

тия и заполнителя, а также ширины зоны нагрева при таких фиксированных значениях остальных параметров: $Bi = 10^{-2}$, $k_1^* = 10^{-4}$, $k_2^* = 10^{-3}$, $\nu = 0,3$, $h_* = 1$. На рис. 1—3 представлены зависимости от осевой координаты безразмерных температурных характеристик T/J (сплошные линии) и Θ/J (штриховые), полученные для нескольких значений параметра $\Lambda_*^{(1)}$ при $\Lambda_*^{(0)} = 0,5$, $l_* = 1$ (рис. 1), параметра $\Lambda_*^{(0)}$ при $\Lambda_*^{(1)} = 1$, $l_* = 1$ (рис. 2) и параметра l_* при $\Lambda_*^{(0)} = 0,5$, $\Lambda_*^{(1)} = 1$ (рис. 3). Из графиков видно, что величина и распределение характеристик T , Θ температурного поля оболочки существенно зависит как от соотношения теплофизических характеристик покрытия, заполнителя и оболочки (см. рис. 1, 2), так и от ширины зоны нагрева (см. рис. 3).

Результаты исследований показали, что при $l_* \geq 10$ в окрестности точек $\alpha = \pm l_*$ (концов зоны нагрева) распределение температур такое же, как и при полубесконечной зоне нагрева, т. е. не наблюдается взаимовлияния концов зоны нагрева.

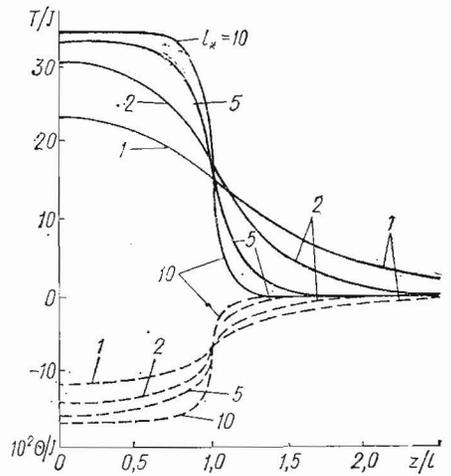


Рис. 3

1. Воробец Б. С. Нестационарные задачи теплопроводности и термоупругости для тел с включениями: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Львов, 1979. — 20 с.
2. Колодий Б. И. Определение температурных полей и напряжений в полом цилиндре при индукционном нагреве. — Прикл. механика, 1969, 5, вып. 10, с. 35—42.
3. Підстригач Я. С. Основи теорії оптимальних режимів локальної термообробки зварних швів. — Вісн. АН УРСР, 1969, № 5, с. 37—43.
4. Подстригач Я. С., Швець Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. — Киев: Наук. думка, 1978. — 344 с.
5. Чернуха Ю. А. Задача теплопроводности для облучаемых многослойных оболочек. — Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 104—109.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР, Львов
Львовский политехнический институт

Получено 03.03.82

УДК 539.377

Я. С. Подстригач, Б. С. Воробец, Ю. А. Чернуха

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПОКРЫТИЕМ И ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ И ОСЕВОМ СЖАТИИ

Исследуем осесимметричное термонапряженное состояние бесконечной цилиндрической оболочки с покрытием и заполнителем, обусловленное индукционным нагревом оболочки по узкому кольцевому участку $|z| \leq l$ (z — осевая координата; $2l$ — ширина зоны нагрева) и сжатием в осевом направлении усилиями N . При этом материалы покрытия и заполнителя считаем мягкими (жесткости покрытия и заполнителя малы по сравнению с жесткостью оболочки). Теплообмен рассматриваемой системы с окружающей средой предполагаем описываемым законом Ньютона.

Прогибы w^0 такой оболочки описываются уравнениями нелинейного краевого эффекта [1]

$$\frac{d^4 w^0}{d\alpha^4} + 2N_* \frac{d^2 w^0}{d\alpha^2} + w^0 = \alpha_t R \left(T - \nu_* \frac{d^2 \Theta}{d\alpha^2} \right) + \frac{\nu R}{2Eh} N, \quad (1)$$

$$N_* = m^2 (4Eh)^{-1} N, \quad v_* = (1 + v)^{\frac{1}{2}} [3(1 - v)]^{-\frac{1}{2}},$$

$$m^2 = Rh^{-1} [3(1 - v^2)]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha = z [3(1 - v^2)]^{\frac{1}{4}} (Rh)^{-\frac{1}{2}},$$

где E , v — модуль Юнга и коэффициент Пуассона оболочки; α_i — коэффициент линейного температурного расширения; $2h$ — толщина оболочки; R — радиус ее срединной поверхности; T , Θ — усредненные по толщине оболочки характеристики температурного поля, которые для исследуемого случая нагрева определяются из решения соответствующей задачи теплопроводности и даются формулами (21)₁, (22)₁. Здесь и далее нижний индекс «1» у номера соответствующей формулы указывает, что она взята из работы [2]. Если это не оговорено, используются также обозначения, принятые в этой работе.

Для случая свободно опертой оболочки, находящейся в температурном поле (22)₁, решением уравнения (1) будет

$$\begin{aligned} \omega^0(\alpha) = & \frac{\nu R}{2Eh} N + \frac{\alpha_i J R}{\mu_1 - \mu_2} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \frac{\xi_i}{\kappa_i^4 + 2N_* \kappa_i^2 + 1} \{[(\mu_{3-i} A_i^{(1)} - v_* B_i^{(1)}) \times \\ & \times \cos \omega_2 \alpha - (\mu_{3-i} A_i^{(2)} + v_* B_i^{(2)}) \sin \omega_2 \alpha] e^{\omega_1 \alpha} + \\ & + [\mu_{3-i} (u_i - C_i^+(\alpha)) - v_* (1 - D_i^+(\alpha))] S_+(\alpha + l_*) - \\ & - [\mu_{3-i} (u_i - C_i^-(\alpha)) - v_* (1 - D_i^-(\alpha))] S_+(\alpha - l_*) + \\ & + (\mu_{3-i} + v_* \kappa_i^2) (J \xi_i)^{-1} \Psi_i(\alpha)\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$A_i^{(1)} = u_i \operatorname{sh} \omega_1 l_* \cos \omega_2 l_* - v_i \operatorname{ch} \omega_1 l_* \sin \omega_2 l_*,$$

$$A_i^{(2)} = u_i \operatorname{ch} \omega_1 l_* \sin \omega_2 l_* + v_i \operatorname{sh} \omega_1 l_* \cos \omega_2 l_*,$$

$$B_i^{(1)} = g_i \operatorname{ch} \omega_1 l_* \sin \omega_2 l_* + \operatorname{sh} \omega_1 l_* \cos \omega_2 l_*,$$

$$B_i^{(2)} = g_i \operatorname{sh} \omega_1 l_* \cos \omega_2 l_* - \operatorname{ch} \omega_1 l_* \sin \omega_2 l_*,$$

$$C_i^\pm(\alpha) = u_i \operatorname{ch} \omega_1(\alpha \pm l_*) \cos \omega_2(\alpha \pm l_*) - v_i \operatorname{sh} \omega_1(\alpha \pm l_*) \sin \omega_2(\alpha \pm l_*),$$

$$D_i^\pm(\alpha) = g_i \operatorname{sh} \omega_1(\alpha \pm l_*) \sin \omega_2(\alpha \pm l_*) + \operatorname{ch} \omega_1(\alpha \pm l_*) \cos \omega_2(\alpha \pm l_*),$$

$$g_i = (2\omega_1 \omega_2)^{-1} (\kappa_i^2 + N_*), \quad v_i = (2\omega_1 \omega_2)^{-1} [1 - N_* (\kappa_i^2 + 2N_*)],$$

$$u_i = \kappa_i^2 + 2N_*, \quad 2\omega_1^2 = 1 - N_*, \quad 2\omega_2^2 = 1 + N_*,$$

$$l_* = l [3(1 - v^2)]^{\frac{1}{4}} (Rh)^{-\frac{1}{2}}, \quad J = j^2 (\lambda \sigma)^{-1},$$

где j — амплитуда тока в индукторе; λ , σ — коэффициенты теплопроводности и электропроводности оболочки соответственно; $S_+(x)$ — единичная функция Хевисайда; μ_1 , μ_2 — корни уравнения (20)₁; величины κ_i , ξ_i и $\Psi_i(\alpha)$ даются формулами (19)₁ и (21)₁ соответственно.

Усилия N_z^0 , N_β^0 и изгибающие моменты M_z^0 , M_β^0 (β — окружная координата) в исследуемом случае определяются формулами [3]

$$N_z^0 = -N, \quad N_\beta^0 = 2Eh \left(\frac{1}{R} \omega^0 - \alpha_i T \right) - \nu N,$$

$$M_z^0 = -2Eh R m^{-2} \left(\frac{1}{R} \frac{d^2 \omega^0}{d\alpha^2} + v_* \alpha_i \Theta \right),$$

$$M_\beta^0 = -2Eh R m^{-2} \left(\frac{\nu}{R} \frac{d^2 \omega^0}{d\alpha^2} + v_* \alpha_i \Theta \right).$$

Соотношения (22)₁, (2), (3) полностью определяют напряженно-деформированное состояние оболочки с покрытием и наполнителем при локальном нагреве и осевом сжатии.

По формулам (2), (3) проведены численные расчеты и было исследовано влияние на термонапряженное состояние оболочки теплофизических и

геометрических параметров покрытия и заполнителя, ширины зоны нагрева, а также величины сжимающей силы. Остальные параметры системы при этом считались фиксированными и принимались следующими:

$$k_*^{(1)} = h_1(R + h + h_1)^{-1} = 10^{-4}, \quad k_*^{(2)} = hR^{-1} = 10^{-3}; \quad \nu = 0,3,$$

$$Bi = \varepsilon_1 h \lambda^{-1} = 10^{-2}, \quad h_* = h^{-1} (2\omega\mu\sigma)^{-\frac{1}{2}} = 1$$

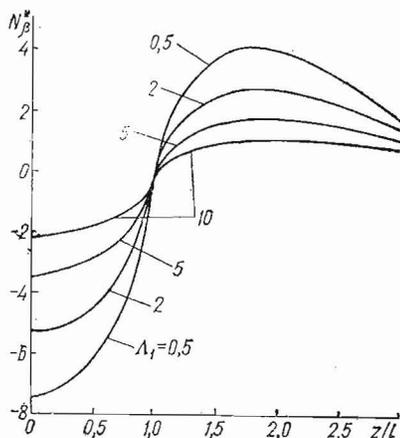


Рис. 1

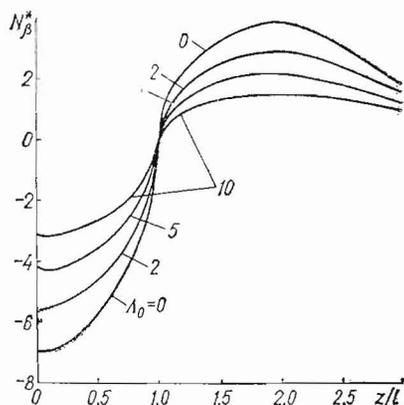


Рис. 2

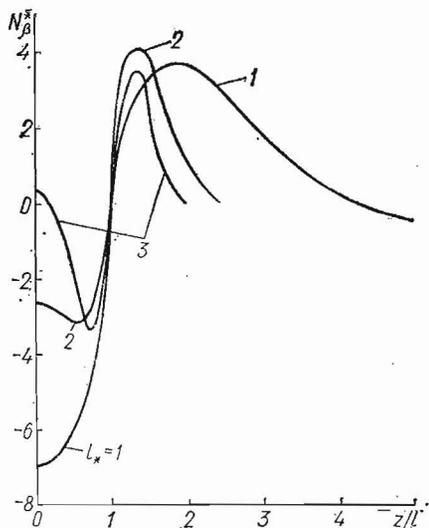


Рис. 3

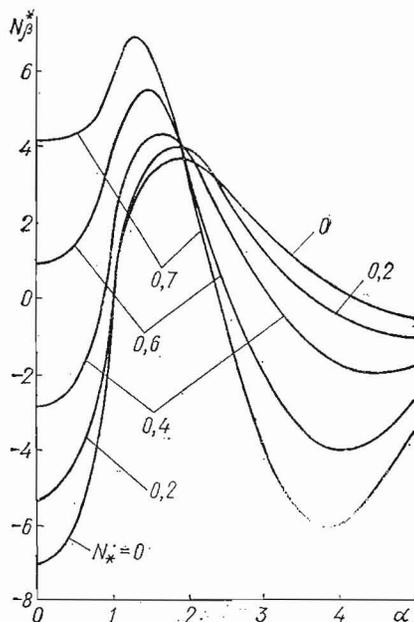


Рис. 4

($2h_1$ — толщина покрытия, ε_1 — коэффициент теплоотдачи; ω — круговая частота тока в индукторе, μ — магнитная проницаемость материала оболочки).

На рис. 1—4 представлены графики распределения по осевой координате безразмерных окружных усилий $N_\beta^* = N_\beta^0 (2Eh\alpha_l)^{-1}$ для нескольких, указанных возле соответствующих кривых, значений параметра Λ_1 , характеризующего соотношение теплофизических и геометрических величин покрытия и оболочки ($N_* = 0$, $L_* = 1$, $\Lambda_0 = 0,5$) (рис. 1); при этом $\Lambda_0 = 0,5 \lambda_0 R_0 (\lambda h)^{-1}$, $\Lambda_1 = \lambda_1 h_1 (\lambda h)^{-1}$, λ_0 , λ_1 и λ — коэффициенты теплопроводности материалов заполнителя, покрытия и собственно оболочки,

R_0 — радиус поперечного сечения заполнителя; для различных значений параметра Λ_0 , характеризующего соотношение теплофизических и геометрических величин заполнителя и оболочки ($N_* = 0$, $l_* = 1$, $\Lambda_1 = 1$) (рис. 2); для нескольких значений параметра l_* , характеризующего ширину зоны нагрева ($N_* = 0$, $\Lambda_0 = 1$, $\Lambda_1 = 0,5$) (рис. 3); для различных значений параметра осевого сжатия N_* ($\Lambda_0 = 0,5$, $\Lambda_1 = 1$, $l_* = 1$) (рис. 4).

Распределение изгибающего момента

$$M_z^* = (2h^2 E \alpha_i \nu)^{-1} [3(1 - \nu^2)]^{\frac{1}{2}} M_z$$

по осевой координате показано на рис. 5, 6. Эти кривые построены при различных значениях параметра Λ_1 ($N_* = 0$, $l_* = 1$, $\Lambda_0 = 0,5$) (рис. 5) и параметра осевого сжатия N_* ($l_* = 1$, $\Lambda_0 = 1$, $\Lambda_1 = 0,5$) (рис. 6).

Полученные результаты, часть которых представлена в виде графиков на рис. 1—6, позволяют сделать такие выводы: влияние на окружные уси-

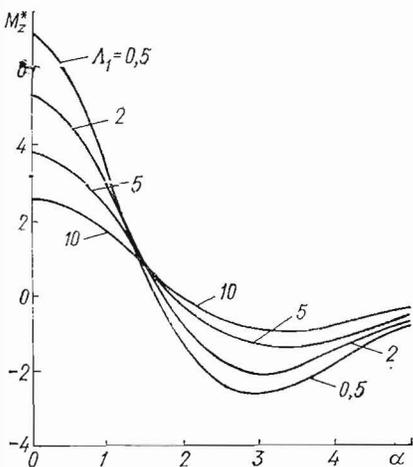


Рис. 5

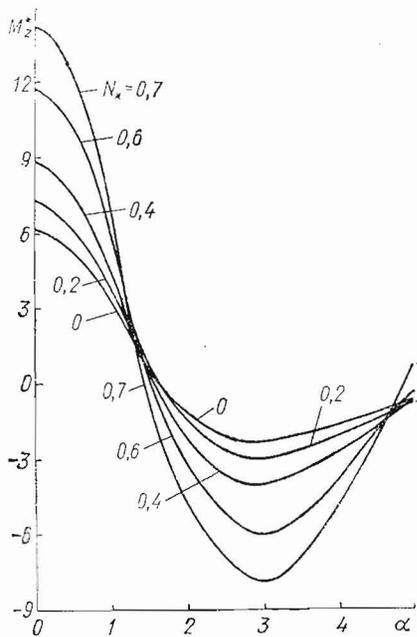


Рис. 6

лия в оболочке при ее локальном нагреве теплофизических параметров покрытия качественно такое же, как и заполнителя (см. рис. 1, 2); изменение ширины зоны нагрева приводит к существенному изменению величин и характера распределения усилий и моментов в оболочке (рис. 3); осевое сжатие существенно влияет на напряженное состояние в зоне нагрева, с ростом параметра осевого сжатия усилия в этой зоне могут даже изменить знак, за счет осевой силы можно добиться перемещения области, predisположенной к выпучиванию, за пределы зоны термообработки, где легче обеспечить устойчивость оболочки (см. рис. 4, 6).

1. Григолюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек.— М.: Наука, 1978.— 360 с.
2. Подстригач Я. С., Воробец Б. С., Чернуха Ю. А. Температурные поля оболочек с покрытиями и заполнителем.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1984, вып. 19, с. 49—54.
3. Подстригач Я. С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек.— Киев: Наук. думка, 1978.— 344 с.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР, Львов
Львовский политехнический институт

Получено 16.06.82