UKRAINISCHE ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG (LWIW)
(ČARNIECKI-GASSE Nr. 26).

SITZUNGSBERICHTE

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION.

HEFT XXVI.

(JULI 1937 — DEZEMBER 1937).

VERÖFFENTLICHT

VOM DIREKTOR DER MATH.-NATURWISS.-ÄRZTLICHEN SEKTION.

LEMBERG, 1938.
VERLAG UND BUCHDRUCKEREI DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT
DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG (LWIW).

3. Hr. Melnyk berichtet über den Stand des Druckes des VII. Heftes der physiographischen Sammelschrift.

4. Hr. Mužyka berichtet über neue Adaptierungen im chemisch-bakteriologischen Institute zwecks technologischer Untersuchungen.

5. Auf den Antrag desselben wurde einhellig beschlossen, eine neue Auflage des im Auftrage der ukrainischen Akademie der Wissenschaften in Kyjiv herausgegebenen ukrainischen anatomischen Wörterbuches vorzubereiten.

CCXVII. Sitzung am 28. Dezember 1937.

Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

Anwesend 9 Mitglieder.

1. Der Vorsitzende gibt eine Übersicht der Arbeiten der Sektion und ihrer Institute im J. 1937.

2. Derselbe legt die Arbeit des Hrn Dr. J. Bohačevśkyj in Stryj u. T.: „Versuch einer Verallgemeinerung der Legendre'schen Polynome" in der deutschen Sprache vor.

Diese Abhandlung erscheint in den Sitzungsberichten Heft XXVI (sieh unten).

3. Hr. Melnyk legt die Arbeiten des Hrn E. Žarśkyj u. T.: „Die Verbreitung des Bibers im ukrainischen Territorium" und des Hrn Wl. Łasoŕko u. T.: „Seltene und neue Käferarten des ukrainischen Territoriums" vor.

Beide Arbeiten erscheinen im VII. Hefte der physiographischen Sammelschrift.

4. Es folgten dann einige administrative Angelegenheiten.

BERICHTE.

Versuch einer Verallgemeinerung der Legendre'schen Polynome.

(von Julian Bohačevśkyj — Stryj).

In meiner Arbeit „Transformation der Laplace'schen Differentialgleichung im n-Dimensionalen auf generelle Koordinaten" *) habe ich gezeigt, dass sich die Laplace'sche Differentialgleichung

$$\Delta_2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} + \ldots\ldots + \frac{\partial^2 V}{\partial x_n^2} = 0 \qquad (1)$$

*) Sammelschrift der mathematisch-naturwissenschaftlich-ärztlichen Sektion der Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften in Lwiw (Lemberg) Bd XXXI SS. 61—67.

auf generelle Koordinaten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_n$ wie folgend transformiert:

$$\Delta_2 V = h_1 h_2 \ldots h_n \left[\frac{\partial}{\partial \varrho_1}\left(\frac{h_1}{h_2 h_3 \ldots h_n} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varrho_1}\right) + \frac{\partial}{\partial \varrho_2}\left(\frac{h_2}{h_1 h_3 \ldots h_n} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varrho_2}\right) + \right.$$
$$\left. + \ldots\ldots + \frac{\partial}{\partial \varrho_n}\left(\frac{h_n}{h_1 h_2 \ldots h_{n-1}} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varrho_n}\right)\right]. \tag{2}$$

Diese Transformation möge nun auf n-dimensionale Kugelkoordinaten angewendet werden. Die Transformationsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned}
x_1 &= r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2} \sin \vartheta_{n-1} \\
x_2 &= r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2} \cos \vartheta_{n-1} \\
x_3 &= r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-3} \cos \vartheta_{n-2} \\
x_4 &= r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \ldots\ldots \cos \vartheta_{n-3} \\
&\;\;\vdots \\
x_{n-1} &= r \sin \vartheta_1 \cos \vartheta_2 \\
x_n &= r \cos \vartheta_1 .
\end{aligned} \tag{3}$$

Man überzeugt sich leicht, dass die in der genannten Arbeit mit (3) bezeichneten Ortogonalitätsbedingungen für die letztausgeschriebenen Gleichungen erfüllt sind.

Die Ausdrücke $h_1, \ldots h_n$ lassen sich leicht bilden, und zwar:

$$H_1 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_i}{\partial r}\right)^2 = 1; \qquad H_2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \vartheta_1}\right)^2 = r^2;$$

$$H_3 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \vartheta_2}\right)^2 = r^2 \sin^2 \vartheta_1; \qquad H_4 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \vartheta_3}\right)^2 = r^2 \sin^2 \vartheta_1 \sin^2 \vartheta_2;$$

$$H_n = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \vartheta_{n-1}}\right)^2 = r^2 \sin^2 \vartheta_1 \sin^2 \vartheta_2 \ldots \sin^2 \vartheta_{n-2} \tag{4}$$

und hieraus

$$h_1 = 1; \quad h_2 = \frac{1}{r}; \quad h_3 = \frac{1}{r \sin \vartheta_1}; \quad h_4 = \frac{1}{r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2};$$
$$h_n = \frac{1}{r \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2}} \tag{5}$$

Der Ausdruck $\Delta_2 V$ erhält somit die Form:

$$\Delta_2 V = \frac{1}{r^{n-1} \sin^{n-2} \vartheta_1 \sin^{n-3} \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2}} \left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{n-1} \sin^{n-2} \vartheta_1 \sin^{n-3} \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2} \frac{\partial V}{\partial r}\right) + \right.$$
$$+ \frac{\partial}{\partial \vartheta_1}\left(r^{n-3} \sin^{n-2} \vartheta_1 \sin^{n-3} \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2} \cdot \frac{\partial V}{\partial \vartheta_1}\right) +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial \vartheta_2}\left(r^{n-3} \sin^{n-4} \vartheta_1 \sin^{n-3} \vartheta_2 \ldots \sin \vartheta_{n-2} \frac{\partial V}{\partial \vartheta_2}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial\vartheta_3}\left(r^{n-3}\sin^{n-4}\vartheta_1\sin^{n-5}\vartheta_2\sin^{n-6}\vartheta_3\ldots\sin\vartheta_{n-2}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_3}\right)+$$

$$+\ldots+\frac{\partial}{\partial\vartheta_{n-2}}\left(r^{n-3}\sin^{n-4}\vartheta_1\sin^{n-5}\vartheta_2\ldots\sin\vartheta_{n-4}\sin\vartheta_{n-2}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_{n-2}}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial\vartheta_{n-1}}\left(r^{n-3}\frac{\sin^{n-4}\vartheta_1\ldots\sin\vartheta_{n-4}}{\sin\vartheta_{n-2}}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_{n-1}}\right)\Bigg]\ldots \tag{6}$$

oder nach der Ausführung der Rechnungen:

$$\Delta_2 V=\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta_1^2}+\frac{1}{r^2\sin^2\vartheta_1}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta_2^2}+\ldots+\frac{1}{r^2\sin^2\vartheta_1\ldots\sin^2\vartheta_{n-2}}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta_{n-1}^2}+$$

$$+\frac{n-1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{(n-2)\operatorname{ctg}\vartheta_1}{r^2}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_1}+\frac{(n-3)\operatorname{ctg}\vartheta_2}{r^2\sin^2\vartheta_1}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_2}+\ldots+$$

$$+\frac{\operatorname{ctg}\vartheta_{n-2}}{r^2\sin^2\vartheta_1\ldots\sin^2\vartheta_{n-3}}\frac{\partial V}{\partial\vartheta_{n-2}} \tag{7}$$

Die Gleichung hat (2n—1) Glieder.

Setzen wir der Einfachheit halber

$$\vartheta_2=\text{const},\ \vartheta_3=\text{const},\ \ldots\ \vartheta_{n-1}=\text{const},$$

so vereinfacht sich die Gleichung (7) folgend:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta_1^2}+\frac{n-1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{n-2}{r^2}\operatorname{ctg}\vartheta_1\frac{\partial V}{\partial\vartheta_1}=0 \tag{7a}$$

oder wenn wir den Index 1 bei ϑ_1 weglassen:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta^2}+\frac{n-1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{n-2}{r^2}\operatorname{ctg}\vartheta\frac{\partial V}{\partial\vartheta}=0. \tag{7b}$$

Diese Gleichung kann durch Trennung der Veränderlichen gelöst werden, und zwar ist die allgemeine Lösung ein Aggregat von Ausdrücken, deren jeder ein Produkt aus einer Potenz von r und einer Funktion von ϑ allein ist. Nennen wir diese Funktionen $R=R(r)=r^m$ und $\Theta=\Theta(\vartheta)=\Phi(\cos\vartheta)=\Phi(\zeta)$, so erhält die Gleichung (7b), wenn wir sie noch mit r^2 multiplizieren, die Gestalt:

$$r^2\frac{\partial^2(R\Phi)}{\partial r^2}+(n-1)r\frac{\partial(R\Phi)}{\partial r}=-\left[\frac{\partial^2(R\Phi)}{\partial\vartheta^2}+(n-2)\operatorname{ctg}\vartheta\frac{\partial(R\Phi)}{\partial\vartheta}\right] \tag{8}$$

Hier hebt sich links Φ, rechterseits R vor die Klammer. Dividieren wir nun beiderseits durch $R\Phi$ und setzen beide Seiten ein und derselben Konstante C gleich, so ergibt sich:

$$\frac{1}{R}\left[r^2\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+(n-1)r\frac{\partial R}{\partial r}\right]=-\frac{1}{\Phi}\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta^2}+(n-2)\operatorname{ctg}\vartheta\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right]=C \tag{9}$$

Setzen wir nun $R=r^m$, so folgt

$$r^2\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+(n-1)r\frac{\partial R}{\partial r}-CR=0 \tag{10}$$

oder

$$\Big[m(m-1)+(n-1)m-C\Big]r^m=0 \tag{10a}$$

und hieraus $\qquad C = m(m + n - 2).$

Die Gleichung $\qquad m^2 + (n-2)m - C = 0$

hat zwei Wurzeln, die zueinander in Beziehung stehen:

$$m_1 + m_2 = -(n-2)$$
$$m_2 = -(m_1 + n - 2)$$

Es muss demnach in der Gleichung (9) auch rechterseits die Konstante C dieselbe Bedeutung haben, also:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2} + (n-2)\operatorname{ctg}\vartheta \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} + m(m+n-2)\Phi = 0. \tag{11}$$

Nun kann aber $\Phi = \Phi(\cos\vartheta) = \Phi(\zeta)$ angenommen werden, also

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial \vartheta} = -\sqrt{1-\zeta^2}\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2}(1-\zeta^2) - \zeta\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}.$$

In (11) eingesetzt ergibt das:

$$(1-\zeta^2)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} - (n-1)\zeta\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + m(m+n-2)\Phi = 0. \tag{12}$$

Daraus ist auch ersichtlich, dass, wenn wir für ein gegebenes m die Lösung Φ_m der Gleichung (12) finden, gleichzeitig mit r^m bzw. mit $r^{-(m+n-2)}$ auch $r^m\Phi_m$, bzw. $r^{-(m+n-2)}\Phi_m$ Lösungen der Differentialgleichung (7b) sind.

Die Gleichung (12) kann durch eine Reihe integriert werden. Man kann versuchsweise ansetzen:

$$\Phi(\zeta) = \sum_0^\infty a_k \zeta^k; \quad \Phi'(\zeta) = \sum_1^\infty k a_k \zeta^{k-1};$$

$$\Phi''(\zeta) = \sum_2^\infty k(k-1)\, a_k \zeta^{k-2} = \sum_0^\infty (k+2)(k+1)\, a_{k+2}\zeta^k \tag{13}$$

Dies in (12) eingesetzt, ergibt

$$\sum_0^\infty \left\{ (k+2)(k+1)a_{k+2} + (m+k+n-2)(m-k)a_k \right\} \zeta^k = 0.$$

So erhalten wir für die Koeffizienten a_k die Rekursionsformel:

$$a_{k+2} = -\frac{(m-k)(m+k+n-2)}{(k+1)(k+2)} a^k \tag{14}$$

Das ergibt für gerade Indizes

$$a_{2i} = (-1)^i \frac{m(m-2)(m-4)\ldots(m-2i+2)(m+n-2)(m+n)(m+n+2)\ldots(m+n+2i-4)}{(2i)!} a_0 \tag{15a}$$

für ungerade dagegen

$$a_{2i+1} = (-1)^i \frac{(m-1)(m-3)(m-5)\ldots(m-2i+1).(m+n-1)(m+n+1)(m+n+3)\ldots(m+n+2i-3)}{(2i+1)!} a_1 \qquad (15b)$$

Somit sind die beiden partikulären Lösungen der Gleichung (12) Φ_m und Ψ_m, wenn wir noch $\Phi_m(0)=1$, $\Phi'_m(0)=0$, $\Psi_m(0)=0$, $\Psi'_m(0)=1$ vorschreiben, durch folgende Reihen gegeben:

$$\Phi_m = 1 - \frac{m(m+n-2)}{2!}\zeta^2 + \frac{m(m-2)(m+n-2)(m+n)}{4!}\zeta^4 -$$

$$- \frac{m(m-2)(m-4)(m+n-2)(m+n)(m+n+2)}{6!}\zeta^6 + \ldots \qquad (16a)$$

$$\Psi_m = \zeta - \frac{(m-1)(m+n)}{3!}\zeta^3 + \frac{(m-1)(m-3)(m+n-1)(m+n+1)}{5!}\zeta^5 -$$

$$- \frac{(m-1)(m-3)(m-5)(m+n-1)(m+n+1)(m+n+3)}{7!}\zeta^7 + \ldots \qquad (16b)$$

Von den beiden Entwickelungen bricht nun für ein gegebenes m eine ab, und zwar für ein gerades m die erste, für ein ungerades m die zweite (bei der m-ten Potenz). In beiden Fällen erhalten wir ein endliches Polynom:

$$\Phi_m(\zeta) = a_m \zeta^m + a_{m-2}\zeta^{m-2} + a_{m-4}\zeta^{m-4} + \qquad (17)$$

bei dem die Koeffizienten a_i durch die Rekursionsformel

$$a_{k-2} = - \frac{k(k-1)}{(m-k+2)(m+k+n-4)} \cdot a_k \qquad (14a)$$

voneinander abhängen.

Bestimmen wir den noch disponiblen Faktor a_m zu

$$a_m = \frac{n(n+2)(n+4)(n+6)\ldots(n+2m-4)}{(n-1)n(n+1)(n+2)\ldots(n+m-3)} \qquad (17a)$$

so erhalten wir folgende ganze rationale Lösung der Gleichung (12):

$$\Phi_m(\zeta) = \frac{n(n+2)(n+4)\ldots(n+2m-4)}{(n-1)n(n+1)(n+3)\ldots(n+m-3)} \left\{ \zeta^m - \frac{m(m-1)}{2(2m+n-4)}\zeta^{m-2} + \right.$$

$$+ \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2.4(2m+n-4)(2m+n-6)}\zeta^{m-4} -$$

$$\left. - \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)}{2.4.6(2m+n-4)(2m+n-6)(2m+n-8)}\zeta^{m-6} + \ldots \right\} \qquad (18)$$

Der Wert des Faktors a_m wurde dabei so bestimmt, dass für jedes m

$\Phi_m(1) = 1$ ist.

Die andere von den beiden Entwickelungen (16) stellt eine unendliche Reihe dar. Sie ist im Intervalle $-1 < \zeta < +1$ konvergent, wie es aus

$$\lim_{k \to \infty} \left| \frac{a_{k+2}\zeta^{k+2}}{a_k \zeta^k} \right| = \lim_{k \to \infty} \left| \frac{\left(1 - \frac{m}{k}\right)\left(1 + \frac{m+n-2}{k}\right)}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)\left(1 + \frac{2}{k}\right)} \right| \cdot \left|\zeta\right|^2 = \left|\zeta\right|^2$$

ersichtlich ist.

Für $n = 3$ sind die Funktionen $\Phi_m(\zeta)$ mit den Kugelfunktionen $P_m(\zeta)$ 1-ter Art m-ter Ordnung, $\Psi_m(\zeta)$ mit den Kugelfunktionen $Q_m(\zeta)$ 2-ter Art m-ter Ordnung identisch. Als partikuläre Lösungen ein und derselben linearen homogenen Differentialgleichung (12) hängen sie miteinander darch die Fornel zusammen:

$$\Psi_m(\zeta) = \Phi_m(\zeta) \int \frac{d\zeta}{e^{\int \varphi(\zeta)\, d\zeta} \left[\Phi_m(\zeta)\right]^2} \qquad (19)$$

wo $\varphi(\zeta)$ den Koeffizienten der ersten Ableitung in der Gleichung (12) bedeutet, wenn wir dieselbe in der Form:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} - \frac{(n-1)\zeta}{1-\zeta^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + \frac{m(m+n-2)}{1-\zeta^2} \Phi = 0 \qquad (12a)$$

schreiben, so dass der Koeffizient der zweiten Ableitung $= 1$ ist, also

$$\int \varphi(\zeta)\, d\zeta = \frac{n-1}{2} \int \frac{2\zeta\, d\zeta}{1-\zeta^2} = \lg (1-\zeta^2)^{\frac{n-1}{2}}$$

$$e^{\int \varphi(\zeta)\, d\zeta} = (1-\zeta^2)^{\frac{n-1}{2}}$$

$$\Psi_m(\zeta) = \Phi_m(\zeta) \int \frac{d\zeta}{(1-\zeta^2)^{\frac{n-1}{2}} \left[\Phi_m(\zeta)\right]^2} \qquad (19a)$$

Diese Formel bestätigt sich auch im Falle $n = 2$, von einer multiplikativen Konstanten abgesehen. Die Formel (18) nimmt für diesen Fall die Gestalt an:

$$\Phi_m(\zeta) = 2^{m-1} \Big[\zeta^m - \frac{m}{2^2 . 1!} \zeta^{m-2} + \frac{m(m-3)}{2^4 . 2!} \zeta^{m-4} -$$

$$- \frac{m(m-4)(m-5)}{2^6 . 3!} \zeta^{m-6} + \frac{m(m-5)(m-6)(m-7)}{2^8 . 4!} \zeta^{m-8} - \ldots \Big] \qquad (18a)$$

$\Phi_m(\zeta)$ ist in diesem Falle $= \cos m\vartheta$ und die Formel (18^a) erlaubt uns, $\cos m\vartheta$ durch $\cos\vartheta$ auszudrücken.

Die Funktionen Φ_m können als Spezialfälle der n-dimensionalen Kugelfunktionen $X_n(\vartheta_1 \ldots \vartheta_{n-1})$ angesehen werden, die auf folgende Art definiert und hergestellt werden können: Als Lösung der Gleichung (7) sei ein ganzes rationales Polynom m-ten Grades in $X_1 \ldots X_n$ angesetzt:

$$V(x_1 x_2 \ldots x_n) = \sum_{s_1 s_2 \ldots s_{n-1}} C_{s_1 s_{n-1}} x_1^{s_1} x_2^{s_2 - s_1} x_3^{s_3 - s_2} \ldots x_{n-1}^{s_{n-1} - s_{n-2}} x_n^{m - s_{n-1}} \qquad (20)$$

wobei die Zahlen s_1 s_{n-1}, m der Ungleichung:

$$0 \leq s_1 \leq s_2 \leq \ldots \leq s_{n-1} \leq m$$

genügen sollen. Führen wir in (20) die Koordinaten (3) ein, so ergibt sich

$$V(x_1\, x_2 \ldots x_n) = r^m X_m(\vartheta_1\, \vartheta_2 \ldots \vartheta_{n-1}) =$$

$$= r^m \sum C_{s_1 \ldots s_{n-1}} \cos^{m-s_{n-1}} \vartheta_1 \sin^{s_{n-1}} \vartheta_1 \cos^{s_{n-1}-s_{n-2}} \vartheta_2 \sin^{s_{n-2}} \vartheta_2 \ldots$$

$$\ldots \cos^{s_3-s_2} \vartheta_{n-2} \sin^{s_2} \vartheta_{n-2} \cos^{s_2-s_1} \vartheta_{n-1} \sin^{s_1} \vartheta_{n-1} \qquad (20a)$$

Diese Summe genügt nun der Gleichung (7) und stellt eben die n-dimensionale Kugelfunktion dar. Der wirklichen Herstellung dieser Funktionen, bzw. der Verallgemeinerung der 3-dimensionalen Kugelfunktionen, sei eine besondere Arbeit gewidmet.

Seltene und neue Käferarten des ukrainischen Territoriums.

(von Wladimir Łasorko).

In dieser Abhandlung gibt der Verfasser neue Standorte der seltenen Käfer des westukrainischen Territoriums an. Das Material befindet sich vorwiegend in der Privatsammlung des Verfassers; außerdem gehören einige Arten den Sammlungen des weil. Professors I. Verchratśkyj, des Prof. Wl. Zańko, S. Polanśkyj und des weil. Ing. K. Hankevyč. Alle Sammlungen werden im naturwiss. Museum der Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften in Lemberg aufbewahrt.

Neu sind im ukrain. Territorium folgende Arten:

Orochares angustata Er. Ein Exemplar wurde vom Verfasser am 30. X. 1931 in Lemberg (Pohulanka) gefunden.

Scaphium immaculatum Oliv. Zwei Exemplare in der Sammlung des I. Verchratśkyj — stammen aus Galizien. Andere Arten sind schon früher in Ukraina bekannt — aber nur aus einigen Standorten. Zu den selteneren Arten gehören:

Carabus nemoralis Müll. Uniw, Bez. Peremyšlany (coll. K. Hankevyč).

Notiophilus rufipes Curt. ab. femoralis J Łomn. Lemberg-Teufelsberg (coll. der Verfasser).

Olisthopus rotundatus Payk. Lemberg-Kaiserwald (coll. der Verfasser).

Tachyporus hypnorum ab. armeniacus Kobend. Lemberg-Pohulanka.

Quedius brevicornis Thoms. Lemberg-Lesienice; 1 Exemp. coll. der Verfasser am 30. X. 1934.

Xantholinus hungaricus Reitt. Bis jetzt bekannt aus dem Marmarosser-Gebiet. Der Verfasser fand 2 Exemplare in Zelemianka (Bez. Skole) am 8. und 10. VIII. 1933.