КВАЗІНОРМОВАНІ ПОСЛІДОВНОСТІ ДВОЗНАЧНИХ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН З НУЛЬОВИМ СЕРЕДНІМ У ПРОСТОРІ L_p ПРИ $p \geq 1$

©*2009 р. Віолетта БАЛАН*

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012

Редакція отримала статтю 26 вересня 2009 р.

Доведено, що якщо квазінормована послідовність двозначних незалежних випадкових величин з нульовим середнім в просторі L_p при $p \geq 1$ і $p \neq 2$ не еквівалентна стандартному базису в просторі l_p, то деякий блок-базис даної послідовності еквівалентний стандартному базису в просторі l_2.

1. Послідовність $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ вимірних функцій $x_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ називається *послідовністю незалежних випадкових величин*, якщо для довільного $n \in \mathbb{N}$ і відрізків $[a_1, b_1], ..., [a_n, b_n] \subseteq \mathbb{R}$ виконується така рівність

$$\mu(\{\bigcap_{k=1}^{n} x_k^{-1}([a_k, b_k])\}) = \prod_{k=1}^{n} \mu(x_k^{-1}[a_k, b_k]).$$

В [1] досліджувалось питання про еквівалентність квазінормованої послідовності незалежних випадкових величин у просторі L_p стандартному базису простору l_p. Було одержано наступний результат.

Теорема 1.1.(L. Dor, T. Starbird [1, Proposition 3.5]). *Нехай $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ – квазінормована послідовність незалежних випадкових величин $x_n \in L_p, p \geq 1$. Тоді послідовність $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_p тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні умови:*

УДК 517.98, MSC 2000: 46B03, 46B15, 46E30

(i) при $1<p<\infty$ $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\int\limits_0^1 x_n(t)\,dt\right|^q<\infty$, *де* $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$;

(a) при $1\le p<2$ *існують* $\delta>0$ *і послідовність* $(E_n)_{n=1}^{\infty}$ *вимірних множин* $E_n\subseteq[0,1]$, *такі, що ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mu(E_n)$ *збіжний і* $\int\limits_{E_n}|x_n|^p d\mu\ge\delta$ *для кожного* $n\in\mathbb{N}$;

(b) при $p>2$ *ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\|x_n\|_2^2)^{\frac{p}{p-2}}$ *збіжний.*

Наступне твердження добре відоме (див., напр., [2]).

Теорема 1.2. *Нехай* $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *– послідовність незалежних випадкових величин* $x_n\in L_p,\ p>1$ *з* $\int\limits_0^1 x_n d\mu=0$ *для кожного* $n\in\mathbb{N}$. *Тоді існують такі числа* $A_p,B_p>0$, *що для довільних* $n\in\mathbb{N},$ *і* $a_1,...,a_n\in\mathbb{R}$ *виконуеться нерівність*

$$A_p\frac{\alpha_q}{p-1}\left(\sum_{k=1}^n a_k^2\right)^{1/2}\le\|\sum_{k=1}^n a_kx_k\|_p\le\beta_rB_p(p-1)\left(\sum_{k=1}^n a_k^2\right)^{1/2},$$

де $q=\min\{p,2\},\ r=\max\{p,2\},\ \alpha_q=\inf||x_n||_q,\ \beta_r=\sup||x_n||_r$ *і*

$$A_p^{(0)}=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2}}, & p\in[1,2),\\ 1, & p\in[2,+\infty),\end{cases}\qquad B_p^{(0)}=\begin{cases}1, & p\in[1,2],\\ O(\sqrt{p}), & p\in(2,+\infty).\end{cases}$$

Зауважимо, що ця нерівність може уточнена і для p, близьких до 1 (див. [2])

Цей результат дає можливість для послідовності незалежних випадкових величин з нульовим середнім встановити її еквівалентність стандартному базису простору l_2.

Наслідок 1.3. *Нехай* $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *– квазінормована послідовність незалежних випадкових величин* $x_n\in L_p,\ p>1$, *з нульовим середнім. Тоді якщо*

(a) $\sup\|x_n\|_2<\infty$ *при* $1<p<2$,

(b) $\inf\|x_n\|_2>0$ *при* $p>2$,

то $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *еквівалентна стандартному базису в* l_2.

В [3] досліджувались властивості квазінормованих послідовностей незалежних випадкових величин з нульовим середнім в просторі L_1. Було встановлено наступні властивості таких послідовностей $(x_n)_{n=1}^{\infty}$:

(*i*) *якщо* $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *не еквівалентна стандартному базису в просторі* l_2*, то деяка її підпослідовність еквівалентна стандартному базису в просторі* l_1*;*

(*ii*) *якщо* $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *не еквівалентна стандартному базису в просторі* l_1*, то деякий блок-базис даної послідовності еквівалентний стандартному базису в просторі* l_2*.*

У даній статті ми узагальнимо ці результати на випадок просторів L_p при $p \geq 1,\ p \neq 2$.

2. Нехай $d \in (0; \frac{1}{2}]$. *Функцією типу Радемахера* назвемо функцію $r_d : [0,1] \to \mathbb{R}$,

$$r_d(t) = \begin{cases} \frac{1}{2d},\ t \in [0; d]; \\ -\frac{1}{2(1-d)},\ t \in (d; 1]. \end{cases}$$

Послідовність $(r_n)_{n=1}^{\infty}$ незалежних випадкових величин $r_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ назвемо *послідовністю функцій типу Радемахера, породженою послідовністю* $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ *чисел* $d_n \in (0, \frac{1}{2}]$, якщо для кожного $n \in \mathbb{N}$ функції r_n і r_{d_n} однаково розподілені.

Зауважимо, що класична послідовність функцій Радемахера породжена послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n = \frac{1}{2}$. Крім того, послідовність функцій типу Радемахера – це нормована послідовність незалежних двозначних випадкових величин з нульовим середнім в просторі L_1.

Надалі для кожного $p \geq 1$ будемо розглядати модифіковані послідовності $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ функцій типу Радемахера, тобто

$$r_{n,p} \ = \ \left(\frac{1}{2d_n} \right)^{\frac{1}{p}-1} \ \cdot \ r_n.$$

Наступне твердження показує, що послідовності функцій типу Радемахера – це квазінормовані послідовності двозначних випадкових величин з нульовим середнім у просторі L_p.

Твердження 2.1. *Послідовність* $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ *– квазінормована послідовність з нульовим середнім у просторі* L_p*.*

Доведення. Маємо

$$\|r_{n,p}\|_p^p = \left(\frac{1}{2d_n}\right)^{(\frac{1}{p}-1)p} \left(\left(\frac{1}{2d_n}\right)^p d_n + \left(\frac{1}{2(1-dn)}^p (1-d_n) \right) \right) =$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{d_n} d_n + (\frac{1}{d_n})^{1-p} \cdot \frac{1}{(1-d_n)^{p-1}} \right) = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{d_n}{1-d_n} \right)^{p-1} \right).$$

Оскільки $\frac{d_n}{1-d_n} \in (0,1]$, то $\frac{1}{2^{\frac{1}{p}}} \leq \|r_{n,p}\|_p \leq 1$. Отже, $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ – квазінормована.

Крім того,

$$\int_0^1 r_{n,p}\, d\mu = \frac{1}{(2d_n)^{1/p}} \cdot d_n - \frac{1}{(2d_n)^{1/p}} \cdot \frac{d_n}{1-d_n} \cdot (1-d_n) = 0.$$

$\diamondsuit$

З теореми 1.1 легко отримується наступний наслідок для послідовності функцій типу Радемахера.

Наслідок 2.2. *Нехай $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ – послідовність функцій типу Радемахера в L_p, $p \geq 1$, $p \neq 2$, породжена послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n \in (0, \frac{1}{2}]$. Тоді $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_p тоді і тільки тоді, коли $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$ – збіжний.*

Доведення. Спочатку розглянемо випадок $1 \leq p < 2$.

Нехай $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_p. Тоді згідно з теоремою 1.1 існують $\delta > 0$ і послідовність $(E_n)_{n=1}^{\infty}$ вимірних множин $E_n \subseteq [0,1]$, такі, що ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mu(E_n)$ збіжний і $\int\limits_{E_n} |r_{n,p}|^p d\mu \geq \delta$. Оскільки $d_n \in (o, \frac{1}{2}]$, то $\frac{1}{2d_n} \geq \frac{1}{2(1-d_n)}$. Тому $|r_{n,p}(t)| \leq \left(\frac{1}{2d_n}\right)^{\frac{1}{p}}$ і $\int_{E_n} |r_{n,p}|^p\, d\mu \leq \mu(E_n) \cdot \frac{1}{2d_n}$. Отже, $\delta \leq \int_{E_n} |r_{n,p}|^p\, d\mu \leq \mu(E_n) \cdot \frac{1}{2d_n}$. Значить, $d_n \leq \frac{\mu(E_n)}{2\delta}$ для кожного $n \in \mathbb{N}$. Тепер із збіжності ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mu(E_n)$ випливає збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$.

Навпаки, нехай $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$ – збіжний ряд. Для кожного $n \in \mathbb{N}$ покладемо $E_n = \{t \in [0,1] : r_{n,p}(t) = \frac{1}{(2d_n)^{1/p}}\}$. Зауважимо, що $\mu(E_n) = d_n$, тому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mu(E_n)$ збіжний. Крім того, $\int\limits_{E_n} |r_{n,p}(t)|^p d\mu = \mu(E_n)\frac{1}{2d_n} = \frac{1}{2}$. Отже, згідно з теоремою 1.2 послідовність $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_p.

Тепер розглянемо випадок $p > 2$. Зауважимо, що

$$\|r_{n,p}\|_2^2 = \frac{1}{(2d_n)^{2/p}} \cdot d_n + \frac{1}{(2d_n)^{2/p}} \cdot \frac{d_n^2}{(1-d_n)^2}(1-d_n) = \frac{1}{2^{2/p}} \cdot (d_n)^{\frac{p-2}{p}} \cdot \frac{1}{1-d_n}.$$

Оскільки $\frac{1}{1-d_n} \in (1;2]$, то $\frac{1}{2}(d_n)^{\frac{p-2}{p}} \le \frac{1}{2^{2/p}} \cdot (d_n)^{\frac{p-2}{p}} \cdot \frac{1}{1-d_n} \le (2d_n)^{\frac{p-2}{p}}$. Тому $2^{\frac{p}{2-p}} d_n \le (\|r_{n,p}\|_2^2)^{\frac{p}{p-2}} \le 2d_n$. Звідси випливає, що ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\|r_{n,p}\|_2^2)^{\frac{p}{p-2}}$ збіжний тоді і тільки тоді, коли $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$ збіжний. ♢

З іншого боку, з допомогою наслідку 1.3 легко одержується наступний результат.

Твердження 2.3. *Нехай $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ – послідовність функцій типу Радемахера в L_p, $p \ge 1$, $p \ne 2$, породжена послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n \in (0, \frac{1}{2}]$. Тоді наступні умови рівносильні:*
(i) $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_2;
(ii) існує $\varepsilon > 0$ таке, що $d_n > \varepsilon$ для кожного $n \in \mathbb{N}$.

Доведення. *(i)⇒(ii).* Припустимо, що $\inf\limits_{n \in \mathbb{N}} d_n = 0$. Тоді існує послідовність $(n_k)_{k=1}^{\infty}$ натуральних чисел $n_k \in \mathbb{N}$, така, що ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} d'_k$ збіжний, де $d'_k = d_{n_k}$. Оскільки послідовність $(y_{k,p})_{k=1}^{\infty}$ незалежних випадкових величин $y_{k,p} = x_{n_k,p}$ є послідовністю функцій типу Радемахера, породженою послідовністю $(d'_k)_{k=1}^{\infty}$, то згідно з наслідком 2.2 послідовність $(y_{k,p})_{k=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_p, що заперечує (i).

(ii)⇒(i). Нехай $\varepsilon > 0$ і $d_n > \varepsilon$ для кожного $n \in \mathbb{N}$. Тоді, з одного боку, врахувавши, що $\frac{d_n}{1-d_n} \le 1$, маємо

$$\|r_{n,p}\|_2^2 = \frac{1}{(2d_n)^{\frac{2}{p}}} \cdot \frac{d_n}{1-d_n} \le \frac{1}{(2\varepsilon)^{\frac{2}{p}}}.$$

А з іншого боку, $2d_n \le 1$ і $1 - d_n \le 1$. Тому

$$\|r_{n,p}\|_2^2 = \frac{1}{(2d_n)^{\frac{2}{p}}} \cdot \frac{d_n}{1-d_n} \ge \frac{d_n}{1-d_n} \ge \varepsilon.$$

Отже, згідно з наслідком 1.3 послідовність $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису в l_2. ♢

Тепер легко одержується наступне узагальнення властивості (i) квазінормованих послідовностей двозначних незалежних випадкових величин з нульовим середнім в просторі L_p.

Твердження 2.4. *Нехай $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ – квазінормована послідовність двозначних незалежних випадкових величин з нульовим середнім в просторі $L_p, p \ge 1$, $p \ne 2$. Тоді $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ не еквівалентна стандартному* *базису простору l_2 тоді і тільки тоді, коли її деяка підпослідовність еквівалентна стандартному базису простору l_p.*

Доведення. Для кожного $n \in \mathbb{N}$ позначимо $D_n = \{t \in [0,1] : x_n(t) > 0\}$ і покладемо $d_n = \mu(D_n)$, якщо $\mu(D_n) \le \frac{1}{2}$ та $d_n = 1 - \mu(D_n)$, якщо $\mu(D_n) > \frac{1}{2}$.

Нехай послідовність $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ – послідовність функцій типу Радемахера, породжена послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n \in (0, \frac{1}{2}]$. Оскільки $\int\limits_0^1 x_n d\mu = \int\limits_0^1 r_{n,p} d\mu = 0$ для кожного $n \in \mathbb{N}$ і послідовності $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ і $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ є квазінормованими, то існують $0 < \alpha < \beta$ і послідовність $(\alpha_n)_{n=1}^{\infty}$ скалярів $\alpha_n \in \mathbb{R}$ з $|\alpha_n| \in [\alpha, \beta]$, такі, що $x_n = \alpha_n r_{n,p}$. Отже, досить довести теорему для послідовності $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ функцій $x_n = r_{n,p}$ типу Радемахера, породженої послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$.

Нехай послідовність $(r_{n,p})_{n=1}^{\infty}$ не еквівалентна стандартному базису простору l_2. Згідно з твердженням 2.3, $\inf\limits_{n \in \mathbb{N}} d_n = 0$. Значить, існує послідовність $(d_{n_k})_{k=1}^{\infty}$ така, що ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} d_{n_k}$ збіжний, тобто, згідно з наслідком 2.2, послідовність $(r_{n_k,p})_{k=1}^{\infty}$ еквівалентна стандартному базису простору l_p. $\diamondsuit$

Зауважимо, що дана властивість при $p > 2$ близька до наступної властивості, яка була для значно ширшого класу послідовностей встановлена в [4]. А саме, якщо $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ – квазінормована базисна послідовність в L_p при $p > 2$, то з неї можна виділити підпослідовність, еквівалентну або l_p, або l_2.

З іншого боку, послідовність функцій типу Радемахера в просторі L_p, $p \ge 1$, $p \ne 2$, породжена послідовністю $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n = \frac{1}{n}$, не є еквівалентною стандартному базису в l_p, і жодна її підпослідовність не є еквівалентною стандартному базису в l_2. Тому природно виникає питання про те, чи можна узагальнити властивість (ii) на випадок квазінормованих послідовностей незалежних випадкових величин з нульовим середнім в просторі L_p при $p \ge 1$, $p \ne 2$?

3. В даному пункті ми покажемо, що питання про узагальнення властивості (ii) має позитивну відповідь.

Нагадаємо деякі твердження, що дають оцінки значень деяких функцій багатьох змінних, які ми будемо використовувати при доведенні основного результату.

Твердження 3.1. ([3, Твердження 3.4]) *Нехай $x : [0,1] \to \mathbb{R}$ – вимірна функція, $(\alpha_n)_{n=1}^{\infty}$ – строго зростаюча послідовність чисел $\alpha_n \in \mathbb{R}$,*

$\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n = \infty$, $\alpha_0 = 0$ *і* $A_n = \{t \in [0,1] : |x(t)| \geq \alpha_{n-1}\}$. *Тоді*

$$\int\limits_0^1 |x(t)|d\mu \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)(\alpha_n - \alpha_{n-1}).$$

Твердження 3.2. ([3, Лема 4.1]) *Нехай* $k, n, m \in \mathbb{N}$, $k, n \geq 2$, $d_1, ..., d_n \in (0, \frac{1}{k}]$ *такі, що* $1 - \frac{1}{k} \leq d_1 + ... + d_n \leq 1$, *і* $x_1, ..., x_n$ *– незалежні функції типу Радемахера, породжені набором* $d_1, ..., d_n$, $z = \sum\limits_{i=1}^{n} (2d_i)^{1/p}(1 - d_i)x_i$ *і* $A = \{t \in [0,1] : |z(t)| \geq m\}$.

Тоді $\mu(A) \leq \left(\frac{1}{(m+1)!} + \frac{1}{(m+2)!} + ...\right)$.

Наступна теорема є основним результатом даної статті.

Теорема 3.3. *Нехай* $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ *– послідовність двозначних незалежних випадкових величин в просторі* L_p, $p \geq 1$, $p \neq 2$, *з нульовим середнім, яка не еквівалентна стандартному базису в* l_p. *Тоді існує блок-базис даної послідовності, який еквівалентний стандартному базису в* l_2.

Доведення. Аналогічно, як при доведенні твердження 2.4, достатньо розглянути випадок, коли $x_n = r_{n,p}$ для деякої послідовності $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ чисел $d_n \in (0, \frac{1}{2}]$. Крім того, зауважимо, що достатньо розглянути випадок $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$ (див. [3, Теорема 4.2]).

Оскільки, згідно з наслідком 2.2, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$ розбіжний, то використовуючи критерій Коші, можна вибрати підпослідовність $(d_{n_i})_{i=1}^{\infty}$ і строго зростаючу послідовність $(i_k)_{k=1}^{\infty}$ номерів $i_k \in \mathbb{N}$ так, що для кожного $k \in \mathbb{N}$ виконуються наступні умови:

(a) $a_i \in [0, \frac{1}{k}]$ для кожного $i \in \{i_k, i_k + 1, ..., i_{k+1} - 1\}$;

(b) $1 - \frac{1}{k} \leq a_{i_k} + a_{i_k+1} + ... + a_{i_{k+1}-1} \leq 1$, де $a_i = d_{n_i}$ для кожного $i \geq i_1$.

Для довільного $k \in \mathbb{N}$ і $p \geq 1$ покладемо

$$z_{k,p} = \sum_{i=i_k}^{i_{k+1}-1} (1 - a_i)(2a_i)^{1/p} x_{n_i,p}.$$

Зауважимо, що $z_{k,p} = \sum\limits_{i=i_k}^{i_{k+1}-1} (1 - a_i)(2a_i)^{\frac{1}{p}} \cdot (\frac{1}{2a_i})^{\frac{1}{p}-1} r_{n_i} = 2\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_i(1 - a_i)r_{n_i}$. Отже, $z_{k,p} = z_{k,q}$ при p, $q \geq 1$ і $k \in \mathbb{N}$. Для кожного $k \in \mathbb{N}$ покладемо $z_k = z_{k,1}$. Покажемо, що послідовність $(z_k)_{k=1}^{\infty}$ є квазінормованою в

L_p для кожного $p \geq 1$. Зауважимо, що послідовність $(z_k)_{k=1}^{\infty}$ в просторі L_1 розглядалася при доведенні теореми 4.2 з [3]. Тому, згідно з доведеним в [3], $\|z_k\|_1 \geq \frac{1}{4}$ для кожного $k \geq 2$. Врахувавши, що $\|z_k\|_p \geq \|z_k\|_1$ для всіх $k \geq 2$ і $p \geq 1$, одержимо, що

$$\inf_{k\geq 2} \|z_k\|_p \geq \frac{1}{4} \tag{1}$$

для кожного $p \geq 1$.

Тепер оцінимо норми $\|z_k\|_p$ зверху. Зафіксуємо $p \geq 1$. Покладемо $\alpha_0 = 0$ і $\alpha_m = m^p$ для кожного $m \in \mathbb{N}$. Тоді з твердження 3.2 випливає, що при $k, m \in \mathbb{N}$ маємо

$$\mu(A_{mk}) \leq \sum_{i=m}^{\infty} \frac{1}{i!},$$

де $A_{mk} = \{t \in [0,1] : |z_k(t)| \geq m-1\} = \{t \in [0,1] : |z_k(t)|^p \geq \alpha_{m-1}\}$.

Тоді згідно з твердженням 3.1 для кожного $k \in \mathbb{N}$ маємо

$$\int_0^1 |z_k|^p \, d\mu \leq \sum_{m=1}^{\infty} \mu(A_{mk})(\alpha_m - \alpha_{m-1}) \leq \sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_m - \alpha_{m-1}) \sum_{i=m}^{\infty} \frac{1}{i!} =$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i}{i!} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^p}{i!} < \infty.$$

Отже,

$$\sup_{k\geq 2} \|z_k\|_p \leq \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^p}{i!} \right)^{\frac{1}{p}} \tag{2}$$

для кожного $p \geq 1$.

Отже, згідно з наслідком 1.3, з (1) і (2) випливає, що послідовність $(z_k)_{k=1}^{\infty}$ – квазінормована і еквівалентна стандартному базису в просторі l_2. $\diamondsuit$

Зазначимо, що твердження 2.4 і теорему 3.3 не можна узагальнити на випадок довільних послідовностей незалежних випадкових величин з нульовим середнім. Як повідомив нас А.Плічко, в [5] для кожного $1 < p < 2$ побудовано послідовність незалежних p-стійких випадкових величин з нульовим середнім, яка в просторі L_1 еквівалентна стандартному базису простору l_p.

Висловлюю щиру вдячність В.В. Михайлюку та А.М. Плічку за цінні зауваження та увагу до цієї статті.

[1] L.E. Dor, T. Starbird. *Projections of L_p onto subspaces spanned by independent random variables* // Compositio Mathematica. – 1979. – **39**, N.2. – P. 141-175.

[2] И.К. Мацак, А.Н. Пличко. *Неравенство Хинчина для k-кратных произведений независимых случайных величин* // Математические заметки. – 1988. – **44**, N.3. – С. 378-384

[3] В.В. Михайлюк, В.А. Холоменюк. *Послідовності функцій типу Радемахера в просторі L_1* // Мат.вісник НТШ. – 2008. – **5**. – С. 164-176.

[4] M.I. Kadec, A. Pełczyński. *Bases, lacunary sequences and complemented subspaces in the space L_p* // Studia Math. – 1962. – **21**. – P. 161-167.

[5] М.И. Кадец. *О линейной размерности пространств L_p и l_q* // Успехи мат.наук. – 1958. – **XIII**, вып. 6 (84). – С. 95-98.

SEMI-NORMALIZED SEQUENCES OF INDEPENDENT TWO-VALUED RANDOM VARIABLES WITH ZERO MEAN IN THE L_p SPACE WITH $p \geq 1$

Violetta BALAN

Yuriy Fed'kovych Chernivtsi National University,
2 Kotsjubynskyi Str., Chernivtsi 58012, Ukraine

It is proved that if $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ is the sequence of independent two-valued random variables with zero mean in the L_p space with $p \geq 1$, $p \neq 2$ not equivalent to the common basis of l_p space, then there exists the block-basis of this sequence equivalent to the common basis in l_2