

## ПРОБЛЕМИ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ В ПРАЦЯХ АКАДЕМІКА М.М.БОГОЛЮБОВА І ЙОГО ПОСЛІДОВНИКІВ

©2006 р. Микола БОГОЛЮБОВ (мол.)<sup>1</sup>,  
Анатолій САМОЙЛЕНКО<sup>2</sup>,  
Анатолій ПРИКАРПАТСЬКИЙ<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Математичний інститут ім. В.А.Стеклова РАН,  
вул. Губкіна, 8, Москва 119991, Росія

<sup>2</sup>Інститут математики НАН України,  
вул. Терещенківська 3, Київ 01601, Україна

<sup>3</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України,  
вул. Наукова, 3-б, Львів 79601, Україна

<sup>4</sup>АГМ-Університет Науки та Технологій,  
вул. Міцкевича, 30, Краків 30059, Польща

Редакція отримала статтю 10 липня 2006 р.

Уся творча діяльність видатного теоретика ХХ-го сторіччя — академіка Миколи Миколайовича Боголюбова — тісно пов'язана із створенням сучасних методів дослідження фундаментальних проблем статистичної механіки, фізики конденсованого стану, нелінійної механіки, квантової теорії поля, теорії дисперсійних співвідношень, фізики елементарних частинок і кваркових моделей.

У даній роботі наведено короткий огляд наукової діяльності та основних результатів академіка Миколи Боголюбова в галузі математичної та теоретичної фізики.

### 1. СТАТИСТИЧНА МЕХАНІКА

Особливе місце в науковій спадщині М.М.Боголюбова належить розвитку статистичної механіки рівноважних і нерівноважних процесів [1, 2], де він отримав численні важливі результати, які зараз є класичними і

носять його ім'я [3]. Перш за все — це метод функціональних рівнянь і ланцюжків рівнянь для функцій розподілу, метод апроксимуючих гамільтоніанів, метод функцій Гріна, метод дослідження систем з порушеною симетрією, метод варіаційних нерівностей і мажорантних оцінок для термодинамічних потенціалів і кореляційних середніх. Усі ці методи знайшли широке застосування у фізиці конденсованого стану і квантовій фізиці. Вони лежать в основі підходів до розв'язання найважливіших проблем прикладної математичної фізики.

Розпочнемо з методу функціональних рівнянь. Хоча робота над виведенням кінетичних рівнянь велася впродовж тривалого часу, М.М.Боголюбов перший довів, що кінетичні рівняння можна записати у вигляді ланцюжків рівнянь [2]. У сучасній літературі, присвяченій кінетичним рівнянням і нерівнозначним процесам, ці ланцюги називаються ієрархічними ББГКІ-ланцюжками, названими так на честь їх творців — Боголюбова, Борна, Гріна, Кірквуда та Івона.

Найважливішим внеском у розвиток статистичної механіки стала видатна монографія М.М.Боголюбова „Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці“. У ній зібрані основні результати зі створення багаточастинкових функцій розподілу у межах методу функціональних рівнянь, розв'язання їх за допомогою конкретних модельних систем і запровадження концепції ієрархії часів в нерівнозначній статистичній фізиці, використання якої зробило можливим створення регулярних методів теорії збурень [1, 3]. Усі ці методи стали основою нерівнозначної статистичної фізики, яка розвивалась дослідниками багатьох країн світу. Досить згадати, наприклад, брюссельську школу, керівник якої — Ілля Пригожий — отримав Нобелівську премію з хімії (1977) за внесок у нерівнозначну термодинаміку, а саме, в теорію дисипативних структур.

М.М.Боголюбов, його учні і співробітники, зокрема, Д.Н.Зубарєв, С.В.Тябликів, М.М.Боголюбов (мол.) та ін., внесли значний внесок у розвиток рівноважної і нерівнозначної статистичної механіки та створення її математичного апарату, а також заклали теоретичні основи опису явищ надплинності, надпровідності та магнетизму.

## 2. НАДПЛИННІСТЬ І НАДПРОВІДНІСТЬ

У жовтні 1946 року на зборах Відділення фізики і математики Академії наук СРСР М.М.Боголюбов зробив історичну доповідь, у якій на мікроскопічному рівні було вперше пояснено явище надплинності [1, 3]. Макроскопічний ефект надплинності, експериментально відкритої у 1938 році П.Л.Капіцею, полягає у зникненні в'язкості рідкого гелію при вкрай

низьких температурах (поблизу абсолютного нуля). Мікроскопічна теорія цього явища потребувала використання двох ідей, порівняно простих з математичної точки зору.

По-перше — це спрощення гамільтоніана системи шляхом переходу до модельного апроксимуючого гамільтоніана, по-друге — зсув на константу аргумента хвильової функції та особливе канонічне перетворення операторних змінних. Крім створення нового математичного методу, було досягнуто і фізичне розуміння явища надплинності: на відміну від звичайних рідини або газу, що характеризується хаотичним рухом частинок, надплинна рідина має надзвичайно високий ступінь впорядкування. Причина цього — у взаємодії частинок, причому найбільш сильно взаємодіють частинки з протилежними імпульсами. У результаті взаємодії утворюється надплинний конденсат, частинки якого не можуть передавати свою енергію частинкам ззовні конденсату, наслідком чого і є зникнення в'язкості. Було також встановлено, що подібний конденсат може утворюватися лише при дуже низьких температурах.

Іншим видатним внеском М.М.Боголюбова і його учнів в статистичну механіку було створення мікроскопічної теорії надпровідності у 1957 році [1]. Тоді вперше було встановлено існування глибокої фізичної та математичної аналогії між явищами надпровідності і надплинності електронів у металах. Подібна ідея корельованих пар частинок з нульовим сумарним імпульсом відіграла найважливішу роль в побудові мікроскопічної теорії ядра, де пари нейтронів і протонів також виявляються корельованими.

Відзначимо найважливішу властивість квантових корельованих пар частинок: на відміну від звичайних кореляцій класичного типу в конфігураційному просторі, коли дві взаємодіючі частинки пов'язані силами тяжіння протягом тривалого часу (наприклад, Земля і Місяць або протон і електрон в атомі водню), квантові кореляції спираються на квантовий принцип нерозрізненості тотожних частинок. Образно кажучи, корельований ансамбль квантових нерозрізнених частинок зображається у вигляді стрімкого танцю, на перший погляд хаотичного, проте такого, що підпорядковується своїм особливим правилам, згідно з якими партнери безперервно знаходять і змінюють свої пари, залишаючись інколи на надзвичайно великих відстанях один від одного.

У наші дні ідеї М.М.Боголюбова використовуються при створенні мікроскопічної теорії високотемпературної надпровідності. І хоча багато питань все ще чекають на відповіді, вирішення проблеми високотемпературної надпровідності — питання найближчого майбутнього, яке за своїм впливом на розвиток людського суспільства можна порівняти ли-

ше, мабуть, з відкриттям ланцюгової реакції поділу атомів.

Математичні методи, створені під керівництвом М.М.Боголюбова в мікроскопічній теорії надплинності і надпровідності, знайшли свій подальший розвиток в квантовій фізиці, зокрема, в квантовій теорії поля — науці про будову мікросвіту. Операція зсуву на константу використовувалася, наприклад, в роботах зі спонтанного порушення симетрії в системах з виродженим вакуумом.

### **3. СПОНТАННЕ ПОРУШЕННЯ СИМЕТРІЇ І КВАЗІСЕРЕДНІ**

Основи вивчення квантово-статистичних систем з виродженим вакуумом були закладені М.М.Боголюбовим у його роботах про метод квазісередніх [1].

Суть запропонованого ним методу квазісередніх полягає в тому, що до початкового гамільтоніана додається операторний доданок, пропорційний малому параметру, що усуває виродженість. Оскільки нова система має єдиний вакуум, вона досліджується шляхом використання стандартних методів; зокрема, метод квазісередніх виявився надзвичайно плідним при дослідженні властивостей багаточастинкових систем із виродженням статистичної рівноваги. Заснований на фундаментальних концепціях квазісередніх, нерівностей для функцій Гріна і кореляційних [1, 2], цей метод зробив можливим дослідження надзвичайно важливої проблеми існування дальнього порядку в статистичних системах одного, двох і трьох вимірів, а також отримання спектра елементарних збуджень.

Формалізм нерівностей і мажорантних оцінок, що є складовою частиною методу квазісередніх, успішно розвивається в наші дні і є одним з найефективніших методів статистичної фізики. Так, на його основі було створено метод апроксимуючих гамільтоніанів, що дозволяє асимптотично точно знаходити термодинамічні потенціали, багатотимчасові кореляційні функції і функції Гріна для різних модельних систем, що вивчаються в теорії надпровідності [1], магнетизму, взаємодії когерентного електромагнітного випромінювання з речовиною і т.д.

Ідея про спонтанне порушення симетрії, висловлена М.М.Боголюбовим ще в 1961 році, виявилась незамінною при побудові сучасної теорії критичних явищ. За допомогою концепції квазісередніх вдалося дослідити вельми складне питання про існування дальнього порядку в статистичних системах одного і двох вимірів. Концепція квазісередніх також знайшла широке застосування у теорії ядра і ядерної матерії, де з її

допомогою вдалося обґрунтувати ряд методів, що описують порушення законів збереження.

Спонтанне порушення безперервної симетрії в квантових системах також математично строго описується на мові квазісередніх. Фундаментальна теорема „про особливості  $1/q^2$ “, доведена М.М.Боголюбовим, твердить, що в системах зі спонтанним порушенням неперервної симетрії завжди виникає ефективна далекодіюча взаємодія. Іншими словами, з'являються елементарні безмасові збудження — кванти фотонного або фононного типу з енергією, яка перетворюється в нуль у довгохвильовій границі, обмін якими веде до взаємодії нескінченного радіуса. Незабаром після цього аналогічний результат в квантовій теорії поля був одержаний пізніше іншими дослідниками (Дж.Голдстоун, П.Хігс) [1, 3].

Про вплив робіт зі спонтанного порушення симетрії в макроскопічних системах на фізику елементарних частинок і квантову теорію поля описує в своїй нобелівській лекції С.Вайнберг: „Якось, у 1960 р. або на початку 1961 р., я познайомився з ідеєю, яка спочатку виникла в теорії твердого тіла, а потім була використана у фізиці елементарних частинок тими, хто працював в обидвох областях фізики. Це була ідея „про порушення симетрії“, яка полягала в тому, що гамільтоніан і комутаційні співвідношення квантової теорії можуть володіти точною симетрією, і водночас фізичні стани можуть не відповідати зображенням цієї симетрії. Зокрема, може виявитися, що симетрія гамільтоніана не є симетрією вакууму“. Подальший розвиток цих ідей у квантовій теорії поля привів до побудови теорії електромагнітних і слабких взаємодій, за що у 1979 році С.Вайнберг, Ш.Глешоу і А.Салам отримали Нобелівську премію.

#### **4. ДИСПЕРСІЙНІ СПІВВІДНОШЕННЯ І ФІЗИКА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК**

Зупинимося детальніше на одному прикладі з квантової теорії поля, що дозволяє продемонструвати віртуозне використання М.М.Боголюбовим при формуванні фізичних зображень величезних можливостей, закладених у математиці. Мова йде про встановлення дисперсійних співвідношень, тобто співвідношень між дійсною та уявною частинами амплітуди розсіювання елементарних частинок. Різні види дисперсійних співвідношень були відомі задовго до виникнення квантової теорії поля. Ще в середині 20-х років минулого століття в класичній електродинаміці було одержано дисперсійне співвідношення між дійсною та уявною частинами показника заломлення. Фізичною основою цього дисперсійного співвідношення став той факт, що сигнали не можуть розповсюджуватися зі

швидкістю, більшою від швидкості світла (принцип причинності).

У 1954–1955 роках з'явилися роботи американських фізиків, у яких для вивчення розсіювання елементарних частинок пропонувалося використовувати дисперсійні співвідношення. Проте виявилось, що задача строгого виведення дисперсійних співвідношень в цьому випадку далеко не є простою. Необхідно було провести процедуру аналітичного продовження на комплексну площину амплітуди, визначеної лише для дійсних значень енергії. До того ж ця амплітуда містить сингулярності і з математичної точки зору є так званою узагальненою функцією. Труднощі коректного отримання дисперсійних співвідношень виявилися настільки значними, що з'явився ряд робіт, які містять не зовсім чіткі міркування і внаслідок цього деколи приводили до результатів, що взаємно виключаються.

Ясність у цю складну ситуацію вдалося внести у вересні 1956 року на міжнародному з'їзді фізиків-теоретиків у Сієтлі (США). У доповіді, зробленій М.М.Боголюбовим, було анонсовано строге виведення дисперсійних співвідношень для розсіювання пі-мезонів на нуклонах. Важливими елементами доведення стали метод аналітичного продовження узагальнених функцій і нове формулювання умови причинності. Було ясно, що дисперсійні співвідношення є прямим наслідком загальних принципів квантової теорії поля: причинності, унітарності (збереження ймовірності), релятивістської інваріантності. Таким чином, перевірка дисперсійних співвідношень є одночасно і перевіркою цих загальних принципів. Метод дисперсійних співвідношень отримав тверду основу і широке застосування в працях учнів М.М.Боголюбова — В.С.Владімірова, А.А.Логунова, О.С.Парасюка та їх співробітників.

Виявилось, що використана при виведенні дисперсійних співвідношень система аксіом має ширше значення і є зручною для систематичної побудови інших важливих розділів квантової теорії поля. Так, наприклад, було запроваджено поняття про амплітуду розсіювання як єдину аналітичну функцію двох кінематичних комплексних змінних, різні граничні значення якої описують також і фізично різні процеси. Це поняття зіграло вирішальну роль в отриманні строгих обмежень на асимптотичну поведінку амплітуд розсіювання в області високих енергій. Надалі з цього напрямку виросла нова гілка фізики — фізика інклюзивних процесів.

Доведені М.М.Боголюбовим в 1956 році суто математичні теореми знайшли застосування при вивченні проблеми автомодельних асимптотик в глибоко непружному розсіюванні при високих енергіях. Ця проблема була вирішена в спільних роботах М.М.Боголюбова, А.Н.Тавхелідзе,

В.С.Владімірова. Процеси глибоко непружного розсіювання, тобто розсіювання, що супроводжується народженням багатьох інших частинок, дозволяють отримати інформацію про внутрішню структуру елементарних частинок — адронів. Експерименти показали, що асимптотична поведінка перетинів розсіювання при великих енергіях така, неначебто адрони складаються з точковоподібних об'єктів. Цей факт цілковито узгоджується з кварковою моделлю адронів, згідно з якою елементарні частинки насправді є складними і складаються зі ще більш „елементарних“ частинок — кварків. Згідно з кварковою моделлю, наприклад, елементарна частинка омега-мінус-гіперон складається з трьох кварків одного сорту з однаковим напрямом спінів. Щоб обійти принцип Паулі, який забороняє існування подібних систем, М.М.Боголюбов запровадив нове квантове число, назване згодом „кольором“, що набуває три значення і робить різним три стани кварків.

Гіпотеза кольорових кварків разом з ідеєю калібрувальних нулів (полів, рівняння для яких є інваріантними стосовно деякої локальної групи перетворень) привели до створення нової теорії — квантової хромодинаміки, яка претендує останнім часом на роль теорії сильних взаємодій. Кольоровість кварків зумовила існування нової групи перетворень, що „переплітає“ їх кольори. Згідно з теорією калібрувальних полів, вимога локальності цієї групи змушує ввести поля, кванти яких (глюони, від слова „glue“ — клей) „склеюють“ кварки в адронах. Квантове число „колір“ відіграє таким чином роль заряду в сильних взаємодіях. Теорія кольорових кварків, що взаємодіють за допомогою обміну глюонами, досягла останнім часом серйозних успіхів і привела до істотного прогресу в розумінні законів мікросвіту.

## 5. ПРОБЛЕМА ПОЛЯРОНА

Як ще один приклад розвитку ідей академіка Боголюбова, зупинимось докладніше на проблемі полярона — однієї з найпростіших і водночас однієї з найважливіших проблем квантової фізики. Ця проблема виникла наприкінці 40-х років минулого століття при спробі побудови строгої квантової теорії частинки, що взаємодіє з елементарними збудженнями в твердому тілі. Подібна теорія стала вкрай необхідною для пояснення ефектів провідності та електроопору іонних кристалів, а також рухомості носіїв струму в них, ставши прообразом створеної пізніше теорії надпровідності. Багато видатних вчених внесли свій внесок у розв'язання проблеми полярона. Серед них — Л.Д.Ландау, С.І.Пекар, Х.Фреліх, Р.П.Фейнман та ін. М.М.Боголюбов ніколи не залишав проблему поля-

рона, займаючись нею з моменту її виникнення. Привертаючи дослідників простотою свого формулювання і важливістю фізичних застосувань, проблема полярона виявилася вельми підступною, залишившись невирішеною до наших днів. Вона стала своєрідною лабораторією, в якій створювались і випробовувались нові методи квантової фізики, перш ніж вони отримували широке застосування в інших її областях. Як один з найяскравіших прикладів можна навести метод функціонального інтегрування, створений Р.П.Фейнманом, випробуваний на проблемі полярона, що згодом став одним з основних методів квантової теорії поля та статистичної механіки.

Найважливішим фундаментальним внеском М.М.Боголюбова в побудову теорії полярона стала створена ним у 1950 році строга адіабатична теорія збурень, у якій кінетична енергія фононного нуля розглядалася як мале збурення [1,3]. Будучи трансляційно-інваріантною, що вже є важливим внеском в побудову теорії сильного зв'язку, адіабатична теорія збурень в нульовому порядку відтворювала існуючі раніше результати в області великих значень константи взаємодії. Незважаючи на те, що був запропонований систематичний метод побудови вищих порядків теорії збурень, і незважаючи на чисельні зусилля дослідників, вищі порядки не знайдені дотепер; вони так і залишилися невирішеною задачею.

М.М.Боголюбов повернувся до проблеми полярона в сімдесяті роки минулого століття, коли він створив і застосував відомий метод, заснований на статистичному усередненні хронологічних, або  $T$ -добутків операторів [1,3]. Цей метод виявився надзвичайно ефективним при побудові теорії проміжного зв'язку в проблемі полярона, а також при знаходженні вищих членів рядів теорії збурень в границі малих значень константи взаємодії. Як і метод функціонального інтегрування, метод хронологічних добутків знайшов широке застосування в багатьох областях квантової фізики.

Не слабшає інтерес до проблеми полярона і в наші дні. Проте, якщо раніше інтереси дослідників були пов'язані з побудовою теорії просторово-однорідних і, як наслідок цього, трансляційно-інваріантних систем, то зараз першочергову вагу набуває вивчення взаємодії заряджених частинок з елементарними збуреннями в просторово-неоднорідних системах пониженої розмірності, таких, як, наприклад, квантові ями, нитки і коробки. У подібних системах з розмірами просторової неоднорідності, співставленими з довжиною хвилі де Бройля носіїв електричного струму, настає квантовий конфайнмент, який веде до створення зв'язаних станів і дискретного спектру енергії. Експериментальна техніка створення подібних систем досягла справді вражаючих результатів, зро-



бивши можливим отримання штучних напівпровідникових структур з добре контрольованими параметрами, за своїми розмірами сумірних з розмірами атома. Перспектива найближчого майбутнього — створення штучних атомів і їх ґраток з наперед заданими властивостями.

Останніми роками істотні теоретичні зусилля були спрямовані на дослідження мод колективних збурень (фононів, плазмонів і т.д.), які існують на вільній поверхні або інтерфейсі, що розділяє два середовища, або в більш загальному випадку в довільній просторово-неоднорідній системі з квантовим конфайнментом. Не менш цікавою є проблема взаємодії зарядженої частинки з подібними збуреннями. Перш за все — це електрон-фононна взаємодія, що грає важливу роль у властивостях систем твердого тіла малої розмірності: квантових ям і надґраток. Наприклад, вплив поверхневих мод на електрон або іон, які наближаються до вільної поверхні, є важливими у дослідженнях зі спектроскопії та абсорбції поверхонь, тоді як розуміння взаємодії електронів провідності з поверхневими модами важливе з погляду створення нових напівпровідникових приладів.

Поверхневі моди в квантових системах пониженої розмірності істотно відрізняються від звичайних фононних мод однорідного простору. Так, у випадку квантових ям існують такі 4 типи гілок оптичних мод поверхневого типу, що функція електрон-фононної взаємодії залежить не лише від хвильового вектора фонона, але й від товщини квантової ями, координати електрона в напрямку, перпендикулярному до поверхні квантової ями і від параметрів двох діелектричних середовищ, розділених поверхнями. При цьому, чим тонша квантова яма, тим сильнішим є ефект взаємодії електрона з поверхневими модами. Теоретичне дослідження електрон-фононної взаємодії в системах пониженої розмірності з квантовим конфайнментом лише починається. Залишаються без відповіді багато хвилюючих питань, поставлених природою. Які, наприклад, оптичні властивості і властивості провідності квантових систем пониженої розмірності, де важливі ефекти взаємодії з поверхневими фононними модами? Всі ці і багато інших питань чекають на відповіді дослідників. І першочергову роль у створенні моделей відіграють могутні теоретичні методи, розроблені і розвинені академіком М.М.Боголюбовим.

Підсумовуючи сказане, відзначимо, що всі перераховані вище ідеї і методи лягли в основу сучасної фізики і успішно використовуються при дослідженні широкого спектру проблем: від строгого математичного розв'язання задач статистичної механіки і квантової теорії поля до найважливіших прикладних робіт у теорії надплинності і надпровідності, квантової оптики, теорії впорядкування в конденсованому стані.

- [1] *Bogolubov N.N., Bogolubov N.N.(jr.)* Introduction into quantum statistical mechanics. – World Scientific, NJ, 1986. – 384 p.
- [2] *Bogolubov N.N.* Dynamical problems of statistical physics. – М.: Gostekhizdat, 1946. – 119 p. (in Russian), 1986, 285, № 6. – P. 1365–1370 (in Russian).
- [3] *Bogolubov N.N., Shirkov D.V.* Introduction to the theory of quantized fields. – Interscience, New York, 1959. – 479 p.

## PROBLEMS OF QUANTUM THEORY IN WORKS OF THE ACADEMICIAN M.M.BOGOLUBOV AND HIS SUCCESSORS

*Mykola BOGOLUBOV*<sup>1(jr.)</sup>, *Anatoliy SAMOILENKO*<sup>2</sup>,  
*Anatoliy PRYKARPATSKY*<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>V.A. Steklov Mathematical Institute of RAS,  
8 Gubkina Str., Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup>Institute of Mathematics of NASU,

3 Tereshenkivska Str., Kyiv 01601, Ukraine

<sup>3</sup>Pidstryhach Institute of Applied Problems in Mechanics and  
Mathematics of NASU, 3-b Naukova Str., Lviv 79601, Ukraine

<sup>4</sup>AGH University of Science and Technology,  
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Krakow, Poland

The name of the outstanding theoretician of the twentieth century — the academician M.Bogolubov — as well as his entire creative activity are inseparable from development of modern methods of investigation of fundamental problems of statistical mechanics, condensed matter physics, nonlinear mechanics, quantum field theory, theory of dispersing relations, physics of elementary particles and quark models. The article is devoted to presenting main academician M.M.Bogolubov's scientific activity and results in the fields of mathematical and theoretical physics.