ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРІВ, ЩО ПОВ'ЯЗАНІ З УЗАГАЛЬНЕНИМ ЗСУВОМ, ПОРОДЖЕНИМ ОПЕРАТОРОМ ПОММ'Є

©2005 р. Юрій ЛІНЧУК

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012

Редакція отримала статтю 24 лютого 2005 р.

У класі лінійних неперервних операторів, які діють у просторах аналітичних в довільних однозв'язних областях функцій, одержано зображення розв'язків деяких операторних рівнянь, які містять узагальнений зсув, породжений оператором Помм'є. Одержані умови еквівалентності різних операторів узагальненого зсуву.

Оператори зсуву відіграють важливу роль у різних питаннях сучасної математики. Нехай h — фіксоване комплексне число. Оператор зсуву E_h лінійно та неперервно діє в просторі цілих функцій A_∞ за правилом $(E_h f)(z) = f(z+h)$. У роботі [5] описано комутант оператора зсуву в просторі A_∞, а в [3] одержано зображення комутанта одного класу операторів, що пов'язані з оператором зсуву.

Оператор зсуву $E_h : A_\infty \to A_\infty$ можна подати у вигляді $(E_h f)(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(z)$. Оператор диференціювання $\frac{d}{dz}$ є частковим випадком оператора узагальненого диференціювання D_α, породженого послідовністю комплексних чисел $\{\alpha_n : n \geq 0\}$, де $\alpha_n = \frac{1}{n!}$ [1]. Тому в [2] для певного класу операторів узагальненого диференціювання D_α і досить малих за модулем комплексних чисел h формулою $(T_h f)(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \alpha_n h^n (D_\alpha^n f)(z)$ визначається оператор узагальненого зсуву T_h, який відповідає оператору D_α.

УДК 517.983; MSC 2000: 47G30

Важливим частковим випадком операторів узагальненого диференціювання є оператор Помм'є, що побудований за одиничною послідовністю. У [4] систематизовано результати стосовно операторів Помм'є, які діють у просторах функцій, аналітичних у кругових областях.

Нехай G — довільна область комплексної площини. Через $\mathcal{H}(G)$ позначимо простір усіх аналітичних в області G функцій, що наділений топологією компактної збіжності [6]. Якщо $0 \in G$, то оператор Помм'є Δ лінійно і неперервно діє в просторі $\mathcal{H}(G)$ за правилом: $(\Delta f)(z) = \frac{f(z)-f(0)}{z}$ при $z \neq 0$ і $(\Delta f)(0) = f'(0)$. Нехай $\rho = \inf\{|z| : z \notin G\}$, а h — відмінне від нуля комплексне число, для якого $|h| < \rho$. Через T_h позначимо оператор узагальненого зсуву, який відповідає оператору Помм'є Δ, тобто

$$(T_h f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h^n (\Delta^n f)(z). \tag{1}$$

Легко встановити, що для довільної функції $f \in \mathcal{H}(G)$ ряд у правій частині (1) збігається рівномірно всередині круга $\{z \in \mathbb{C} : |z| < \rho\}$ і його сума при $z \neq h$ дорівнює $\frac{zf(z)-hf(h)}{z-h}$. Тому надалі для числа $h \in G \backslash \{0\}$ через T_h позначатимемо оператор узагальненого зсуву, який лінійно і неперервно діє в $\mathcal{H}(G)$ за правилом

$$(T_h f)(z) = \frac{zf(z) - hf(h)}{z - h} \tag{2}$$

при $z \neq h$ і $(T_h f)(h) = f(h) + hf'(h)$.

1. Дослідимо спочатку розв'язки одного класу операторних рівнянь, що містять оператори узагальнених зсувів.

Нехай G_i $(i = 1, 2)$ — довільні однозв'язні області комплексної площини, які містять початок координат, а $h_i \in G_i \backslash \{0\}$. Через T_{h_i} позначимо оператор узагальненого зсуву, що породжений оператором Помм'є і діє в $\mathcal{H}(G_i)$ за правилом:

$$(T_{h_i} f)(z) = \frac{zf(z) - h_i f(h_i)}{z - h_i} \tag{3}$$

при $z \neq h_i$ і $(T_{h_i} f)(h_i) = f(h_i) + h_i f'(h_i)$, $i = 1, 2$. З'ясуємо умови існування та загальний вигляд нетривіальних розв'язків операторного рівняння вигляду

$$TT_{h_1} = T_{h_2} T \tag{4}$$

в класі лінійних неперервних операторів T, що діють з простору $\mathcal{H}(G_1)$ в $\mathcal{H}(G_2)$, тобто $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$. У випадку, коли $G_1 = G_2 = G$, відповідну множину операторів позначатимемо через $\mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$.

Основним апаратом досліджень буде інтегральне зображення Кете операторів $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1),\mathcal{H}(G_2))$ [6]. Наведемо його в стислому вигляді. Нехай $G_i^{(n)}$, $i = 1, 2$, $n = 1, 2, \ldots$ — послідовності однозв'язних областей, кожна з яких обмежена замкненою спрямною жордановою кривою, що апроксимують зсередини відповідну область G_i, тобто $\overline{G_i^{(n)}} \subset G_i^{(n+1)}$, $G_i = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} G_i^{(n)}$. Для оператора $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1),\mathcal{H}(G_2))$ його характеристична функція $t(\lambda, z) = T\left[\frac{1}{\lambda - \tilde{z}}\right]$, $\lambda \in \complement G_1, \tilde{z} \in G_1$, локально аналітична на множині $\complement G_1 \times G_2$ в наступному сенсі: для довільного натурального числа n існує $N(n)$ таке, що $t(\lambda, z)$ є аналітичною на множині $\overline{\complement G_1^{(N(n))}} \times G_2^{(n)}$, при цьому $t(\infty, z) = 0$; крім того, якщо $m > n$, то функція $t(\lambda, z)$, яка визначена на множинах $\overline{\complement G_1^{(N(n))}} \times G_2^{(n)}$ і $\overline{\complement G_1^{(N(m))}} \times G_2^{(m)}$, збігається на їхньому перетині $\overline{\complement G_1^{(N(m))}} \times G_2^{(n)}$ (завжди можна вважати, що функція $N(n)$ монотонно зростає). При цьому для $g \in \mathcal{H}(G_1)$ при $z \in G_2^{(n)}$

$$(Tg)(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\gamma_n} t(\lambda, z) g(\lambda) d\lambda\,, \tag{5}$$

де γ_n — межа області $G_1^{(N(n)+1)}$.

Теорема 1. *Нехай G_1 та G_2 — довільні однозв'язні області комплексної площини, причому $0 \in G_i$, а $h_i \in G_i \backslash \{0\}$, $i = 1, 2$. Для того щоб операторне рівняння (4) в класі операторів $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$ мало нетривіальний розв'язок необхідно і досить, щоб виконувалася умова*

$$\frac{h_1}{h_2} G_2 \subset G_1. \tag{6}$$

При виконанні умови (6) загальний розв'язок рівняння (4) в класі операторів $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$ зображується формулою

$$(Tf)(z) = K \underset{\zeta}{L} \left[\frac{z f(z) - \zeta f(\zeta)}{z - \zeta}\right], \tag{7}$$

де L — деякий лінійний неперервний функціонал на просторі $\mathcal{H}(G_1)$, а оператор $K \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$ діє за правилом:

$$(Kf)(z) = f\left(\frac{h_1}{h_2} z\right). \tag{8}$$

Доведення. Припустимо, що оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$ з характеристичною функцією $t(\lambda, z) = T\left[\frac{1}{\lambda - \tilde{z}}\right]$ задовольняє рівняння (4). Застосовуючи обидві частини рівності (4) до функції $\frac{1}{\lambda - z}$, одержимо, що на множині $\mathcal{F} = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \complement\overline{G_1^{(N(n))}} \times G_2^{(n)}$ (див. [6]) виконується рівність

$$\left(\lambda - \frac{h_1}{h_2} z\right) t(\lambda, z) = (\lambda - h_1) t(\lambda, h_2). \tag{9}$$

Не порушуючи загальності, вважатимемо, що $h_i \in G_i^{(n)}$ при $i = 1, 2$; $n = 1, 2, \ldots$. Доведемо виконання умови (6) методом від супротивного. Нехай існує така точка $z_0 \in G_2$ така, що $\lambda_0 = \left(\frac{h_1}{h_2} z_0\right) \in \complement G_1$. Зафіксуємо довільне натуральне число n таким, щоб $z_0 \in G_2^{(n)}$ і знайдене для нього $N(n)$ такі, що при $z \in G_2^{(n)}$ і $\lambda \in \complement\overline{G_1^{(N(n))}}$ виконується рівність (9). Оскільки множини $\complement\overline{G_1^{(N(n))}}$, $G_2^{(n)}$ — відкриті, то існує окіл $V_\delta(\lambda_0) = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda - \lambda_0| < \delta\}$ точки λ_0, який міститься в області $\complement\overline{G_1^{(N(n))}}$ і перетворенням $z = \frac{h_2}{h_1}\lambda$ відображається в область $G_2^{(n)}$. Покладаючи в рівності (9) довільне $\lambda \in V_\delta(\lambda_0)$ і відповідне $z = \frac{h_2}{h_1}\lambda$, одержимо, що $(\lambda - h_1) t(\lambda, h_2) = 0$ при $\lambda \in V_\delta(\lambda_0)$. За теоремою єдиності для аналітичних функцій отримуємо, що $t(\lambda, h_2) = 0$ при $\lambda \in \complement\overline{G_1^{(N(n))}}$, а тоді з (9) одержуємо, що $t(\lambda, z) = 0$ при $(\lambda, z) \in \mathcal{F}$; тому $T = 0$. Таким чином, якщо $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$ задовольняє рівняння (4) і $T \neq 0$, то умова (6) виконується.

Нехай умова (6) виконується. Знайдемо загальний розв'язок рівняння (4). Характеристичну функцію $t(\lambda, z)$ оператора $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$, який є розв'язком рівняння (4), подамо у вигляді

$$t(\lambda, z) = \frac{\lambda(1 - \frac{h_1}{\lambda}) t(\lambda, h_2)}{\lambda - \frac{h_1}{h_2} z}. \tag{10}$$

Оскільки функція $t(\lambda, z)$ є локально аналітичною на множині $\complement G_1 \times G_2$, то функція $l(\lambda) = (1 - \frac{h_1}{\lambda}) t(\lambda, h_2)$ є аналітичною на множині $\complement G_1$. Тому існує лінійний неперервний функціонал $L \in \mathcal{H}'(G_1)$, для якого функція $l(\lambda)$ є характеристичною, тобто $l(\lambda) = \underset{\zeta}{L}\left[\frac{1}{\lambda - \zeta}\right]$ [6]. Тоді формулою $(T_1 f)(z) = \underset{\zeta}{L}\left[\frac{z f(z) - \zeta f(\zeta)}{z - \zeta}\right]$ визначається оператор $T_1 \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1))$.

Оскільки умова (6) виконується, то формулою (8) визначається оператор $K \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1), \mathcal{H}(G_2))$. Позначимо $T_2 = K T_1$. Безпосередньою перевіркою переконуємося в тому, що характеристична функція оператора T_2 збігається з функцією $t(\lambda, z)$, яка визначається формулою (10). Тому $T = T_2$ і необхідність умов теореми 1 доведено.

Їх достатність випливає з того, що для оператора T, який визначається формулою (7), характеристичні функції операторів TT_{h_1} та $T_{h_2}T$ співпадають.

Наслідок 1. *Нехай G_i та h_i $(i = 1, 2)$ задовольняють умови теореми 1. Для того щоб оператор T_{h_1} у просторі $\mathcal{H}(G_1)$ був еквівалентним операторові T_{h_2} в просторі $\mathcal{H}(G_2)$ необхідно і досить, щоб виконувалась умова*

$$h_1 G_2 = h_2 G_1. \tag{11}$$

Доведення. *Необхідність.* Нехай оператор T_{h_1} у просторі $\mathcal{H}(G_1)$ еквівалентний операторові T_{h_2} в просторі $\mathcal{H}(G_2)$. Тоді існує ізоморфізм $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G_1),\mathcal{H}(G_2))$, для якого є правильною рівність $TT_{h_1} = T_{h_2}T$. Тому за теоремою 1 виконується умова (6). Оскільки T — ізоморфізм, то з попередньої операторної рівності випливає, що $T^{-1}T_{h_2} = T_{h_1}T^{-1}$, де T^{-1} — оператор, обернений до оператора T. За теоремою 1 одержуємо, що

$$\frac{h_2}{h_1} G_1 \subset G_2. \tag{12}$$

Із включень (6) і (12) випливає рівність (11).

Достатність. При виконанні умови (11) оператор K, що визначається формулою (8), ізоморфно відображає простір $\mathcal{H}(G_1)$ на простір $\mathcal{H}(G_2)$. Оскільки $KT_{h_1} = T_{h_2}K$, то оператор T_{h_1} в $\mathcal{H}(G_1)$ еквівалентний операторові T_{h_2} в $\mathcal{H}(G_2)$.

У випадку, коли $G_1 = G_2 = G$, $h_1 = h_2 = h \in G\backslash\{0\}$, з теореми 1 одержуємо опис комутанта оператора T_h в просторі $\mathcal{H}(G)$.

Наслідок 2. *Нехай G — довільна однозв'язна область комплексної площини, яка містить початок координат, а $h \in G\backslash\{0\}$. Для того щоб оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$ був переставним з оператором узагальненого зсуву T_h необхідно і досить, щоб він мав такий вигляд:*

$$(Tf)(z) = \underset{\zeta}{L}\left[\frac{zf(z) - \zeta f(\zeta)}{z - \zeta}\right], \tag{13}$$

де L — деякий лінійний неперервний функціонал на просторі $\mathcal{H}(G)$.

2. У [3] одержано опис комутанта оператора $E_h + E_{-h}$ в класі лінійних неперервних операторів, що діють у просторі цілих функцій. Розв'яжемо аналогічну задачу для операторів узагальненого зсуву, що породжені оператором Помм'є.

Нехай G — довільна однозв'язна область комплексної площини, яка містить початок координат, h — таке ненульове комплексне число, що h і $-h$ належать до G. Опишемо комутант оператора $T_h + T_{-h}$ в просторі $\mathcal{H}(G)$, тобто знайдемо всі лінійні неперервні оператори $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$, для яких

$$T(T_h + T_{-h}) = (T_h + T_{-h})T. \tag{14}$$

Розв'язок цієї задачі істотно залежить від того, чи є область G симетричною відносно початку координат.

Теорема 2. *Нехай G — симетрична відносно початку координат однозв'язна область комплексної площини і $h \in G\backslash\{0\}$. Для того щоб оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$ задовольняв рівність* (14) *необхідно і досить, щоб він мав такий вигляд:*

$$(Tf)(z) = (z+h)\underset{\zeta}{L_1}\underset{z}{P}\left[\frac{zf(z)-\zeta f(\zeta)}{z-\zeta}\right] + (z-h)\underset{\zeta}{L_2}\underset{z}{P}\left[\frac{zf(z)-\zeta f(\zeta)}{z-\zeta}\right], \tag{15}$$

де L_i $(i = 1, 2)$ — деякі лінійні неперервні функціонали на просторі $\mathcal{H}(G)$, а оператор $P \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$ діє за правилом: $(Pf)(z) = f(z)+f(-z)$.

Доведення. *Необхідність.* Нехай оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$ з характеристичною функцією $t(\lambda, z)$ задовольняє співвідношення (14). Застосовуючи обидві частини рівності (14) до функції $\frac{1}{\lambda - z}$, одержимо, що на множині $\mathcal{F}= \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \complement\overline{G^{(N(n))}} \times G^{(n)}$ виконується рівність

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda-h} + \frac{\lambda}{\lambda+h}\right) t(\lambda, z) = \frac{zt(\lambda, z) - ht(\lambda, h)}{z-h} + \frac{zt(\lambda, z) + ht(\lambda, -h)}{z+h}.$$

Розв'язавши це рівняння відносно $t(\lambda, z)$, одержимо, що на множині $\mathcal{F}$

$$\begin{gathered} t(\lambda, z) = \frac{\lambda}{4h}\left(1 - \frac{h^2}{\lambda^2}\right) \times \\ \times \left((z+h)t(\lambda, h) - (z-h)t(\lambda, -h)\right)\left(\frac{1}{\lambda - z} + \frac{1}{\lambda + z}\right). \end{gathered} \tag{16}$$

Оскільки функція $t(\lambda, z)$ є локально аналітичною на множині $\complement G \times G$, то функції $t(\lambda, h)$, $t(\lambda, -h)$ є аналітичними на множині $\complement G$ і на безмежності обертаються в нуль. Позначимо

$$l_1(\lambda) = \frac{1}{4h}\left(1 - \frac{h^2}{\lambda^2}\right) t(\lambda, h), \quad l_2(\lambda) = -\frac{1}{4h}\left(1 - \frac{h^2}{\lambda^2}\right) t(\lambda, -h).$$

Кожна з функцій $l_i(\lambda)$ є аналітичною на множині $\complement G$, тому вона є характеристичною функцією деякого лінійного неперервного на просторі $\mathcal{H}(G)$ функціонала L_i [6], тобто $l_i(\lambda) = \underset{\zeta}{L_i}\left[\frac{1}{\lambda-\zeta}\right]$, $i = 1, 2$. Означимо оператор T_1 правою частиною формули (15), в якій L_1 та L_2 — функціонали, введені вище. Тоді характеристична функція оператора T_1 збігається з функцією $t(\lambda, z)$, що визначається формулою (16). Оскільки за характеристичною функцією оператор відновлюється однозначно, то звідси випливає, що $T = T_1$, і отже, T подається у вигляді (15).

Достатність умов теореми перевіряється безпосереднім обчисленням.

Зауваження. Нехай область G та число h задовольняють умови теореми 2. З наслідка 2 випливає, що кожен з операторів $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$, який є переставним з оператором T_h, буде також переставним з оператором T_{-h}, а отже, і з оператором $T_h + T_{-h}$. Обернене твердження не є правильним. Наведемо відповідний приклад.

Нехай $L_1(f) = f(0)$, $L_2(f) = 0$. Тоді відповідний оператор T_2, що визначається формулою (15), діє за правилом:

$$(T_2 f)(z) = (z + h)(f(z) + f(-z)).$$

За теоремою 2 оператор T_2 переставний з оператором $T_h + T_{-h}$. Покажемо, що оператор T_2 не є переставним з оператором T_h. Дійсно, оскільки $T_2 T_h 1 = T_2 1 = 2(z + h)$, а $T_h T_2 1 = 2T_h(z + h) = 2(z + h) + 2h$, то $T_2 T_h \neq T_h T_2$.

Розглянемо далі випадок, коли область G не є симетричною відносно початку координат.

Теорема 3. *Нехай G — довільна однозв'язна область комплексної площини, яка містить точки $0, h, -h$ $(h \neq 0)$ і не є симетричною відносно початку координат. Для того щоб оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$ був переставним з оператором $T_h + T_{-h}$ необхідно і досить, щоб він мав такий вигляд:*

$$(Tf)(z) = \underset{\zeta}{L}\left[\frac{zf(z) - \zeta f(\zeta)}{z - \zeta}\right], \tag{17}$$

де L — деякий лінійний неперервний функціонал на просторі $\mathcal{H}(G)$.

Доведення. *Необхідність.* Нехай оператор $T \in \mathcal{H}(G)$ з характеристичною функцією $t(\lambda, z)$ задовольняє рівність (14). Тоді аналогічно, як і при доведенні теореми 2, переконуємося в тому, що на множині $\mathcal{F}= \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \complement\overline{G^{(N(n))}} \times G^{(n)}$ виконується рівність

$$2h\frac{\lambda^2 - z^2}{\lambda^2 - h^2}t(\lambda, z) = (z + h)t(\lambda, h) - (z - h)t(\lambda, -h). \tag{18}$$

Не порушуючи загальності, вважатимемо, що h та $-h$ належать всім множинам $G^{(n)}$. Оскільки $G \neq -G$, то виберемо точку $z_0 \in G$ таку, що $\lambda_0 = -z_0 \notin G$. Зафіксуємо натуральне n таким, щоб $z_0 \in G^{(n)}$. Виберемо $\delta > 0$ настільки малим, щоб окіл $V_\delta(\lambda_0) = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda - \lambda_0| < \delta\}$ точки λ_0 містився в $\complement\overline{G^{(N(n))}}$, а окіл $V_\delta(z_0) = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < \delta\}$ містився в $G^{(n)}$. Покладемо у (18) довільне $\lambda \in V_\delta(\lambda_0)$ і $z = -\lambda$. Одержимо, що при $\lambda \in V_\delta(\lambda_0)$

$$(-\lambda + h)t(\lambda, h) + (\lambda + h)t(\lambda, -h) = 0. \tag{19}$$

За теоремою єдиності для аналітичних функцій звідси випливає, що рівність (19) буде виконуватися для всіх $\lambda \in \complement\overline{G^{(N(n))}}$. Отже,

$$t(\lambda, -h) = \frac{\lambda - h}{\lambda + h}t(\lambda, h), \quad \lambda \in \complement\overline{G^{(N(n))}}.$$

Тоді з рівності (18) одержимо, що

$$t(\lambda, z) = \frac{\lambda\left(1 - \frac{h}{\lambda}\right)t(\lambda, h)}{\lambda - z} \tag{20}$$

при $\lambda \in \complement\overline{G^{(N(n))}}$ і $z \in G^{(n)}$. Оскільки права частина (20) є локально аналітичною функцією на $\complement G \times G$, то рівність (20) буде правильною і на множині $\mathcal{F}$. Відновлюючи за характеристичною функцією $t(\lambda, z)$ оператор T, як і при доведенні теореми 1, переконуємося в тому, що він подається у вигляді (17), де L — лінійний неперервний функціонал на просторі $\mathcal{H}(G)$, характеристична функція якого визначається формулою $l(\lambda) = \left(1 - \frac{h}{\lambda}\right)t(\lambda, h)$.

Достатність. Оскільки за наслідком 2 для довільного лінійного неперервного функціонала L на просторі $\mathcal{H}(G)$ формулою (17) визначається оператор $T \in \mathcal{L}(\mathcal{H}(G))$, який переставний з кожним з операторів T_h і T_{-h}, то він є переставним з їхньою сумою.

[1] *Гельфонд А.О., Леонтьев А.Ф.* Об одном обобщении ряда Фурье // Мат. сб. – 1951. – **29 (71)**, № 3. – С. 477–500.

[2] *Коробейник Ю.Ф.* Об одном функциональном уравнении. I // Теория функций, функц. анализ и их прилож.: Респ. межвед. научн. сб. – Харьков, 1978. – Вып. 30. – С. 71–82.

[3] *Лінчук Ю.С.* Комутант одного класу операторів, пов'язаних з оператором зсуву // Міжнародна конференція пам'яті В.Я. Буняковського. – Київ, 16–21 серпня 2004 р. – Тези доп. – С. 91–92.

[4] *Нагнибіда М.І.* Оператори Помм'є в просторі аналітичних у крузі функцій. – Київ, 1997. – 125 с.

[5] *Подпорин В.П.* К вопросу о представлении линейных операторов в виде дифференциальных операторов бесконечного порядка // Сиб. мат. журн. – 1977. – **18**, № 6. – С.1422–1425.

[6] *Köthe G.* Dualität in der Funktionentheorie // J. reine und angew. Math. – 1953. – **191**. – S. 30–49.

SOME PROPERTIES OF OPERATORS WHICH CONNECT WITH GENERALIZED SHIFT, GENERATED BY POMME OPERATOR

Yuriy LINCHUK

Yuriy Fed'kovych Chernivtsi National University,
2 Kotsyubyns'koho Str., Chernivtsi 58012, Ukraine

It is obtained representations of solutions of some operator equations which contain generalized shift, generated by Pomme operator in the class of linear continuous operators acting in spaces of functions which are analytic in arbitrary domains.