С. Д. Чорний.

Формули довготи періастра та ексцентричности орбіти затемнюваних змінних зір типу β Lyrae.

Щоб визначити довготу періастра α та ексцентричність e орбіти затемнюваних змінних зір типу β *Lyrae,* до цього часу[1]) користуванося приближеним рівнанням

$$w = W + 2\,e\,sin\,(W - \alpha),$$

де w — справжня довгота зорі в орбіті, W — її пересічна довгота. Зазначене вище рівнання є точне до малих величин першого порядку відносно e включно. В цім досліді ми виведемо точні формули[2]) довготи періастра та ексцентричности. Для цього умовимося відчислювати справжні довготи в орбіті від точки перетину орбіти проекцією проміня зору на площу орбіти в хвилю головного minimum яскравости зорі. Нехай t_1, t_2, t_3, t_4 будуть відповідно хвилі головного minimum, першого maximum, побічного minimum та другого maximum зорі, нехай ексцентричні її аномалії будуть відповідно E_1, E_2, E_3, E_4, тоді беручи на увагу, що

$$w_1 = 0,\ \ w_2 = \frac{\pi}{2},\ \ w_3 = \pi,\ \ w_4 = \frac{3\pi}{2},$$

за відомою формулою теоретичної астрономії можемо написати

$$-\,tg\,\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,tg\,\frac{E_1}{2};\ \ ctg\,\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,tg\,\frac{E_3}{2};\qquad (1)$$

$$tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,tg\,\frac{E_2}{2};\ \ -\,ctg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,tg\,\frac{E_4}{2}$$

---

1) Andrè Ch. Traité d'astronomie stellaire. II-e partie, pp. 199, 290.

2) Ці формули були подані мною без виводу в часописі „Astronomische Nachrichten, Band 230, pp. 157—158“.

З попередніх формул дістанемо:

$$tg\frac{E_1}{2}\,tg\frac{E_3}{2}=tg\frac{E_2}{2}\,tg\frac{E_4}{2}=\frac{e-1}{e+1}$$

$$1\pm tg\frac{E_1}{2}\,tg\frac{E_3}{2}=1\pm tg\frac{E_2}{2}\,tg\frac{E_4}{2}=\frac{e+1\pm(e-1)}{e+1}$$

$$\frac{\cos\frac{E_3-E_1}{2}}{\cos\frac{E_3}{2}\cos\frac{E_1}{2}}=\frac{\cos\frac{E_4-E_2}{2}}{\cos\frac{E_4}{2}\cos\frac{E_2}{2}}=\frac{2e}{e+1}$$

$$\frac{\cos\frac{E_3+E_1}{2}}{\cos\frac{E_3}{2}\cos\frac{E_1}{2}}=\frac{\cos\frac{E_4+E_2}{2}}{\cos\frac{E_4}{2}\cos\frac{E_2}{2}}=\frac{2}{e+1},$$

або $$\cos\frac{E_3-E_1}{2}=e\cos\frac{E_3+E_1}{2};\quad \cos\frac{E_4-E_2}{2}=e\cos\frac{E_4+E_2}{2}\qquad(2)$$

Назначімо знаком n пересічний добовий рух зорі, тоді за Кеплеровим рівнанням дістанемо

$$n\,(t_3-t_1)=E_3-E_1-2\,e\sin\frac{E_3-E_1}{2}\cos\frac{E_3-E_1}{2}$$

$$n\,(t_4-t_2)=E_4-E_2-2\,e\sin\frac{E_4-E_2}{2}\cos\frac{E_4-E_2}{2},$$

або за формулами (2) маємо

$$n\,(t_3-t_1)=E_3-E_1-\sin(E_3-E_1)$$
$$n\,(t_4-t_2)=E_4-E_2-\sin(E_4-E_2),\qquad(3)$$

Коли нам є відомі з спостережень зорі n, t_3-t_1, t_4-t_2, то поступовими наближеннями дістанемо з рівнань (3) E_3-E_1 та E_4-E_2. Для цього можна користуватися з таблиць Радо[1]) та Остранда[2]).

Коли нам будуть відомі E_3-E_1 та E_4-E_2, ми за допомогою рівнань (1) дістанемо

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{1-e^2}}{2}\,ctg\frac{E_3-E_1}{2},\quad \cos\alpha=-\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\,ctg\frac{E_4-E_2}{2},\qquad(4)$$

відкіля дістанемо формулу для визначення α

$$tg\alpha=-ctg\frac{E_3-E_1}{2}\,tg\frac{E_4-E_2}{2}\qquad(5)$$

[1]) Radau R. Solution graphique du problème de Kepler. (Bulletin Astronomique. Vol. I, p. 381).

[2]) Åstrand. Hilfstafeln zur leichten und genauen Auflösung des Kepler'schen Problems. Leipzig. 1890.

З формул (4) дістанемо

$$e = \sqrt{\frac{ctg^2 \frac{E_3 - E_1}{2} + ctg^2 \frac{E_4 - E_2}{2}}{1 + ctg^2 \frac{E_3 - E_1}{2} + ctg^2 \frac{E_4 - E_2}{2}}} \tag{6}$$

Прикладім ці формули до обчислення α та e для зорі β *Lyrae* на підставі поданих нижче спостережень, тоді дістанемо

Дата	$t_3 - t_1$ d	$t_4 - t_2$ d	α o	e
1842–1870 [1])	6.40	6.42	122.3	0.008
1870–1895 [1])	6.48	6.41	210.9	0.006
1892–1912 [2])	6.47	6.33	187.3	0,016

Київ,
Астрономічна Обсерваторія.
12 березня 1828 року.

Summary.

Formulae of the longitude of periastron and of eccentricity of the orbits of the eclipsing variable β Lyrae-Stars.

By Prof. S. D. Tschorny.

In this paper I demonstrate the formulae for the calculation of the longitude of periastron α and of the eccentricity e of β Lyrae-Stars:

$$tg\,\alpha = -\,ctg \frac{E_3 - E_1}{2}\, tg \frac{E_4 - E_2}{2},$$

$$e = \sqrt{\frac{ctg^2 \frac{E_3 - E_1}{2} + ctg^2 \frac{E_4 - E_2}{2}}{1 + ctg^2 \frac{E_3 - E_1}{2} + ctg^2 \frac{E_4 - E_2}{2}}}$$

which I have given in the Astronomische Nachrichten (Band 230) without demonstration.

Astronomical Observatory, Kiew.
1928 March 12.

[1]) Pannekock A. Untersuchungen über den Lichtwechsel von β Lyrae. (Astronomische Nachrichten. Band 144).

[2]) Curtiss R. H. A determination of the visual light curve of β Lyrae. (Publications of the Astronomical Observatory of the University of Michigan. Vol. I, p. 100).