



СЕРГІЙ ФЕДОРОВИЧ КОЛЯДА: ЖИТТЯ І МАТЕМАТИКА

ОЛЕНА КАРЛОВА¹, РОМАН ЧЕРНІГА²

¹Чернівецький національний університет ім. Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці

²Інститут математики НАНУ, вул. Терещенківська, 3, м. Київ

О. Карлова, Р. Черніга. *Сергій Федорович Коляда: життя і математика* // Мат. вісник НТШ, **15** (2018) 1–15.

На 61 році життя раптово помер доктор фізико-математичних наук Сергій Коляда. Попри те, що С. Коляда не досяг високих кар'єрних висот в науці за українськими мірками, він є одним з найвідоміших у світі сучасних українських математиків. Одним з яскравих підтверджень міжнародного визнання С. Коляди як визначного математика є те, що він протягом 15 років був професором-візитором Інституту математики Товариства Макса Планка (Бонн, Німеччина) – математичної установи світового рівня. Працюючи в цьому інституті, він мав можливість спілкуватися з багатьма видатними математиками 21 століття, зокрема, серед них були Ф. Гірцебрех, Ю. Манін, Д. Загір. Іншим яскравим підтвердженням факту визнання наукових досягнень С. Коляди міжнародною математичною спільнотою є те, що авторитетна наукометрична база Scopus фіксує 674 цитувань його праць у 530 наукових працях по всьому світу (станом на 21.04.2019р.) і ця кількість продовжує зростати. Зокрема, його праці [30, 28] присвячені парам Лі-Йорка (Li-Yorke pairs) та чутливості Лі-Йорка (Li-Yorke sensitivity) мають сотні цитувань у провідних міжнародних математичних журналах і, по суті, стали класичними роботами.

O. Karlova, R. Cherniha, *Sergii Kolyada: his life and mathematics*, Math. Bull. Shevchenko Sci. Soc. **15** (2018) 1–15.

In the paper we describe the life and mathematical achievements of Serhii Kolyada, a famous Ukrainian mathematician, a world recognized specialist in topological dynamics, that suddenly died on 16 May of 2018 at the age of 61 years.



1. Біографія

Сергій Федорович Коляда народився 7 грудня 1957 року в селі Коляди Гоголівського (нині – Шишацького) району Полтавської області у родині Федора Володимировича Коляди, головного бухгалтера Пришибського сільського споживчого товариства та Галини Миколаївни Коляди (дівооче прізвище: Колісник), доярки місцевого колгоспу «Перемога». Рідний брат Микола був відомим українським хокеїстом¹.

¹ https://uk.wikipedia.org/wiki/Коляда_Микола_Федорович

З 1965 по 1972 рік Сергій Коляда навчався в Пришибській середній школі, а з 1972р. по 1975р. — у Київській спеціалізованій школі-інтернаті фізико-математичного профілю при Київському державному університеті (тепер: Український фізико-математичний ліцей Київського національного університету ім. Тараса Шевченка <http://upml.knu.ua/>). Протягом 1975–1980 років навчався на механіко-математичному факультеті Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, спеціалізація «Математичний аналіз».

Після закінчення університету працював інженером-програмістом та старшим інженером-програмістом на Київському заводі «Червоний екскаватор» (на теперішній час завод не існує), з 1985 по 1987 рр. — старший інженер та молодший науковий співробітник Інституту гідробіології АН УРСР (тепер НАН України). Паралельно Сергій працював над дисертаційною роботою під керівництвом відомого українського математика О.М. Шарковського. Після захисту кандидатської дисертації в 1987 р. він почав працювати в Інституті математики НАН України спочатку на посаді молодшого наукового, з 1992 р. — старшого наукового, а з 2006 р. — провідного наукового співробітника. Незадовго до раптової смерті С. Коляда був затверджений завідувачем відділу динамічних систем Інституту математики НАН України. За роки праці в цьому інституті та співпраці з багатьма відомими закордонними математиками розкрився його математичний талант. У 2005 р. він захистив докторську дисертацію на тему «Топологічна динаміка: мінімальність, ентропія та хаос». В 2010 році С. Коляда став лауреатом Державної премії України в галузі науки і техніки у складі групи дослідників за цикл наукових праць «Теорія динамічних систем: сучасні методи та їх застосування». Сергій Федорович входив до редколегій Українського математичного журналу та Математичного вісника НТШ.

З початку 2000-них років С. Коляда практично щороку на 2–3 місяці отримував посаду запрошеного професора Інституту математики Товариства Макса Планка у Бонні. Це дало змогу йому познайомитися та співпрацювати з такими фахівцями світового рівня в галузі топології та динамічних систем як Е. Ейкін (Akin), Л. Альседа (Alseda), Дж. Ауслендер (Auslander), Ф. Блашар (Blanchard), М. Місюревіч (Misiurewicz), Л. Снога (Snoha). У співавторстві з ними він опублікував низку статей, які фактично вже стали класичними. С. Коляда також був організатором численних міжнародних конференцій проведених у цьому інституті, в яких брали участь провідні математики світу, які працювали у тих самих напрямках математики. Зокрема, в липні 2018 р. там відбулася конференція «Ди-

наміка: топологія і числа»², яка планувалася до 60-річчя С. Коляди, а фактично виявилася присвяченою його пам'яті.

В 2013 р. С. Коляда був почесним професором-гостем³ Мюнхенського технічного університету. Він читав лекції та робив наукові доповіді у відомих університетах та дослідницьких центрах Німеччини, Франції, США, Австралії, Гонконгу, Іспанії, Китаю, Словаччини, Чехії, Чилі.

Паралельно Сергій займався науково-педагогічною діяльністю, працюючи на посаді професора-сумісника на механіко-математичному факультеті Київського національного університету ім. Тараса Шевченка (з 2006 року) та проводив активну роботу із заохочення талановитих студентів та молодих вчених до математичних досліджень у найбільш модерних напрямках. С. Коляда був ініціатором та співголовою Конкурсу Наукового товариства ім. Шевченка в Америці та фундації Україна-США для молодих українських математиків. Підсумки останнього такого конкурсу були оголошені незадовго до його раптової смерті.

2. Професійна діяльність

Основними напрямками досліджень Сергія Коляди були топологічна динаміка та маловимірні динамічні системи. В його працях були введені нові поняття, зокрема, функціональна оболонка динамічної системи, чутливість в сенсі Лі-Йорка, динамічна топологія, динамічна компактність, динамічні числа, алгебраїчна динаміка, тощо.

Починав Сергій Коляда свої дослідження з інтервальної динаміки, а саме, вивчав проблему монотонності топологічної ентропії для різних класів однопараметричних сімей відображень відрізка. Після цього періоду Сергій Коляда в основному зосередився на топологічній динаміці та маловимірній динаміці. У цій частині ми наводимо короткий огляд найголовніших результатів в різних напрямках, отриманих С. Колядою.

Трикутні відображення. Почнемо з властивостей трикутних відображень, спеціального класу так званих косих добутків, заданих, зокрема, на квадраті чи більш загальних просторах. Нагадаємо, що *трикутне відображення* – це неперервна функція $F: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]^2$, яка визначається за правилом

$$F(x, y) = (f(x), g(x, y))$$

² Dynamics: Topology and Numbers <https://www.mpim-bonn.mpg.de/node/7800>

³ <https://www.mpim-bonn.mpg.de/node/7800>

для довільної точки $(x, y) \in [0, 1]^2$. Перший важливий результат з топологічної динаміки для таких відображень отримав П. Кльоден⁴. Він показав, що порядок Шарковського співіснування періодів циклів неперервних відображень відрізка справедливий і для трикутних відображень квадрата. Після цього результату трикутні відображення набули популярності, і здавалося, що багато властивостей відображень відрізка разом з теоремою Шарковського можуть мати місце і для трикутних відображень. Втім, С. Коляда був першим, хто показав, що це припущення не вірне і встановив принципову відмінність в топологічній динаміці цих відображень. Він розвинув основи теорії трикутних відображень в [16], де зокрема, побудував трикутне відображення типу 2^∞ з додатною топологічною ентропією.

ω -Граничні множини. Для точки $x \in X$ в динамічній системі (X, f) , її ω -граничною множиною $\omega_f(x)$ називають множину всіх граничних точок траєкторії $x, f(x), f^2(x), \dots$. У роботах О. Шарковського вивчались властивості ω -граничних множин для неперервних відображень відрізка. Пізніше S. Agronsky, A.M. Bruckner, J. Ceder та T. Pearson у відомій роботі⁵ отримали повний опис ω -граничних множин на відрізку: непорожня замкнена підмножина $M \subseteq [0, 1]$ є ω -граничною множиною для деякого неперервного відображення $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ тоді і тільки тоді, коли M є або ніде не щільною, або об'єднанням скінченного числа невідроджених замкнених відрізків.

Але вже опис та аналіз замкнених множин, які можуть бути ω -граничними множинами неперервних відображень з \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^n є досить складною і на сьогодні відкритою проблемою. С. Коляда вивчав ω -граничні множини у вимірі 2 тільки для неперервних відображень певної форми, і йому вдалося у співавторстві з Любомиром Сногою [18] встановити характеристики ω -граничних множин трикутних відображень, що містяться тільки в одному вертикальному розрізі. А саме, було встановлено, що непорожня замкнена підмножина X одиничного інтервалу є ω -граничною множиною (тобто, існує динамічна система (Y, g) , що містить X як ω -граничну множину) тоді і тільки тоді, коли X не можна подати у вигляді об'єднання скінченної кількості невідроджених замкнених інтервалів та непорожньої зліченої множини, відстань від якої до хоча б одного

⁴ P.E. Kloeden, *On Sharkovsky's cycle coexistence ordering*, Bull. Austral. Math. Soc. **20**:2, (1979), 171–177.

⁵ S.J. Agronsky, A.M. Bruckner, J.G. Ceder, T.L. Pearson, *The structure of ω -limit sets for continuous functions*, Real Analysis Exchange **15** (1989-90), 483–510.

з тих інтервалів додатна.

Мінімальні динамічні системи. Нехай X – топологічний простір Гаусдорфа і $f : X \rightarrow X$ – неперервне відображення. Динамічна система (X, f) називається (*топологічно*) *мінімальною*, якщо не існує власної підмножини $M \subset X$, яка є непорожньою, замкненою та f -інваріантною (тобто, виконується умова $f(M) \subset M$). У цьому випадку також кажуть, що відображення f є *мінімальним*. Зауважимо, що система (X, f) є мінімальною тоді і тільки тоді, коли (додатна) орбіта кожної точки з X є скрізь щільною в X .

Як згадує професор Л. Снога, мінімальність динамічних систем – це був один з улюблених напрямків досліджень Сергія Коляди, в який він зробив вагомий внесок. В одній з найбільш важливих робіт С. Коляди [27] було встановлено, що якщо система (X, f) мінімальна та X є метричним компактом, то поведінка неперервного відображення f сильно нагадує гомеоморфізм. Насправді довільне мінімальне відображення є майже відкритим (тобто, відображає будь-яку непорожню відкриту множину у множину з непорожньою внутрішністю), а якщо це відображення відкрите, то воно є гомеоморфізмом. Крім того, було доведено, що для компактного метричного простору X і мінімального відображення $f : X \rightarrow X$ множина $A = \{x \in X : |f^{-1}(x)| = 1\}$ є всюди щільною G_δ -підмножиною в X , і відповідно, f є майже бієкцією.

Також в статті [27] було встановлено існування мінімальних неін'єктивних відображень на торі і тим самим розв'язано відому проблему Ауслендера. Це був перший приклад такого відображення на многовиді. Зазначимо, що на відрізку взагалі не існує мінімального відображення, а коло допускає мінімальний гомеоморфізм, але не допускає мінімального відображення, що не є гомеоморфізмом.

Сергієм Колядою також було доведено існування таких компактних просторів Гаусдорфа, які допускають неін'єктивні мінімальні відображення, але не допускають мінімальних гомеоморфізмів (більше того, мають властивість нерухомої точки для довільного гомеоморфізму) [32].

Мінімальні множини. Мінімальні множини є ключовими об'єктами досліджень в топологічній динаміці. Для динамічної системи (X, f) множина $M \subseteq X$ називається *мінімальною*, якщо вона непорожня, замкнена, f -інваріантна, і жодна власна підмножина в M не має цих трьох властивостей. Таким чином, непорожня замкнена множина $M \subseteq X$ є мінімальною множиною тоді і тільки тоді, коли динамічна система $(M, f|_M)$ є мінімальною. Система (X, f) є мінімальною тоді і тільки тоді, коли X є (єдиною)

мінімальною системою в (X, f) . Класична теорема Біркгофа стверджує, що в довільній компактній системі (X, f) існують мінімальні множини.

Два фундаментальні результати С.Коляди, які було отримано у співавторстві з Л. Сноґою та С. Трофимчуком, у цьому напрямі наведено нижче.

В [38] було доведено, що на компактних зв'язних 2-многовидах (з межею або без межі) кожна власна мінімальна множина ніде не щільна. Другий результат дає детальний опис мінімальних множин неперервних відображень, що зберігають вертикальні розрізи. Повне формулювання цього результату досить довге для наведення тут, тому ми подамо деякі наслідки. А саме, кожна мінімальна множина M трикутного відображення квадрату $[0, 1]^2$ є ніде не щільною в добутку $\text{pr}_1(M) \times [0, 1]$, де $\text{pr}_1(M)$ – це проекція множини M на перший співмножник добутку. Більше того, кожен вертикальний розріз множини M є або скінченим, або гомеоморфним множині Кантора [45].

Хаос. Роботи С. Коляди пов'язані з хаосом, зокрема хаосом Лі-Йорка (Li-Yorke chaos), здобули найбільше визнання у науковій спільноті та є найбільш цитованими. Нагадаємо, що динамічна система (X, f) на метричному просторі (X, f) називається *хаотичною за Лі-Йорком*, якщо існує така незліченна множина $S \subseteq X$, що для всіх $x, y \in S$, $x \neq y$, пара (x, y) є проксимальною, але не асимптотичною, тобто,

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} d(f^n(x), f^n(y)) = 0 \quad \text{та} \quad \limsup_{n \rightarrow \infty} d(f^n(x), f^n(y)) > 0.$$

Сергій Коляда разом із співавторами [28] дав позитивну відповідь на класичну проблему: чи є системи з додатною топологічною ентропією хаотичними в сенсі Лі-Йорка? А саме, було встановлено фундаментальний в теорії хаосу факт: *якщо динамічна система на метричному компактні має додатну ентропію, то вона хаотична за Лі-Йорком.*

С. Колядою та Е. Ейкінім (Akin) [30] було введено нову концепцію хаотичних систем, яка поєднує в собі терміни чутливої залежності від початкових умов та хаосу Лі-Йорка – чутливість Лі-Йорка: динамічна система (X, f) на метричному компактні (X, d) називається *чутливою за Лі-Йорком*, якщо існує таке $\varepsilon > 0$, що кожна точка $x \in X$ є границею точок $y \in X$, для яких пара (x, y) є проксимальною, але не ε -асимптотичною, тобто,

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} d(f^n(x), f^n(y)) = 0 \quad \text{та} \quad \limsup_{n \rightarrow \infty} d(f^n(x), f^n(y)) \geq \varepsilon.$$

Вивчалися властивості чутливих за Лі-Йорком систем, зокрема, було доведено, що довільна нетривіальна слабко змішана система є чутливою за

Лі-Йорком. Також С. Коляда досліджував мінімальні динамічні системи, чутливі за Лі-Йорком [49].

Топологічна ентропія. Сергій Коляда є співавтором розширення поняття топологічної ентропії на *неавтономні* системи, що задаються послідовністю неперервних відображень метричного компакту X в себе:

$$X \xrightarrow{f_1} X \xrightarrow{f_2} X \xrightarrow{f_3} \dots$$

Це поняття було мотивоване бажанням кращого розуміння ентропії трикутних відображень, зокрема, формули Bowen'a для їхньої оцінки. Так, в [21] були отримані базові властивості ентропії неавтономних систем та побудовані перші контрприкладі. Також в цій статті була отримана цікава властивість топологічної ентропії неавтономної динамічної системи, а саме, доведено, що для компактного простору X і неперервних відображень $f, g : X \rightarrow X$ значення топологічної ентропії $h(g \circ f)$ і $h(f \circ g)$ збігаються. Пізніше виявилось, що ця формула не є новою,⁶ однак, вона була невідомою серед спеціалістів з динаміки й, можливо, залишалася б такою, якби не постала робота [21].

У статті [26] були введені нові класи неавтономних кусково-монотонних динамічних систем, що задані послідовністю кусково монотонних відображень відрізків (не обов'язково однакових)

$$I_1 \xrightarrow{f_1} I_2 \xrightarrow{f_2} I_3 \xrightarrow{f_3} \dots$$

та доведено аналог теореми Місюревіча–Шленка (Misiurewicz-Szlenk) для обчислення топологічної ентропії таких систем.

Динамічна топологія та динамічна компактність. Область динамічних систем, в якій досліджуються динамічні властивості, що можуть бути описані в топологічних термінах, називається *топологічною динамікою*. В той же час вивчення топологічних властивостей просторів відображень, які можуть бути описані в термінах динаміки, в певному сенсі є протилежним підходом. В роботі [21] С. Коляда та Л. Снога запропонували назвати цей напрямок досліджень *динамічною топологією*⁷.

На закінчення цього короткого огляду наукових результатів С. Коляди ми подаємо резюме його останніх досліджень, які були опубліковані у роботах [49] і [50].

⁶ R.-A. Dana, L. Montrucchio, *Dynamic complexity in duopoly games*, J. Econom. Theory **40**:1 (1986) 40–56.

⁷ www.youtube.com/watch?v=71fGK_KYzjE; www.youtube.com/watch?v=1tBEAgpYwbI

Розглянемо поняття динамічної компактності, що було введено та вивчалось в цих роботах. Сім'я \mathcal{F} підмножин множини ω невід'ємних цілих чисел називається напівфільтром (semifilter), якщо \mathcal{F} замкнена відносно взяття надмножин.

Нехай (X, T) – динамічна система. ω -Граничною множиною точки x відносно напівфільтра \mathcal{F} називається множина

$$\omega_{\mathcal{F}}(x) = \bigcap_{F \in \mathcal{F}} \overline{\{T^n(x) : n \in F\}},$$

Зауважимо, що не завжди $\omega_{\mathcal{F}}(x)$ є підмножиною звичайної ω -граничної множини $\omega(x) := \bigcap_{n \in \omega} \overline{\{T^k(x) : k \geq n\}}$. Наприклад, якщо $0 \in \bigcap \mathcal{F}$, то кожна точка x належить до $\omega_{\mathcal{F}}(x)$.

Важливо зазначити, що для компактного метричного простору X множина $\omega(x)$ не порожня для кожного $x \in X$. С. Коляда та його співавтори назвали динамічну систему (X, T) динамічно компактною відносно напівфільтра \mathcal{F} , якщо $\omega_{\mathcal{F}}(x) \neq \emptyset$ для кожного $x \in X$.

Авторами вказаних робіт були введені поняття *транзитивної компактності* і *чутливої компактності*. Також була встановлена цікава властивість динамічної компактності, а саме: всі динамічні системи є динамічно компактними відносно деякого напівфільтра \mathcal{F} тоді і лише тоді, коли \mathcal{F} є фільтром.

3. Спогади Романа Черніги про С. Коляду

В певному сенсі доля С. Коляди як науковця є дуже нетиповою для України, принаймні для математики в Україні. Справа в тому, що абсолютна більшість наших провідних математиків молодого і середнього віку, відчуваючи відірваність математичного життя в Україні від світових тенденцій (це пов'язано не тільки з мізерним фінансуванням, а ще більше з совковим менталітетом та нездарністю наших наукових генералів), протягом 1990-х — 2000-х років виїхала на Захід. Можна скласти довгий список лише з тих, хто покинув Інститут математики НАНУ – провідну математичну установу країни, та обіймає професорські посади у солідних закордонних університетах. Сергій завжди був українським патріотом і успішно працював на два фронти — в основному проводив дослідження в Інституті математики НАНУ (також читав лекції в КНУ ім. Тараса Шевченка) та майже щорічно на кілька місяців виїжджав у провідні математичні установи на Захід. Власне саме такий підхід до наукової діяльності нас поєднував: ми вважали, що сучасну науку треба творити в Україні

на базі тісних зв'язків з математиками розвинутих країн, а не емігрувати прикриваючись стандартними фразами про низьку зарплатню в Україні. Безумовно, що такий стиль життя, пов'язаний з частими переїздами та мимовільним шоком, коли спостерігаєш різючу різницю між тим, що відбувається в провідному математичному центрі України та аналогічних центрах на Заході, накладає відбиток і на психологічний стан, і на здоров'я. З цього приводу Сергій часто повторював фразу, в якій твердилося, що через 10–15 років математики в Україні взагалі не будуть розуміти про що йдеться в провідних математичних журналах світу, оскільки нові тренди в математиці тут практично невідомі.

... Ми з Сергієм були знайомі ще з 1970-х років, коли навчалися у найвідомішій на той час школі України – Київській спеціалізованій школі-інтернаті фізико-математичного профілю при Київському державному університеті. Власне познайомилися ми не за шкільною партою, а на футбольному майданчику, бо футбол тоді був найпопулярнішим видом спорту серед учнів Феофанії (народна назва нашої школи), потім разом продовжували футбольні баталії будучи студентами мехмату цього ж університету. Сергій практично до кінця життя грав у футбол (навіть у 60 років!) та цікавився професійним футболом, тому нам було про що говорити поза науковими темами.

Наші суто наукові інтереси ніколи не перетиналися, оскільки ми стали учнями двох зовсім різних лідерів тодішньої математичної науки в Україні: він був учнем О.М. Шарковського, а я — В.І. Фущича. Втім, дисертації ми писали у подібних умовах – у вільний час від прямих службових обов'язків, оскільки працювали в інститутах не математичного профілю (в теперішні часи важко уявити, що є такі «фанати» математики). Коли я починав наукову кар'єру в Інституті математики, то Сергій вже там певний час працював. Проте, навіть перебуваючи в одній установі, ми мало спілкувалися, бо кожен робив наукові дослідження у колі своїх колег за відповідною спеціалізацією. Лише після Майдану-1 в 2005 р. ми разом включилися у рух порівняно невеликої кількості науковців НАНУ, який мав на меті реформувати цю закостенілу совкову організацію. Зокрема, заснували неформальне об'єднання «За європейські цінності в українській науці»⁸. Незважаючи на те, що реформування досі не відбулося (очевидно, що без зовнішнього впливу владних структур воно так і не відбудеться), ми весь час намагалися якимось збурювати хуторянське життя НАНУ, зокрема в

⁸ <https://sites.google.com/site/ukrsci/home/koncepcia>

Інституті математики. Сергій в цій справі досяг певних успіхів. Зокрема, після обрання президентом Київського математичного товариства⁹ (був на цій посаді в 2006 – 2014 роках) відродив товариство, яке було повністю мертве станом на 2006 р. Після призначення його відповідальним секретарем «Українського математичного журналу» запропонував відповідні зміни у редакційній політиці, які дозволили цьому журналу вперше у своїй історії увійти у список журналів наукометричної бази Web of Science та отримати імпаکت-фактор. Проте його зусилля на більш радикальні зміни наштовхувалися на сильний опір, оскільки різко розходилися з совковими традиціями НАНУ.

Новий поштовх у нашій співпраці надав Майдан-2, оскільки після Революції гідності розпочалися ще активніші спроби реформування наукової та науково-технічної сфери в Україні. Зокрема, після прийняття нової редакції «Закону України про наукову та науково-технічну діяльність» ми вирішили взяти участь у конкурсі до новоствореного Наукового Комітету Національної ради з питань науки і технологій. Сергія висунула одна група науковців, а мене на пропозицію Сергія висунула інша група. Ідея полягала в тому, щоб математику у цьому новому органі представляв незалежний фахівець, а не ставленик адміністрації. На разі наш план було успішно реалізовано. Паралельно ми обговорювали можливість створення нової наукової громадської організації математичного спрямування, яка б могла певним чином впливати на розвиток науки в Україні відповідно до вищезгаданого закону та проводити певні заходи, які би сприяли міжнародному іміджу математики в Україні. Так було створено громадську наукову організацію ІПММФ¹⁰ і до Наукової ради Інституту було обрано Сергія, а до Міжнародної наглядової ради — його колегу зі Словаччини професора Любомира Сногу. Планувалося розгорнути активну діяльність ІПММФ. На жаль, Сергій раптово пішов з життя і роботу доведеться продовжувати вже без нього...

4. Подяка

Автори щиро вдячні професорові Університету ім. Матая Бела (Словаччина) Любомиру Сносі за люб'язно наданий матеріал, який значно полегшив написання розділу про наукові результати С. Ф. Коляди.

⁹ <http://www.mathsociety.kiev.ua/strucr-08.html>

¹⁰ <https://iammp.uk>

Математичні публікації Сергія Федоровича Коляди

Монографії та підручники

1. А.Н. Шарковский, С.Ф. Коляда, А.Г. Сивак, В.В. Федоренко, *Динамика одномерных отображений*, Наукова Думка, Київ (1989), 216 с.
2. A.N. Sharkovsky, S.F. Kolyada, A.G. Sivak, V.V. Fedorenko, *Dynamics of one-dimensional maps*, Mathematics and its Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, **407** (1997), 272 pp. (English translation with complements).
3. С.Ф. Коляда, *Топологічна динаміка: мінімальність, ентропія та хаос*, Київ, Ін-т математики НАН України, **89**, (2011), 340 pp.

Статті та препринти

4. S.F. Kolyada, A.G. Sivak, *Universal constants for one-parameter families of mappings* (in Russian), in: *Oscillation and stability of solutions of functional-differential equations*, Akad. Nauk Ukrain. SSR, Inst. Mat., Kiev, (1982), 53–60 (in Russian).
5. S.F. Kolyada, A.G. Sivak, *A class of functional equations and the universal behavior of families of one-dimensional mappings*, in: *Differential-difference equations and problems of mathematical physics*, Akad. Nauk Ukrain. SSR, Inst. Mat., Kiev, (1984), 33–37 (in Russian).
6. S.F. Kolyada, *Maps of the interval with zero Schwarzian*, in: *Functional-differential equations and their applications*, Inst. Math. Ukrain. Acad. Sci., Kyiv, (1985), 47–57.
7. S.F. Kolyada, *The measure of quasi-attractors of one-dimensional smooth mappings*, Akad. Nauk Ukrain. SSR Inst. Mat. Preprint, 35 (1986), 22 pp. (in Russian).
8. S.F. Kolyada, *On the dynamics of triangular mappings*, Akad. Nauk Ukrain. SSR Inst. Mat. Preprint, 61 (1986), 28 pp. (in Russian).
9. S.F. Kolyada, *Discrete dynamical systems with a Schwartzian derivative of constant sign*, in: *Functional-differential equations and their application to nonlinear boundary value problems*, Akad. Nauk Ukrain. SSR, Inst. Mat., Kiev, (1987), 18–23 (in Russian).
10. S.F. Kolyada, *One-parameter families of mappings of the interval with negative Schwarzian derivative, in which monotonicity of bifurcations breaks down*, Ukrain. Math. J., **41** (1989), 230–232.
11. S.F. Kolyada, *On triangular maps of type 2^∞ with positive entropy*, in: *Dynamical systems and turbulence* Inst. Math. Ukrain. Acad.Sci., Kiev, (1989), 76–82.
12. S.F. Kolyada, A.N. Sharkovsky, *On topological dynamics of triangular maps of the plane*, Iteration Theory, Proc. ECIT-89. World Scientific Publishing, Singapore, (1991), 177–183.
13. S.F. Kolyada, A.N. Sharkovsky, *On topological dynamics of triangular maps of the plane*, European Conference on Iteration Theory (Batschuns, 1989), World Sci. Publ., River Edge, NJ, (1991), 177–183.
14. S.F. Kolyada, L. Snoha, *On ω -limit sets of triangular maps*, Akad. Nauk Ukrain. SSR Inst. Mat. Preprint 30 (1991), 20 pp.

15. S.F. Kolyada, *On dynamics of triangular maps of the square*, Akad. Nauk Ukrain. SSR Inst. Mat. Preprint 14 (1991), 36 pp.
16. S. F. Kolyada, *On dynamics of triangular maps of the square*, Ergodic Theory Dynam. Systems, **12**:4 (1992), 749–768.
17. L. Alsedà, S.F. Kolyada, L. Snoha, *On topological entropy of triangular maps of the square*, Bull. Austral. Math. Soc., **48** (1993), 55–67.
18. S. F. Kolyada, L. Snoha, *On ω -limit sets of triangular maps*, Real Anal. Exchange, **18**:1 (1992/93), 115–130.
19. S. Kolyada, L. Snoha, *On topological dynamics of sequences of continuous maps*, Proceedings of the Conference “Thirty Years after Sharkovski’s Theorem: New Perspectives” (Murcia, 1994). Internat. J. Bifur. Chaos., **5**:5 (1995), 1437–1438.
20. S.F. Kolyada, L. Snoha, *Topological dynamics of triangular maps of the square*, Iteration theory (Batschuns, 1992), World Sci. Publ., River Edge, NJ (1996), 165–171.
21. S. Kolyada, L. Snoha, *Topological entropy of nonautonomous dynamical systems*, Random Comput. Dynam., **4**:2-3 (1996), 205–233.
22. S.F. Kolyada, L. Snoha, *Topological dynamics of triangular maps of the square*, Iteration theory (Batschuns, 1992), World Sci. Publ., River Edge, NJ, (1996), 165–171.
23. S. Kolyada, L. Snoha, *Topological entropy of nonautonomous dynamical systems*, Random Comput. Dynam. **4**:2-3 (1996), 205–233.
24. S. Kolyada, L. Snoha, *Some aspects of topological transitivity – a survey*, Proc. ECIT-94, Grazer Mathematische Berichte, **334** (1997), 3–35.
25. L. Alsedà, S. Kolyada, J. Llibre, L. Snoha, *Entropy and periodic points for transitive maps*, Trans. Amer. Math. Soc., **351** (1999), 1551–1573.
26. S. Kolyada, M. Misiurewicz, L. Snoha, *Topological entropy of nonautonomous piecewise monotone dynamical systems on the interval*, Fund. Math., **160**:2 (1999), 161–181.
27. S. Kolyada, L. Snoha, S. Trofimchuk, *Noninvertible minimal maps*, Fund. Math. **168**:2 (2001), 141–163.
28. F. Blanchard, E. Glasner, S. Kolyada, A. Maass, *On Li-Yorke pairs*, J. Reine Angew. Math., **547** (2002), 51–68.
29. S. Kolyada, *On spatiotemporal chaos*, Max-Planck-Institut für Mathematik Preprint Series #26 (2002), 15 pp.
30. E. Akin, S. Kolyada, *Li-Yorke sensitivity*, Nonlinearity **16**:4 (2003), 1421–1433.
31. L. Alsedà, S. Kolyada, J. Llibre, L. Snoha, *Axiomatic definition of the topological entropy on the interval*, Aequationes Math., **65** (2003), 113–132.
32. H. Bruin, S. Kolyada, L. Snoha, *Minimal nonhomogeneous continua*, Colloq. Math. **95** (2003), 123–132.
33. S. Kolyada, L. Snoha et al. *Open Problems Session*, Internat. J. Bifur. Chaos., **13**:7 (2003), 1983–1989.
34. С. Коляда, *Чутливість Лі-Йорка та інші концепції хаосу*, Укр. мат. журн. **56** (2004), 1043–1061; English transl.: *Li-Yorke sensitivity and other concepts of chaos*, Ukrain. Math. J. **56**:8 (2004), 1242–1257.

35. S. Kolyada, *Topological entropy of a dynamical system on the space of one-dimensional maps*, Nonlinear Oscillations, **7** (2004), 179–186.
36. S. Kolyada, L. Snoha, S. Trofimchuk, *On minimality of nonautonomous dynamical systems*, Nonlinear Oscillations, **7** (2004), 83 – 89.
37. J. Auslander, S. Kolyada, L. Snoha, *Functional envelope of a dynamical system*, Nonlinearity, **20** (2007), 2245–2269.
38. S. Kolyada, L. Snoha, S. Trofimchuk, *Proper minimal sets on compact connected 2-manifolds are nowhere dense*, Ergodic Theory Dynam. Systems **28**:3 (2008), 863–876.
39. S. Kolyada, L. Snoha, *Topological transitivity*, Scholarpedia, 4 (2):5802 (2009).
40. S. Kolyada, L. Snoha, *Minimal dynamical systems*, Scholarpedia, 4 (11): 5803 (2009).
41. S. Kolyada, M. Matviichuk, *On extensions of transitive maps*, Discrete Contin. Dyn. Syst., **30** (2011), 767–777.
42. S. Kolyada, D. Robatian, *On ω -limit sets of triangular induced maps*, Real Anal. Exchange, **38** (2012/2013), 299–316.
43. S. Kolyada, O. Rybak, *On the Lyapunov numbers*, Colloq. Math., **131** (2013), 209–218.
44. E. Bilokopytov, S. Kolyada, *Transitive maps on topological spaces*, Ukrain. Mat. Zh. **65** (2013), 1163–1185.
45. S. Kolyada, L. Snoha, S. Trofimchuk, *Minimal sets of fibre-preserving maps in graph bundles*, Math. Z. **278**:1-2 (2014), 575–614.
46. S. Kolyada, Ju. Semikina, *On topological entropy: when positivity implies +infinity*, Proc. Amer. Math. Soc., **143** (2015), 1545–1558.
47. S. Kolyada, M. Misiurewicz, L. Snoha, *Spaces of transitive interval maps*, Ergodic Theory Dynam. Systems **35**:7 (2015), 2151–2170.
48. S. Kolyada, M. Misiurewicz, L. Snoha, *Loops of transitive interval maps*. Dynamics and numbers, Contemp. Math. **669**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2016), 137–154.
49. W. Huang, D. Khilko, S. Kolyada, G. Zhang, *Dynamical compactness and sensitivity*, J. Differential Equations, **260**:9 (2016), 6800–6827.
50. W. Huang, D. Khilko, S. Kolyada, A. Peris, G. Zhang, *Finite intersection property and dynamical compactness*, J. Dynam. Diff. Equations, **30**:3 (2018), 1221–1245
51. W. Huang, S. Kolyada, G. Zhang, *Analogues of Auslander-Yorke theorems for multi-sensitivity*, Ergodic Theory Dynam. Systems, **38**:2 (2018), 651–66.
52. S. Kolyada, M. Misiurewicz, L. Snoha, *Special α -limit sets*, preprint (2018); <https://www.math.iupui.edu/~mmisiure/alpha.pdf>.
53. S. Kolyada, *A survey of some aspects of dynamical topology: Dynamical compactness and Slovak spaces*, Discrete & Continuous Dynamical Systems-S, (2019) <http://dx.doi.org/10.3934/dcdss.2020074>.

Праці конференцій (під редакцією С.Ф. Коляди)

54. S. Bezuglyi, S. Kolyada (eds.), *Topics in Dynamics and Ergodic Theory* (Proc. Intern. Conf. Katsiveli, 21–30.08, 2000), Cambridge Univ. Press., (2003), 265 pp.
55. S. Kolyada, Y. Manin, T. Ward (eds.), *Algebraic and Topological Dynamics*, Contemp. Math. **385**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2005), 364 pp.
56. М. Капранов, S. Kolyada, Yu. Manin, P. Moree, L. Potyagailo (eds.), *Geometry and dynamics of groups and spaces*, Progr. Math., 265, Birkhauser, Basel, **265** (2008), vii–xiv.
57. S. Kolyada, Y. Manin, M. Möller, P. Moree, T. Ward (eds.), *Dynamical Numbers: Interplay between Dynamical Systems and Number Theory*, Contemp. Math. **532**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2010), 244 pp.
58. S. Kolyada, M. Möller, P. Moree, T. Ward (eds.), *Dynamical and Numbers*, Contemp. Math. **669**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2016), 315 pp.

Ювілейні статті

59. А.Ф. Іванов, С.Ф. Коляда, Ю.Л. Майстренко, І.О. Парасюк, Г.П. Пелюх, О.Ю. Романенко, А.Г. Сівак, В.Г. Самойленко, В.І. Ткаченко, С.І. Трофімчук, В.В. Федоренко, Д.Я. Хусаїнов, І.О. Шевчук, *Олександр Миколайович Шарковський (до 80-річчя від дня народження)*, Укр. мат. журн. **69:2** (2017), 257–260.
60. Ю.М. Березанський, М.В. Верейкіна, С.Ф. Коляда, О.Ю. Романенко, А.Г. Сівак, В.В. Федоренко, *Олександр Миколайович Шарковському — 60 років*, Укр. мат. журн. **48:12** (1996), 1602–1603.