнтами з граничними умовами (2)–(4) [4, 5].

Граничні умови (2) дозволяють відокремити змінні вздовж твірної циліндра. Подаючи компоненти навантаження та розв'язувальні функції у вигляді розвинень у ряди Фур'є вздовж координати  $s$ , маємо

$$X(s, \psi, \gamma) = \sum_{n=1}^N X_n(\psi, \gamma) \sin \lambda_n s, \quad Y(s, \psi, \gamma) = \sum_{n=0}^N Y_n(\psi, \gamma) \cos \lambda_n s. \quad (5)$$

Тут  $X = \{\sigma_\gamma, \tau_{\psi\gamma}, u_\gamma, u_\psi, q_\gamma\}$ ,  $Y = \{\tau_{s\gamma}, u_s\}$ ,  $\lambda_n = \frac{\pi n}{\ell}$ ,  $0 \leq s \leq \ell$ .

Підставивши ряди (5) у розв'язувальну систему диференціальних рівнянь і відокремивши змінні, для кожного члена цих розвинень дістанемо розв'язувальну систему диференціальних рівнянь із частинними похідними зі змінними коефіцієнтами, що описують двовимірну крайову задачу [3, 4] у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\gamma,n}}{\partial \gamma} = & -\frac{1}{H_2 R_\psi} \sigma_{\gamma,n} + \lambda_n \tau_{s\gamma,n} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial \tau_{\psi\gamma,n}}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} \left[ -\frac{E\nu}{1-\nu^2} \lambda_n u_{s,n} + \right. \\ & \left. + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{\gamma,n} + \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_{\gamma,n} \right) \right], \\ \frac{\partial \tau_{s\gamma,n}}{\partial \gamma} = & -\frac{1}{H_2} \frac{1}{R_\psi} \tau_{s\gamma,n} - \lambda_n \left[ -\lambda_n \frac{E}{(1-\nu^2)} u_{s,n} + \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} \frac{1}{H_2} \times \right. \\ & \left. \times \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi} + \frac{1}{R_\psi} u_{\gamma,n} \right) + \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_{\gamma,n} \right] - \\ & - \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{s,n}}{\partial \psi} + \lambda_n u_{\psi,n} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tau_{\psi\gamma,n}}{\partial \gamma} &= -\frac{2}{H_2 R_\psi} \tau_{\psi\gamma,n} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{E}{1-\nu^2} \left( -\nu \lambda_n u_{s,n} + \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_{\gamma,n} \right) + \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_{\gamma,n} \right] - \\
&\quad - \lambda_n \left[ \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{s,n}}{\partial \psi} - \lambda_n u_{\psi} \right) \right], \\
\frac{\partial u_{\gamma,n}}{\partial \gamma} &= -\frac{\nu}{1-\nu} \left( -\lambda_n u_{s,n} + \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi} - \frac{1}{H_2 R_\psi} u_{\gamma,n} \right) + \frac{1-\nu-2\nu^2}{E(1-\nu)} \sigma_{\gamma,n}, \\
\frac{\partial u_{s,n}}{\partial \gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{s\gamma,n} - \lambda_n u_{\gamma,n}, \\
\frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{\psi\gamma,n} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_{\gamma,n}}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_{\psi,n}, \\
&\quad 0 \leq s \leq \ell, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi, \quad \gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2, \quad (6)
\end{aligned}$$

з граничними умовами

$$\text{при } \gamma = \gamma_1: \quad \sigma_{\gamma,n} = 0, \quad \tau_{s\gamma,n} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,n} = 0, \quad (7)$$

$$\text{при } \gamma = \gamma_2: \quad \sigma_{\gamma,n} = q_{\gamma,n}, \quad \tau_{s\gamma,n} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,n} = 0. \quad (8)$$

Деякі коефіцієнти розв'язувальної системи диференціальних рівнянь (6) містять параметри, які не дозволяють відокремити змінні вздовж напрямної циліндра. Замінімо добутки таких коефіцієнтів на розв'язувальні функції доповняльними функціями у вигляді

$$\begin{aligned}
\Phi_1^j &= \frac{1}{H_2 R_\psi} \{ \sigma_\gamma, \tau_{s\gamma}, u_\gamma, u_s \}, \quad j = 1, \dots, 4, \quad \Phi_1^5 = \left( \frac{1}{H_2 R_\psi} \right)^2 u_\gamma, \\
\Phi_2^j &= \frac{1}{H_2 R_\psi} \{ \tau_{\psi\gamma}, u_\psi \}, \quad j = 1, 2, \\
\Phi_3^j &= \frac{1}{B_2} \left\{ \frac{\partial \sigma_\gamma}{\partial \psi}, \frac{\partial u_\gamma}{\partial \psi}, \frac{\partial u_s}{\partial \psi} \right\}, \quad j = 1, 2, 3, \\
\Phi_4^j &= \frac{1}{B_2} \left\{ \frac{\partial \tau_{\psi\gamma}}{\partial \psi}, \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi}, \frac{1}{R_\psi} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} \right\}, \quad j = 1, 2, 3, \\
\Phi_5 &= \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_1^3, \quad \Phi_6 = \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_3^3, \quad \Phi_7 = \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_4^2. \quad (9)
\end{aligned}$$

Підставивши вирази (9) у розв'язувальну систему диференціальних рівнянь (6), дістанемо систему, коефіцієнти якої формально не будуть залежати від координати  $\psi$ , тобто не перешкоджатимуть відокремленню змінних уздовж напрямної циліндра. Подамо розв'язувальні, доповняльні функції та компоненти навантаження у вигляді розвинень в ряди Фур'є:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}(\psi, \gamma) &= \sum_{k=0}^K \tilde{X}_k(\gamma) \cos k\psi, \\
\tilde{Y}(\psi, \gamma) &= \sum_{k=1}^K \tilde{Y}_k(\gamma) \sin k\psi,
\end{aligned}$$

$$\tilde{X} = \{\sigma_\gamma, \tau_{s\gamma}, u_\gamma, u_s, \varphi_1^j, \varphi_4^j, \varphi_6, q_\gamma\},$$

$$\tilde{Y} = \{\tau_{\psi\gamma}, u_\psi, \varphi_2^j, \varphi_3^j, \varphi_5, \varphi_7\}. \quad (10)$$

Підставляючи подання (10) у розв'язувальну систему диференціальних рівнянь, після відокремлення змінних дістанемо систему звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних значень рядів (10) у такому вигляді (у позначеннях розв'язувальних функцій і компонент навантаження опускаємо індекс  $n$ ):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma,k}}{d\gamma} &= \lambda_n \tau_{s\gamma,k} + \left( \frac{\nu}{1-\nu} - 1 \right) \varphi_{1,k}^1 - \varphi_{4,k}^1 - \frac{E}{1-\nu^2} (\lambda_n \varphi_{1,k}^4 + \varphi_{4,k}^3 + \varphi_{1,k}^5), \\ \frac{d\tau_{s\gamma,k}}{d\gamma} &= -\frac{\nu}{1-\nu} \lambda_n \sigma_{\gamma,k} + \frac{E}{1-\nu^2} \lambda_n^2 u_{s,k} - \varphi_{1,k}^2 - \left( \frac{E\nu}{1-\nu^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{E}{2(1+\nu)} \right) \lambda_n \varphi_{4,k}^2 - \frac{E\nu}{1-\nu^2} \lambda_n \varphi_{1,k}^3 - \frac{E}{2(1+\nu)} \varphi_{6,k}, \\ \frac{d\tau_{\psi\gamma,k}}{d\gamma} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \lambda_n^2 u_{\psi,k} - 2\varphi_{2,k}^1 + \left( \frac{E\nu}{1-\nu^2} + \frac{E}{2(1+\nu)} \right) \lambda_n \varphi_{3,k}^3 - \\ &\quad - \frac{E}{1-\nu^2} (\varphi_{7,k} + \varphi_{5,k}) - \frac{\nu}{1-\nu} \varphi_{3,k}^1, \\ \frac{du_{\gamma,k}}{d\gamma} &= \frac{(1-\nu-2\nu^2)}{(1-\nu)E} \sigma_{\gamma,k} + \frac{\nu}{1-\nu} (\lambda_n u_{s,k} - \varphi_{4,k}^2 - \varphi_{1,k}^3), \\ \frac{du_{s,k}}{d\gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{s\gamma,k} - \lambda_n u_{\gamma,k}, \\ \frac{du_{\psi,k}}{d\gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{\psi\gamma,k} - \varphi_{3,k}^2 + \varphi_{2,k}^2, \quad k = 0, \dots, K, \end{aligned} \quad (11)$$

з граничними умовами

$$\text{при } \gamma = \gamma_1: \quad \sigma_{\gamma,k} = 0, \quad \tau_{s\gamma,k} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0, \quad (12)$$

$$\text{при } \gamma = \gamma_2: \quad \sigma_{\gamma,k} = q_{\gamma,k}, \quad \tau_{s\gamma,k} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0. \quad (13)$$

Отриману крайову задачу (11)–(13) розв'язуємо стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації одночасно для всіх гармонік  $k$  розвинень у ряди Фур'є (10). При цьому амплітудні значення доповняльних функцій обчислюємо за поточними значеннями амплітуд розв'язувальних функцій на кожному кроці інтегрування із використанням методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є [9].

**3. Числові результати.** На основі викладеного підходу проведемо дослідження залежності від кривини напрямної циліндра напруженого стану порожнистих циліндрів з опуклим гофрованим поперечним перерізом, які знаходяться під дією зовнішнього навантаження.

Задачу розв'язано за таких вихідних даних:  $\nu = 0.3$ ,  $E = E_0 = \text{const}$ , довжина циліндра  $\ell = 60$ , товщина  $h = 0.5$ , радіус нерухомого кола  $A = 24$ , радіус рухомого кола  $a = 4, 6, 8$ , відстань до радіуса рухомого кола  $\lambda = 0.5$ , навантаження  $q = q_0 \sin(\pi s/\ell)$ , де  $q_0 = \text{const}$ .

У табл. 1 наведено результати обчислень деяких параметрів кривини для різних типів циліндрів.

Радіус кривини  $R_\psi$  поверхні відліку приймає мінімальне значення в «западині гофрів» при  $\psi = 0$ . За формулою (1) обчислено  $R_\psi$  для різних

значень радіуса  $a$  рухомого кола:  $R_\psi = -2.8$  для  $a = 4$ ;  $R_\psi = -5$  для  $a = 6$ ;  $R_\psi = -8$  для  $a = 8$ . При цьому отримано, що циліндр з товщиною  $h = 0.5$  знаходиться (відповідно до величини параметра  $h/R_{cr}$ ) в межах теорії тонких оболонок для значень  $a = 6, 8$ , а в межах теорії оболонок середньої товщини – для  $a = 4$ .

Таблиця 1

$A = 24, \lambda = 0.5$				
Кількість гофрів		6	4	3
$a$		4	6	8
$R_\psi _{\psi=0} = R_{cr}$		-2.8	-5	-8
$h$	тонка оболонка ( $h/R_{cr} < 0.125$ )	$h < 0.35$	$h < 0.625$	$h < 1$
	оболонка середньої товщини ( $0.125 < h/R_{cr} < 0.2$ )	$0.35 < h < 0.56$	$0.625 < h < 1$	$1 < h < 1.6$
	товста оболонка ( $h/R_{cr} > 0.2$ )	$h > 0.56$	$h > 1$	$h > 1.6$

Результати розв'язування задачі наведено на рис. 2 – 4 у вигляді графіків розподілу переміщень і напружень у порожнистих циліндрах різної кривини.

На рис. 2 показано графіки розподілу переміщень  $u_\gamma$  серединної поверхні циліндра для різних масштабів у напрямку кута  $\psi$  залежно від параметра  $a$  ( $\psi \cdot 5A/\pi a$ ). Так, маємо для  $a = 8$  –  $0 \leq \psi \leq \pi/3$ ; для  $a = 6$  –  $0 \leq \psi \leq \pi/4$ ; для  $a = 4$  –  $0 \leq \psi \leq \pi/6$ .

З рис. 2 видно, що у випадку найбільшої кривини при  $a = 4$  переміщення  $u_\gamma$  незначно відрізняються від нуля, що обумовлено значною жорсткістю циліндра. При  $a = 6$  картина змінюється і вже в зоні, близькій до  $\psi = 0$ , переміщення  $u_\gamma$  досягають максимального значення, а при  $a = 8$  вони збільшуються в 2.5 рази.

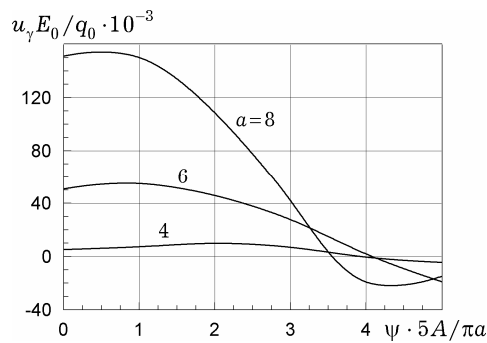


Рис. 2

На рис. 3 показано графіки розподілу напружень  $\sigma_\psi^+$  на зовнішній поверхні циліндра, а на рис. 4 – графіки розподілу напружень  $\sigma_\psi^-$  на внутрішній поверхні циліндра в тих самих масштабах для  $\psi$ , що й на рис. 2.

На рис. 3 видно, що при  $a = 6, 8$  напруження на зовнішній поверхні циліндра  $\sigma_\psi^+$  найменші значення приймають при  $\psi = 0$ , а найбільші – на

деякій віддалі від  $\psi = 0$ . При  $a = 4$  напруження  $\sigma_{\psi}^{+}$  значно менші, що обумовлено більшою жорсткістю циліндра.

З аналізу кривих на рис. 4 випливає, що напруження на внутрішній поверхні циліндра значно менші, ніж на зовнішній поверхні, і змінюють знак, на відміну від графіків на рис. 3.

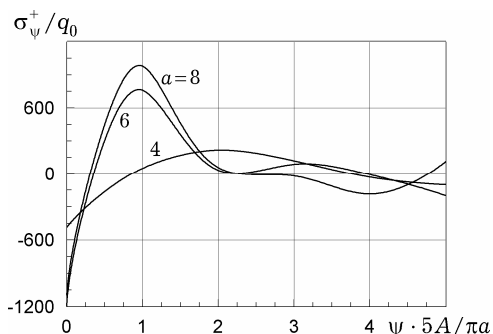


Рис. 3

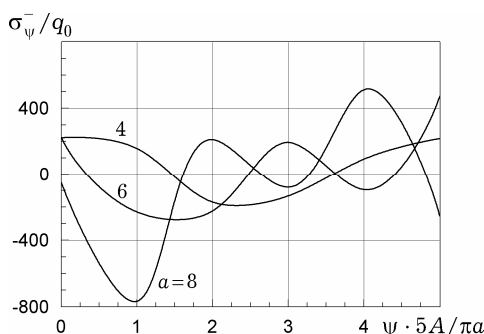


Рис. 4

Таким чином, залежно від кількості гофрів у поперечному перерізі змінюється величина кривини в зоні впадини гофрів, що обумовлює жорсткість всього циліндра.

1. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. – 1961. – **16**, № 3. – С. 171–174.
2. Григоренко Я. М. Решение краевых задач о напряженном состоянии упругих тел сложной геометрии и структуры с применением дискретных рядов Фурье // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 5. – С. 3–52.  
Te same: Grigorenko Ya. M. Using discrete Fourier series to solve boundary-value stress problems for elastic bodies with complex geometry and structure // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, No. 5. – P. 469–513.
3. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Анализ влияния изменения кривизны на напряженное состояние полых цилиндров с некруговым поперечным сечением сложной формы // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 7. – С. 3–10.  
Te same: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Influence of curvature on the stress state of hollow cylinders with complex-shaped noncircular cross-section // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, No. 7. – P. 737–743.
4. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Застосування дискретних рядів Фур'є до розв'язання крайових задач статки пружних тіл неканонічної форми // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – **48**, № 2. – С. 79–100.
5. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Напружений стан порожнистих циліндрів з округлим гофрованим поперечним перерізом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 4. – С. 125–130.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1968. – 720 с.  
Te same: Korn G. A., Korn T. M. Mathematical handbook for scientists and engineers. – New York: McGraw-Hill, 1961.
7. Семенюк Н. П., Жукова Н. Б., Остапчук В. В. Устойчивость волнообразных некруговых цилиндрических оболочек из композитов при внешнем давлении // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 12. – С. 91–102.
8. Тимошенко С. П. Курс теории упругости. – Киев: Наук. думка, 1972. – 501 с.  
Te same: Timoshenko S. P. Course of the theory of elasticity. – New York: McGraw-Hill, 1970.
9. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Москва–Ленинград: Гостехтеоретиздат, 1949. – Т. 3. – 783 с.
10. Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders of corrugated elliptic cross-section // J. Eng. Math. – 2006. – **54**. – P. 145–157.
11. Soldatos K. P. Mechanics of cylindrical shells with non-circular cross-section. A survey // Appl. Mech. Rev. – 1999. – **52**, No. 8. – P. 237–274.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НЕКРУГОВЫХ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРОВ  
СЛОЖНОЙ ФОРМЫ РАЗЛИЧНОЙ КРИВИЗНЫ**

*В пространственной постановке исследуется напряженное состояние полого цилиндра с поперечным сечением в виде соединенных выпуклых полугофров при определенных условиях на торцах и внешней нагрузке боковых поверхностей. Для решения задачи применяется аппроксимация функций дискретными рядами Фурье. Результаты вычислений представлены в виде графиков зависимостей перемещений и напряжений от кривизны поперечного сечения цилиндра.*

**INVESTIGATION OF THE STRESS STATE OF COMPLEX-SHAPED NON-CIRCULAR HOLLOW  
CYLINDERS WITH VARIOUS CURVATURE**

*The proposed paper analyzes in 2D formulation the stress state of a hollow cylinder with a cross section in the shape of linked convex semi-gouffers at certain conditions on the ends with use of discrete Fourier series for approximating functions, under the action of external surface load in dependence on curvilinearity. The results in the form of plots of the fields of stress and strain are presented.*

Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
13.12.12