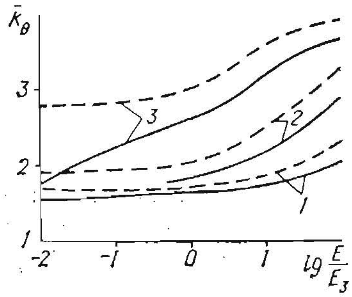
вающие изменение коэффициентов концентрации k_θ напряжений σ_θ на контуре отверстия для крайних точек наружного слоя в зависимости от параметров E/E_3 и λ при $t/h = 0{,}4$ (сплошные линии — второе приближение, штриховые — первое приближение). Кривые 1—3 соответствуют $\lambda = 0{,}2$; 0,8; 4. Полученные результаты показывают, что коэффициенты концентрации существенно зависят от λ и E/E_3. С увеличением λ коэффициенты концентрации повышаются. Увеличение жесткости заполнителя приводит к их снижению. Учитывая это, можно, как отмечено в работе [1], уменьшить эффект концентрации напряжений вблизи отверстия путем повышения жесткости заполнителя в зоне, прилегающей к отверстию.



Сравнение результатов первого и второго приближений показывает, что при $\lambda \leqslant 0{,}2$ и $0{,}1 \leqslant E/E_3 \leqslant 10$ можно ограничиться при определении коэффициентов концентрации первым приближением. При увеличении λ и существенном различии жесткостей наружных слоев и заполнителя необходимо решение в более высоких приближениях.

1. *Ван Фо Фы Г. А., Савиченко А. А.* Напряженное состояние около кругового выреза в трехслойной сферической оболочке.— Прикл. механика, 1970, **6**, № 6, с. 112—116.
2. *Пелех Б. Л.* Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью.— Киев : Наук. думка, 1973.— 248 с.
3. *Плеханов А. В., Прусаков А. П.* О построении теории изгиба трехслойных пластин средней толщины энергоасимптотическим методом.— Изв. вузов. Стр-во и архитектура, 1977, № 7, с. 28—32.

Днепропетровский инженерно-строительный институт

Поступила в редколлегию 17.12.80

УДК 539.3

И. Г. Гончар

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ РАДИАЛЬНОМ СЖАТИИ

Рассмотрим круглую многоступенчатую пластину (рис. 1), полутолщину которой можно представить в виде

$$h(r) = h_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (h_{k+1} - h_k) S_+ (r - R_k), \qquad (1)$$

где $S_+(r - R_k) = \begin{cases} 1, & r > R_k, \\ 0, & r \leqslant R_k; \end{cases}$

R_k — радиус k-го элемента ступенчатой пластины; $2h_k$ — его толщина. Пластинка подвергается равномерному сжатию по внешнему контуру $r = R_n$, т. е.

$$N(r)|_{r=R_n} = q_0. \qquad (2)$$

Для определения возникающих при этом радиальных N_r и кольцевых N_φ усилий воспользуемся известными* уравнением

$$rN_r'' + \left(3 - \frac{r}{D_N} D_N'\right) N_r' - (1 - \nu) \frac{D_N'}{D_N} N_r = 0 \qquad (3)$$

и соотношением

$$N_\varphi = (rN_r)'.$$

* *Коваленко А. Д.* Избранные труды.— Киев : Наук. думка, 1976.— 720 с.

Здесь $N'_r = \frac{dN_r}{dr}$; $D_N = \frac{2Eh(r)}{1-\nu^2}$; E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона.

Подставив уравнение (1) в (3), получим

$$N''_r + \frac{3}{r} N'_r = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} N'_r \big|_{r=R_k} \delta_+ (r - R_k) + $$
$$+ (1-\nu) \frac{1}{R_k} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} N_r \big|_{r=R_k} \delta_+ (r - R_k), \tag{4}$$

где $\delta_+ (r - R_k) = S'_+ (r - R_k)$ — дельта-функция Дирака.

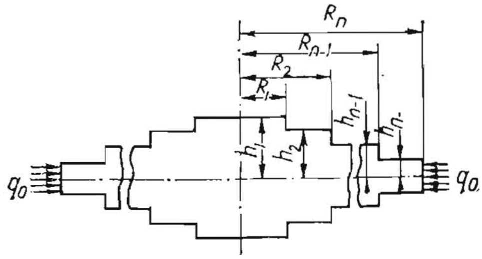


Рис. 1

Решение уравнения (4) запишется в виде

$$N_r = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{R_k^2}{r^2}\right) K_k S_+ (r - R_k) +$$
$$+ \frac{A}{2} + \frac{B}{r^2},$$

где $K_k = R_k N'_r \big|_{r=R_k} + (1-\nu) N_r \big|_{r=R_k}$; A, B — постоянные интегрирования. Определяя постоянные интегрирования из условия (2) и условия ограниченности усилий в центре пластины, находим

$$\frac{A}{2} = -q_0 \left\langle 1 + \frac{1-\nu}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_n^2}\right) \left\{ 1 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{h_{i+1} - h_i}{h_{i+1}} \left[1 - \nu + (1+\nu) \frac{R_i^2}{R_k^2} \right] \right\} \right\rangle^{-1}, \quad B = 0.$$

Следовательно,

$$N_r = \left\langle 1 + \frac{1-\nu}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} \left(1 - \frac{R_k^2}{r^2}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{h_{i+1} - h_i}{h_{i+1}} \left[1 - \nu + \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. + (1+\nu) \frac{R_i^2}{R_k^2} \right] \right\} S_+ (r - R_k) \right\rangle \frac{A}{2},$$

$$N_\varphi = \left\langle 1 + \frac{1-\nu}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k+1} - h_k}{h_{k+1}} \left(1 + \frac{R_k^2}{r^2}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{h_{i+1} - h_i}{h_{i+1}} \times \right.\right. \tag{5}$$
$$\left.\left. \times \left[1 - \nu + (1+\nu) \frac{R_i^2}{R_k^2} \right] \right\} S_+ (r - R_k) \right\rangle \frac{A}{2}.$$

Используя формулы (5) для трехступенчатой пластины, находим

$$N_r = \left(1 + \frac{1-\nu}{2} \left\langle \frac{h_2 - h_1}{h_2} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho^2}\right) S_+ (\rho - \rho_1) + \frac{h_3 - h_2}{h_3} \left(1 - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. - \frac{\rho_2^2}{\rho^2}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{h_2 - h_1}{h^2} \left[1 - \nu + (1+\nu) \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right] \right\} S_+ (\rho - \rho_2) \right\rangle \right) \frac{A}{2},$$

$$N_\varphi = \left(1 + \frac{1-\nu}{2} \left\langle \frac{h_2 - h_1}{h_2} \left(1 + \frac{\rho_1^2}{\rho^2}\right) S_+ (\rho - \rho_1) + \frac{h_3 - h_2}{h_3} \left(1 + \right.\right.\right. \tag{6}$$
$$\left.\left.\left. + \frac{\rho_2^2}{\rho^2}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{h_2 - h_1}{h_2} \left[1 - \nu + (1+\nu) \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right] \right\} S_+ (\rho - \rho_2) \right\rangle \right) \frac{A}{2},$$

где $\rho = \frac{r}{R_3}$; $\rho_1 = \frac{R_1}{R_3}$; $\rho_2 = \frac{R_2}{R_3}$.

По формулам (6) при $h_1 = 1$ см; $h_2 = 0{,}8$ см; $h_3 = 0{,}6$ см; $R_1 = 8$ см; $R_2 = 16$ см; $R_3 = 24$ см; $\nu = 0{,}3$ произведены расчеты безразмерных величин $N_{rr} = \frac{N_r}{q_0}$, $N_{\varphi\varphi} = \frac{N_\varphi}{q_0}$, которые представлены в виде графиков на рис. 2 и 3. На этих рисунках кривые *1* соответствуют распределению усилий в трехступенчатой пластине, кривые *2* — в пластине постоянной толщины. Из рис. 2 и 3 видно, что радиальные N_r и кольцевые N_φ усилия на участке пластины толщиной $2h_1$ имеют постоянные и равные значения. Затем радиальные усилия уменьшаются, достигая на поверхности пластины заданного значения внешней нагрузки. Кольцевые усилия испытывают скачки в местах скачкообразного изменения толщины пластины. В случае пластины постоянной толщины усилия равны между собой и равны значению внешней нагрузки.

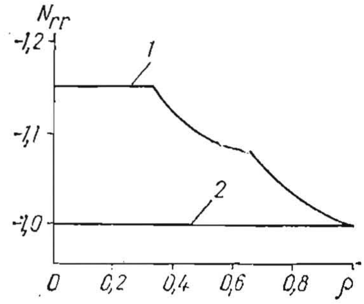


Рис. 2

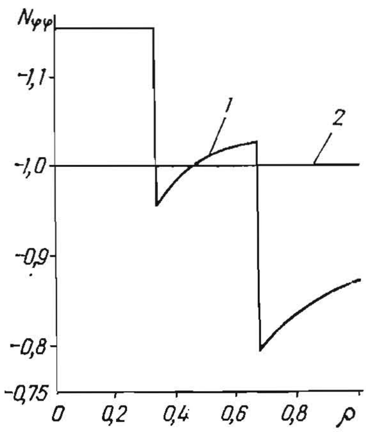


Рис. 3

Хмельницкий технологический
институт бытового обслуживания

Поступила в редколлегию
20.01.81

УДК 517.43

С. И. Пидкуйко

ПОЛНАЯ ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ n ЧАСТИЦ НА ПРЯМОЙ

Гамильтонова система n частиц на прямой с гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} p_j^2 + \sum_{1\leqslant j<k\leqslant n} V(x_j - x_k), \tag{1}$$

где p_j $(j = 1, \ldots, n)$ — импульс, а x_j $(j = 1, \ldots n)$ — координата j-й частицы, вполне интегрируема по Лиувиллю [4], если $V(x) = P(x)$ — P — функция Вейерштрасса или ее вырожденные случаи. Известно [6], что характеристические числа матрицы

$$L = \begin{pmatrix} p_1 & d(x_1 - x_2) & \ldots & \alpha(x_1 - x_n) \\ \alpha(x_2 - x_1) & p_2 & \ldots & \alpha(x_2 - x_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha(x_n - x_1) & \alpha(x_n - x_2) & \ldots & p_n \end{pmatrix} \tag{2}$$

являются интегралами системы (1). Коэффициенты характеристического многочлена матрицы (2)

$$\det|L + \lambda E| = \lambda^n + \sum_{k=1}^{n} I_k\lambda^{n-k}$$

дают полную систему интегралов в инволюции [4]. Без ограничения общности можно считать [3], что $\alpha(x)$ — нечетная функция и $V(x) = \alpha^2(x)$. Тогда