УДК 539.3

В. М. Максимович[1], Т. Я. Соляр[2]

ОСЕСИМЕТРИЧНА ЗАДАЧА ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ ДЛЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО КІЛЬЦЯ

Наведено аналітичний підхід до визначення і дослідження осесиметричного термопластичного стану кусково-однорідних кілець, що перебувають в умовах нестаціонарного нагріву. Виконано розрахунок термопластичного стану дво- та тришарових кільцевих пластин. Проілюстровано ефективність підходу у випадку, коли межа текучості залежить від температури, на прикладі задачі про знаходження залишкових напружень стиску у пластині при локальному нагріві нормально-круговим джерелом тепла.

Розглянуто осесиметричну задачу про визначення нестаціонарного температурного поля і термопластичних напружень у кусково-однорідному кільці, що нагрівається шляхом теплообміну із зовнішнім середовищем. Відомо, що нагрівання тіла може призвести до виникнення значних напружень у ньому, які, в свою чергу, зумовлюють пластичне деформування. Характер розподілу температурних напружень у кусково-однорідних кільцевих пластинках за пружного деформування при конвективному теплообміні з середовищем змінної в часі температури вивчено у [6]. У роботі [7] розроблено аналітичний метод побудови розв'язків плоских задач теорії пружності та термопружності для кільцевих областей як у випадку однорідного матеріалу, так і за довільної залежності його властивостей від радіальної координати. У [8] цей метод поширено на випадок циліндрично ортотропного неоднорідного матеріалу. Там же наведено доволі широкий огляд літератури, присвяченої проблемі визначення температурних полів і напружено-деформованого стану кільцевих областей. Задачі термопластичності досліджено значно менше з огляду на їх нелінійність.

У роботі запропоновано аналітичний підхід до розв'язання сформульованої задачі термопластичності та проілюстровано його ефективність, зокрема для випадку, коли межа текучості залежить від температури.

Основні співвідношення. Розглянемо кусково-однорідне кільце $a < r < b$ із межами $r_0, \ldots, r_N$ ($r_0 = a$, $r_N = b$), що перебуває в умовах нерівномірного нагріву, до меж якого прикладено зусилля $\sigma_r(a) = p_a$, $\sigma_r(b) = p_b$. Позначимо через E_j, ν_j, a_{Tj}, λ_j і Bi_j модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнт температуропровідності, коефіцієнт теплопровідності і критерій Біо j-го шару відповідно. Межа текучості σ_T залежить від температури T: $\sigma_T = \sigma_T(T)$. Розглянемо випадок, коли внутрішня і зовнішня межі кільця нагріваються шляхом теплообміну за законом Ньютона із середовищами температури C_0, C_N відповідно. Температура пластинки у початковий момент часу дорівнює нулеві. Температуру і пружні напруження для такої задачі визначено у [6]. Запишемо їх у вигляді

$$T = T(r,t), \qquad \sigma_r^p = \sigma_r^p(r,t), \qquad \sigma_\theta^p = \sigma_\theta^p(r,t), \tag{1}$$

де $t = \dfrac{a_{T1}\tau}{a^2}$, τ – час, σ_r^p і σ_θ^p – радіальні та кільцеві напруження.

Приймемо, що в пластичній області напруження задовольняють умову Мізеса

$$\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r\sigma_\theta} = \sigma_T(T).$$

Вважатимемо, що температура T визначена. Тоді залежну від температури межу текучості на j-му шарі запишемо як $\sigma_T = \sigma_T(T(r)) = S_j(r)$.

Як правило, максимальні напруження досягаються біля внутрішньої межі кільця, у зв'язку з чим у цій частині кільця виникає пластичність. Для розв'язування задачі пластичності розглянемо допоміжну задачу для однорідного нагрітого кільця $a_1 < r < a_2$, що перебуває у пружнопластичному стані. Приймемо, що відомими є зусилля, які прикладені до межі a_1: $\sigma_r(a_1) = p$. Межа текучості залежить від температури $\sigma_T = \sigma_T(T) = S(r)$. Тоді для визначення напружень маємо рівняння [4]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = -\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r},$$

$$\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r\sigma_\theta} = S(r), \tag{2}$$

та умову $\sigma_r(a_1) = p$.

Позначимо розв'язок цієї задачі через

$$\sigma_r = F_r(r; a_1, a_2, p, S), \qquad \sigma_\theta = F_\theta(r; a_1, a_2, p, S).$$

Введені функції будуть визначені нижче. Використаємо цей розв'язок для кусково-однорідного шару, прийнявши, що пластичність досягла m-го шару. Для розв'язування задачі послідовно будуємо функції

$$F_{r,\theta}(r; r_{j-1,} r_j, p_{j-1}, S_j), \qquad r_{j-1} < r < r_j, \qquad j = 1, \ldots, m,$$

де $p_j = \sigma_r(r_j)$, $j = 0, 1, \ldots$. При $j = 0$ маємо $p_0 = p_a$. Наступні значення p_j визначаємо за рекурентними формулами

$$p_j = F_r(r_j; r_{j-1}, r_j, p_{j-1}, S_j), \qquad j = 1, \ldots, m.$$

Нехай область пластичності досягла точки c, $a < c < b$. Розглянемо область, яка лежить справа від точки c і перебуває у пружному стані.

Напруження у пружній області $c < r < b$ подамо у вигляді суми часткового розв'язку задачі термопружності та загального розв'язку задачі для ненагрітого кільця. За частковий розв'язок у цій області приймаємо розв'язок (1) при $r > c$.

Напруження у пружній області. Для знаходження загального розв'язку задачі розглянемо довільне ненагріте кусково-однорідне кільце $d_0 < r < d_M$ з межами поділу $r = d_j$, $j = 1, \ldots, M-1$, до зовнішніх меж якого прикладено зусилля $\sigma_r(d_0) = p_0$, $\sigma_r(d_M) = p_M$.

Напруження і переміщення у j-му шарі $(d_{j-1} < r < d_j)$ запишемо у вигляді [6]

$$\sigma_r = \sigma_{j-1} s_{11}(r) + u_{j-1} s_{12}(r),$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{j-1} s_{31}(r) + u_{j-1} s_{32}(r),$$

$$u = \sigma_{j-1} s_{21}(r) + u_{j-1} s_{22}(r), \tag{3}$$

де

$$s_{11}(r) = \frac{1}{2}\left[(1+\nu_j) + (1-\nu_j)\frac{d_{j-1}^2}{r^2}\right], \qquad s_{12}(r) = \frac{E_j}{2}\left(\frac{1}{d_{j-1}} - \frac{d_{j-1}}{r^2}\right),$$

$$s_{21}(r) = \frac{1-\nu_j^2}{2E_j}\left(r - \frac{d_{j-1}^2}{r}\right), \qquad s_{22}(r) = \frac{1}{2}\left((1-\nu_j)\frac{r}{d_{j-1}} + (1+\nu_j)\frac{d_{j-1}}{r}\right),$$

$$s_{31}(r) = \frac{1}{2}\left[(1+\nu_j) - (1-\nu_j)\frac{d_{j-1}^2}{r^2}\right], \qquad s_{32}(r) = \frac{E_j}{2}\left(\frac{1}{d_{j-1}} + \frac{d_{j-1}}{r^2}\right), \tag{4}$$

σ_{j-1}, u_{j-1} – радіальні напруження і переміщення на внутрішній межі шару, причому $\sigma_0 = p_0$, $\sigma_M = p_M$.

Введені величини визначаємо за співвідношеннями [6]

$$\begin{pmatrix} \sigma_j \\ u_j \end{pmatrix} = C_j \begin{pmatrix} \sigma_0 \\ u_0 \end{pmatrix}, \qquad j = 1, \ldots, M, \tag{5}$$

де

$$C_j = S_j * S_{j-1} * \ldots * S_1, \qquad S_j = \begin{pmatrix} s_{11}(r_j), & s_{12}(r_j) \\ s_{21}(r_j), & s_{22}(r_j) \end{pmatrix}, \qquad j = 1, \ldots, M.$$

Невідому u_0 визначимо, поклавши у співвідношеннях (5) $j = M$:

$$\begin{pmatrix} \sigma_0 \\ u_0 \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_M \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{C_{M,11}}{C_{M,12}} & \dfrac{1}{C_{M,12}} \end{pmatrix},$$

Напруження при $d_{j-1} < r < d_j$ набудуть вигляду

$$\begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{31} & s_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{j-1} \\ u_{j-1} \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_N \end{pmatrix}, \qquad Q = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{31} & s_{32} \end{pmatrix} C_{j-1} D,$$

Знайдені пружні напруження при $d_{j-1} < r < d_j$ запишемо ще у вигляді

$$\sigma_r = p_0 R_1(r, d_0, d_M) + p_M R_2(r, d_0, d_M),$$

$$\sigma_\theta = p_0 T_1(r, d_0, d_M) + p_M T_2(r, d_0, d_M), \tag{6}$$

де $R_{1,2}$, $T_{1,2}$ – елементи матриці Q:

$$\begin{pmatrix} R_1 & T_1 \\ R_2 & T_2 \end{pmatrix} = Q.$$

Переміщення у кільці будуть

$$E(r)u = p_0 U_1(r, d_0, d_M) + p_M U_2(r, d_0, d_M), \tag{7}$$

де $U_j = r[T_j - \nu_j R_j]$.

Розв'язування задачі термопластичності. Запишемо пружні напруження при $r > c$ у вигляді

$$\sigma_r = \sigma_r^p(r, t) + [p_c - \sigma_r^p(c, t)] R_1(r, c, b),$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\theta^p(r, t) + [p_c - \sigma_r^p(c, t)] T_1(r, c, b),$$

де $p_c = F_r(c; r_{m-1}, r_m, p_{m-1}, S_m)$, функції R_1, T_1 будуємо стосовно до фрагменту $c < r < b$ заданого кусково-однорідного кільця.

При записаному таким чином розв'язку радіальні напруження є неперервними при переході через точку c. Вимагаючи, щоб неперервними були в цій точці і кільцеві напруження, для знаходження точки c отримуємо рівняння

$$F_\theta(c; r_{m-1}, r_m, p_{m-1}, S_m) = \sigma_\theta^p(r, t) +$$

$$+ [F_r(c; r_{m-1}, r_m, p_{m-1}, S_m) - \sigma_r^p(c, t)] T_1(r, c, b). \tag{8}$$

Таким чином, розв'язок задачі виражено через допоміжні функції F_r, F_θ.

Визначення допоміжних функцій. Визначимо функції $F_r(r; a_1, a_2, p, S)$, $F_\theta(r; a_1, a_2, p, S)$ при $S = \sigma_T$. Розглянемо спочатку випадок, коли межа текучості σ_T не залежить від температури. Тоді напруження у пластичній області визначатимуться за формулами [4, 5]

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T \cos\varphi, \qquad \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right), \tag{9}$$

де $\varphi = \varphi(r)$.

Функція φ є оберненою до функції

$$r = a_1 \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(\varphi_1 - \varphi)\right)\sqrt{\frac{\sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)}}, \tag{10}$$

де $\varphi_1 = \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{p_a}{\sigma_T}$, причому вибирається та вітка $\arccos x$, на якій знайдені за формулою (10) напруження σ_θ при $r = a$ узгоджуються з відповідними пружними напруженнями.

Тоді для визначення функцій F_r, F_θ маємо такі формули:

$$F_r = \frac{2}{\sqrt{3}} S \cos\varphi(r), \qquad F_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} S \cos\left(\varphi(r) - \frac{\pi}{3}\right).$$

У загальному випадку, коли межа текучості описується неперервною функцією координат, задача знаходження функцій F_r, F_θ зводиться до розв'язання диференціально-алгебраїчної системи рівнянь (2). Для її розв'язування безпосередньо можуть бути використані прикладні програми, створені в математичних пакетах (зокрема, в системі Matlab) і базуються на зведенні системи рівнянь (2) до системи диференціальних рівнянь з виродженою матрицею мас.

Результати розрахунків. Обчислення виконано для двошарового кільця $1 < r/a < 2.5$, внутрішній шар якого виготовлено із дюралюмінію, зовнішній – сталь, межа поділу матеріалів $r_1/a = 1.75$. Коефіцієнти Пуассона для обох матеріалів покладали рівними 0.3.

Для сталі модуль пружності, коефіцієнт лінійного теплового розширення, коефіцієнти теплопровідності та температуропровідності приймали такими: $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, $\lambda = 58.15$ Вт/(м · К), $a_T = 1.28 \cdot 10^{-5}$ м^2/с. Для дюралюмінію приймали $E = 7.2 \cdot 10^4$ МПа, $\alpha = 25 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, $\lambda = 159.3$ Вт/(м · К), $a_T = 6.1 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

За часову координату приймали $t = \dfrac{a_{T1}\tau}{a^2}$. Критерій Біо [1, 6] для першого шару покладали $\mathrm{Bi}_1 = 0.1$. Коефіцієнт тепловіддачі з бічних поверхонь приймали однаковим для всіх шарів, а тому для інших шарів критерії Біо визначали за формулою $\mathrm{Bi}_j = \mathrm{Bi}_1/\lambda'_j$, де $\lambda'_j = \lambda_j/\lambda_1$. Вважали, що температура середовищ, з якими контактують внутрішня і зовнішня межі кільця відповідно дорівнюють $f_0 = C$, $f_N = 0$, $C = \text{const}$, тобто нагрів односторонній. Критерії Біо для внутрішньої і зовнішньої меж кільця приймали $\mathrm{Bi_L} = 0.5$ і $\mathrm{Bi_P} = 0.1$. Пружні температурні напруження визначали на основі алгоритму, наведеного в роботі [6].

Розраховані величини для випадку кільцевої пластинки із зовнішнім сталевим шаром при значенні часової координати $t = 20$ с і при $C = 400$ °C, $\sigma_{T1} = 150$ МПа наведено на рис. 1. Тут і на рис. 2, рис. 3 кривим *1* і *2* відповідають радіальні і кільцеві напруження, знайдені у пружнопластичній постановці задачі, а кривим *1′* і *2′* – напруження, знайдені в пружній постановці. Крива T відповідає температурі (°, C).

Обчислені температура й напруження, виконані для часу $t = 25$ с, практично не відрізняються від наведених на рис. 1. Звідси випливає, що знайдені напруження є усталеними при заданих умовах нагріву.

Аналогічні результати для випадку, коли внутрішній шар є сталевим, а зовнішній – із дюралюмінію, при $f_0 = 0$, $f_N = C = 450$ °C (нагрівання ззовні), $t = 30$ с, критеріях Біо для внутрішньої і зовнішньої меж кільця $\mathrm{Bi_L} = 0.1$ і $\mathrm{Bi_P} = 0.5$, межею текучості для сталі $\sigma_T = 200$ МПа наведено на рис. 2.

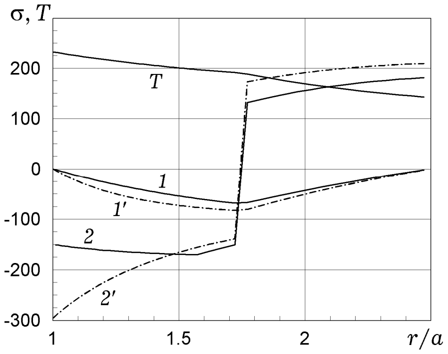


Рис. 1

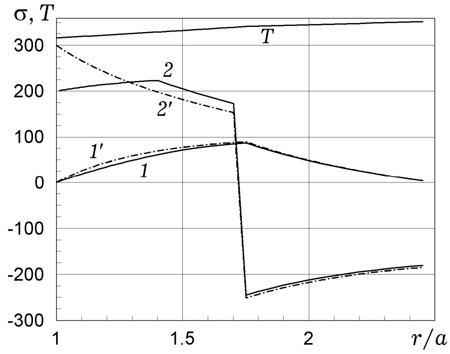


Рис. 2

Розв'язок, обчислений у момент часу $t = 35$ с, практично не відрізняється від наведеного на рис. 2, тобто знайдені напруження є усталеними.

Розглянуто також тришарову кільцеву пластинку $1 < r/a < 2.5$ із дюралюмінієвими шарами $1 < r/a < 1.25$ і $2.25 < r/a < 2.5$ та сталевим шаром $1.25 < r/a < 2.25$ при нагріванні через внутрішню межу середовищем з температурою $C = 250$ °C. Розраховані напруження і температура при $t = 20$ с наведено на рис. 3.

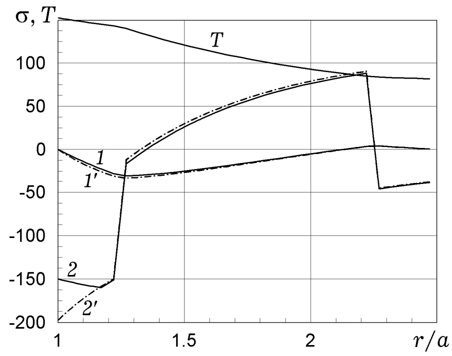


Рис. 3

Нагрів пластинки нормально-круговим джерелом тепла. Розглянуто пластинку $-h < z < h$, що нагрівається шляхом двостороннього теплообміну при $z = \pm h$ із середовищем, температура якого описується нормально-круговим законом $T_c = T_0 \exp(-kr^2)$, T_0 – максимальна температура, k – коефіцієнт, який характеризує зосередженість нагріву. Будемо розглядати пластинку великих розмірів. Для цього випадку співвідношення для визначення температури і пружних напружень наведено в [1]. Такий нагрів, зокрема, використовують з метою створення залишкових напружень стиску біля концентраторів напружень. При такому нагріві у центральній області в процесі нагрівання виникають високі температури, які істотно зменшують межу текучості.

З метою використання розробленого вище підходу розглянемо пластинку $r > a$ при $a \ll h$, на межі якої (при $r = a$) за пружного деформування діють напруження $\sigma_r = -E\alpha T/2$. Тут враховано, що у нескінченній пластинці $\sigma_r + \sigma_\theta = -\alpha E T$ та при осесиметричному нагріві суцільної пластинки в центрі $\sigma_r = \sigma_\theta$. При пружнопластичному деформуванні при $r = a$ покладали $\sigma_r = \sigma_\theta = -\sigma_T(T(a))$.

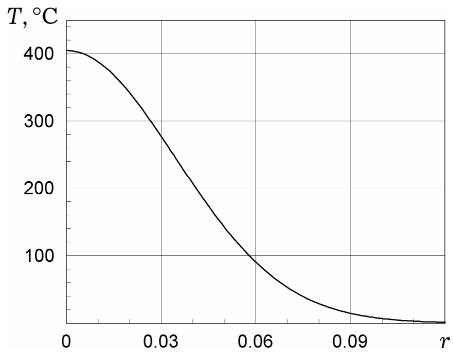
Обчислення виконано з урахуванням залежності межі текучості для сталі від температури (див. табл. 1).

Таблиця 1

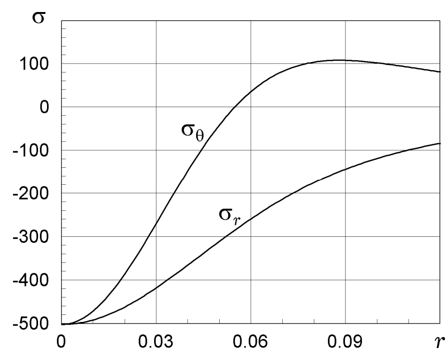
T, °C	0	200	300	400	500	600
σ_T, МПа	250	243	214	180	193	170

При розрахунках приймали $a_T = 1.17 \cdot 10^{-5}$ м^2/с, $h = 0.004$ м, $\mathrm{Bi} = 0.1$, $k = 500$ м$^{-2}$, $T_0 = 1100$ °C, $E = 2.07 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$.

Виконано розрахунки термопластичного стану пластинки, коли час нагріву становив $\tau_0 = 30$ с. На рис. 4*а* зображено температуру (°,C), а на рис. 4*б* – пружні напруження (σ, МПа) у кінцевий момент нагріву. Пружнопластичні напруження у кінцевий момент нагріву наведено на рис. 5.



а)



б)

Рис. 4

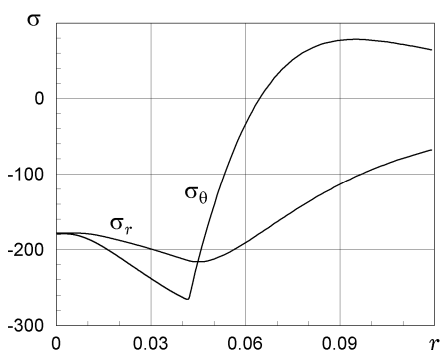


Рис. 5

Основний інтерес становить задача про знаходження залишкових напружень. Їх визначали з урахуванням того, що при охолодженні також відбувається пластичне деформування. Розраховані залишкові напруження наведено на рис. 6 крапками. Тут кривим *1* відповідають напруження σ_r, а кривим *2* – σ_θ. Серед розрахованих напружень основними, що визначають ефективність локального нагріву, є максимальні стискувальні напруження, які у цьому випадку дорівнюють $\sigma_{\theta\,\max} = -133.6$ МПа і досягаються на відстані $r = 0.042$ м від центру нагріву. Залишкові напруження, визначені наближено за теоремою Ільюшина (без урахування пластичного деформування при охолодженні), зображено штриховими кривими *1′*, *2′*. Ці напруження дещо відрізняються від строгіше знайдених у центральній частині, однак є достатньо точними в областях, де має місце стиск.

Для контролю за точністю розрахунків цю ж задачу як двовимірну розв'язано числовим методом, що базується на методі інтегральних рівнянь і теорії текучості [2]. Розраховані залишкові напруження за цим підходом наведено суцільними лініями *1*, *2* на рис. 6. Видно, що напруження, знайдені за різними підходами, практично збігаються. Всі графіки обчислено для часу нагріву $\tau_0 = 30$ с.

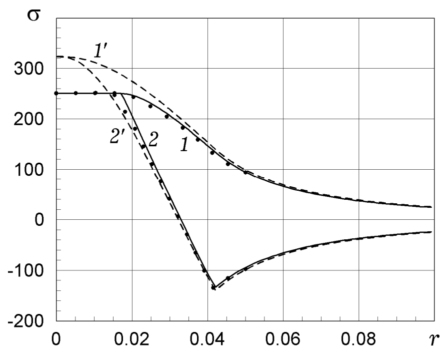


Рис. 6

Вибір параметрів нагріву проведено так, щоб стискувальні напруження були максимально можливими. Оптимальним з цієї точки зору виявився випадок, коли час нагріву становив $\tau_0 = 60$ с. Розраховані залишкові напруження наведено на рис. 7.

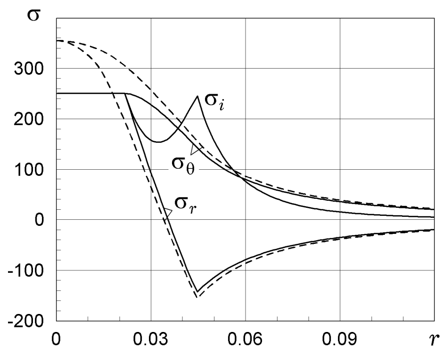


Рис. 7

На рис. 7 наведено також σ_i − інтенсивність напружень, яка виявилась не більшою від σ_T, що підтверджує достовірність знайдених залишкових напружень. Максимальними виявились залишкові напруження $\sigma_\theta = -142.9$ МПа при $r = 0.045$ м. У той же час максимальні значення, які можуть виникати при такому нагріві, дорівнюють [3] $\sigma_{\theta\,\max} = -\sigma_T/\sqrt{3} = -144.33$ МПа. Зазначимо, що запропонований підхід для визначення стискувальних напружень є простим у реалізації і практично точним (у підході, наведеному в [2], використовується розбиття області пластичності на підобласті малих розмірів, а тому точність розрахунків необхідно додатково контролювати).

Висновки. Запропоновано аналітичний підхід до визначення осесиметричного термопластичного стану кусково-однорідних кілець, що перебувають в умовах нестаціонарного нагріву. Розглянуто кільця, що виготовлені з ідеально-пластичних матеріалів зі сталими та залежними від температури межами текучості. Проведено розрахунок термопластичного стану дво- та тришарових кілець. Розглянуто задачу про створення залишкових напружень стиску за допомогою локального нагріву нормально-круговим джерелом тепла.

1. *Коляно Ю. М., Бернар И. И.* Температурные напряжения в пластине при двусторонней лазерной обработке // Проблемы прочности. – 1983. – № 5. – С. 36–38.
2. *Максимович В. Н., Хомляк Л. В.* Численно-аналитическое решение задачи термопластичности для локально нагреваемых пологих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 5. – С. 126–132.
3. *Максимович В. Н., Чабаненко А. А., Михеев П. П., Гуща О. И.* Определение параметров местного нагрева для повышения сопротивления усталости сварных соединений // Проблемы прочности. – 1985. – № 4. – С. 32–36.
4. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – Москва: Высш. шк., 1975. – 400 с.
5. *Писаренко Г. С., Можаровский М. С.* Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – Киев: Наук. думка, 1981. – 496 с.
6. *Соляр Т. Я.* Визначення нестаціонарних температурних полів і напружень у кусково-однорідних кільцевих пластинках на основі чисельно-аналітичної формули обернення перетворення Лапласа // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – **52,** № 3. – С. 201–208.
   Те саме: *Solyar T. Ya.* Determination of nonstationary temperature fields and stresses in piecewise homogeneous circular plates on the basis of a numerical-analytic Laplace inversion formula // J. Math. Sci. – 2010. – **171**, No. 5. – P. 673–681.
7. *Tokovyy Y. V., Ma C.-C.* Analytical solutions to the planar non-axisymmetric elasticity and thermoelasticity problems for homogeneous and inhomogeneous annular domains // Int. J. Eng. Sci. – 2009. – **47**, No. 3. – P. 413–437.
8. *Tokovyy Y. V., Ma C.-C.* Thermal stresses in anisotropic and radially inhomogeneous annular domains // J. Therm. Stresses. – 2008. – **31**, No. 9. – P. 892–913.

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОГО КОЛЬЦА

Приведен аналитический подход к определению и исследованию осесимметричного термопластического состояния кусочно-однородных колец, которые находятся в условиях нестационарного нагрева. Выполнен расчет термопластического состояния двух- и трехслойных кольцевых пластин. Проиллюстрирована эффективность подхода для случая, когда граница текучести зависит от температуры, на примере задачи об определении в пластине остаточных напряжений сжатия при локальном нагреве нормально-круговым источником тепла.

AN AXISYMMETRIC THERMOPLASTICITY PROBLEM FOR A PIECEWISE-HOMOGENEOUS RING

An analytical approach is developed for the determination and analysis of the axisymmetric thermoplastic state in piecewise-homogeneous annuli subjected to the non-stationary heating. The calculation is carried out for the thermoplastic state of two- and three-layer rings. The efficiency of our approach is illustrated for the case when the yield point depends on the temperature, on the example of problem on determination in a plate the compressive residual stresses due to the local heating by a normal-circular heat source.

[1] Луцьк. держ. техн. ун-т, Луцьк,
[2] Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано 26.05.14