Др. Володимир Кучер

Причинки до теорії структури етеру.

Вступ.

Після електромагнетної теорії сьвітла — сьвітляні филї є проявом певних забурень електромагнетних в етері, які дають ся обняти в слідуючі частинні рівнаня ріжничкові:

$$\left.\begin{aligned} rot\ \mathfrak{F} &= -\frac{i}{c}\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} \\ div\ \mathfrak{F} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

де:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E} + i\,\mathfrak{H},$$

коли вектори $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ означають електричну зглядно магнетну силу поля; c є постійною величиною $c = 3.10^{10}$. Символ $rot\ \mathfrak{F}$ означає зложений вектор, якого поодинокі виражeня виглядають:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial z}$$

в правім напрямі прямокутного укладу осий сорядних.

Теорію електромагнетних явищ Cl. Maxwell-a розвинули опісля H. A. Lorentz[1]) та Sir I. Larmor[2]). Після їх виводів основні рівнаня Maxwell-a (1) не є все обовязково важні для всїх дійсних вартостий змінних x, y, z, t. Виїмок становлять ту

[1]) Archives néerlandaises, vol. 25. (1892); Amstrd. Proceedings 1902 p. 305.

[2]) Aether and Matter, Cambridge 1900.

певні особливі місця, які можна уважати за жерела електромагнетних филь та забурень в етері. Після загально принятої гіпотези H. A. Lorentz-а єствують в етері виїмкові области, зложені з дуже много малих, в собі замкнених просторів. Ті области займають якраз наряди електричні, яких простірна густота ϱ є функцією x, y, z, t. А всякий рух тої електричности подає нам векторова функція $\mathfrak{v}$ тих самих змінних.

Векторові функції $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ визначаємо для всїх дійсних вартостий x, y, z, t при помочи т. зв. опізнених потенціялів (retardierende Potentiale) L. Lorentz-а — $\mathfrak{A}$ і Φ. Їх виражаємо як потрійні інтеґрали, що обнимають ϱ і $\mathfrak{v}$, а вектори $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ випроваджаємо з них при помочи реляцій:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \\ \mathfrak{H} &= rot\, \mathfrak{A}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

В сей спосіб визначені $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ відповідати будуть рівнаням (1) лише в случаю, коли місця здефінїовані через x, y, z, t не належать до особливих місць. Для виїмкових областий, занятих електричними нарядами, важними будуть рівнаня:

$$\left.\begin{aligned} rot\, \mathfrak{F} &= \varrho\mathfrak{v} - \frac{i}{c}\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}, \\ div\, \mathfrak{F} &= i\varrho. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

H. A. Lorentz і I. Larmor оперли ся в своїх розважанях на тих саме рівнанях та отримали ряд нових взорів, якими можна докладно вияснити найголовнїйші оптичні і електромаґнетні свійства матерії. Рівнаня (2) більше зложеної будови називають ся звичайно макроскопійними рівнанями для явищ в етері, в протиставленю до рівнань (3) мікроскопійних або основних рівнань електронової теорії.

Теорія Larmor-а є більше уоснованою; там уважає він рівнаня (1) як рівнаня цїлого системи, а електричність уважає за т. зв. систем ізольованих точок особливих в етері, т. є. точок, в яких $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ прибирають нескінчені вартости. A. Lienard отримав розвязку[2]) рівнань (1), котру можна уважати за докладне означенє елементарного магнетного поля в одній особливій точці

[1]) Aether and Matter. p. 77.

[2]) L' Eclairage electrique, t. 16. 1898. pp. 5., 53., 106.

для случаю, коли скорість особливої точки зближає ся ледви до скорости сьвітла. Показує ся у тих розважанях, що електричний наряд особливої точки не зміняеть ся з часом. Розвязка Liénard-a, виведена первісно з опізнених потенціялів для простірного розділу електричности, позволяє на відвернене цілої чинности, в наслідок чого можна перейти з рівнань (1) до рівнань (3) через суперпозицію поодиноких піль. Витворені в сей спосіб через згущене особливих точок поля творять виїмкові простори, в яких так ϱ, як й $\varrho\mathfrak{v}$ є ріжними від зера; они найімовірнїйше є підложем електромаґнетних явищ в етері.

Одною прикметою сеї більше основної теорії є се, що кладе она вагу на незмінність електричного наряду і на обмежене скорости наряду[1]). Математична дискусія над сею теорією до тепер ще не повна; бракує до єї повности якоїсь гіпотези, яка відслонить мабуть структуру етеру і викаже ясно, що електричні наряди є дійсно особливими точками в осередовищу. Ходить отже о поставлене гіпотези, яка вдоволялаб деяким висше поданим услівям; се саме буде задачею сеї розправи. З гори однак застерігаєть ся, що матéматична аналїза ще не відповідає вповні усім услівям поставленого проблєму.

Місця і криві особливі векторових піль.

Векторові поля, які відповідають рівнаням (1), визначені функціями $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ обнимають також области, в котрих $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ стають ся нескінченими, як се виказав H. Bateman в своїх працях[2]). До тих особливих місць поля можна дістатись при помочи т. зв. кривих движимих; отже особливі місця векторового поля лежать на движимих кривих. Імовірно, що поля ті можуть бути утворені через суперпозицію електромаґнетних піль, як се принимає Liénard. Назвім їх „етеричними полями" для відріжненя їх від піль електромаґнетних, які саме мають свійства в попереднім уступі згадані. Фізичне істноване етеричних піль є справою отвореною; можна однак розважати гіпотезу, що коли більшу скількість етеричних піль уложить ся одні на других, то їх криві особ-

---

[1]) I. I. Thomson, Recent Researches (1893), p. 21.

[2]) H. Bateman: The Mathem. Analysis of Electr. and Optical Wave Motion..., Univ. Press, Cambridge 1914. Ch. 8. — Philos. Magaz. Oct. 1913, Jan. 1914.

ливі вказують структуру етеру, який може піддержати якийсь рід електромагнетного поля; поле таке означене математично характеризувалоб ся прикметами уложених над собою етеричних піль.

Відповідно до сеї гіпотези H. Bateman-а структура етеру залежить до певної степени від електромагнетного поля, етером піддержаного і на відворот. В наслідок сего мусить істнувати певна математична звязь між електромагнетним полем а положеними над ним етеричними полями, яких особливі криві подають структуру етеру. Розберім тепер звязь між ними, яка відповідає случаєви, в якім електромагнетне поле є основним полем, як принимає Liénard.

Злучені поля.

Два векторові поля, в котрих векторами злученими є $\mathfrak{F}$, зглядно $\mathfrak{F}'$, називають тоді злученими, коли їх скалярний добуток $(\mathfrak{F}\,\mathfrak{F}') = 0$. З самим собою злучене поле називаєть ся самозлучене і в тім случаю $(\mathfrak{F}^2) = 0$.

Коли напрям випливу енергії в двох полях є той самий в кождій точці, а оба поля є самозлучені, тоді є они також між собою злучені. Щоби сė доказати, зауважім, що з огляду на прямовий напрям випливу енергії до напрямів електричної і магнетної сили $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$, вектори $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ та $\mathfrak{E}'$, $\mathfrak{H}'$, злучені з якою небудь точкою мусять лежати в одній площі. А що дальше, оба поля є самозлучені, тому сили електричні і магнетні кождого поля є прямові, отже мусить заходити звязь, що:

$$\mathfrak{F}' = k\mathfrak{F},$$

де k є зложеною величиною. Коли так, то ясним тепер є, що реляція $(\mathfrak{F}\mathfrak{F}') = 0$ є вислїдом двох реляцій $(\mathfrak{F}^2) = 0$ і $(\mathfrak{F}'^2) = 0$. Треба однак зауважати, що сей аргумент заводить, коли виплив енергії слїдує в обох полях у відворотних напрямах, бо тоді правильною конклюзією є:

$$\mathfrak{F} = k.\mathfrak{F}'',$$

де $\mathfrak{F}'' = \mathfrak{E} - i\,\mathfrak{H}$.

Розгляньмо тепер поле електромагнетне і велике число взаїмно злучених, самозлучених піль етеричних, з яких кожде получене є з електромагнетним полем. Криві особливі тих піль етеричних уважати мемо за лїнії, які творять елементи етеру та приймаємо, що такий саме елємент є підложем електромагнетного поля, о якім є бесїда. В повисше наведенім примірі елєменту криві особливі сходять ся в одній точцї, яка є особливою точкою електромагнетного поля, піддержуваного тим саме елєментом.

Треба однак запримітити, що усліве злученя є незмінне, коли виконаємо трансформацію змінних, яка оставляє рівнаня (1) незмінними. Така гіпотеза дасть ся отже погодити з новочасними понятями теорії зглядности. Так само треба зауважати, що коли умістимо певне число взаїмно злучених піль одні над другими, тодї взір рода $(\mathfrak{E}^2) - (\mathfrak{H}^2)$ у функції Lagrange-а поля є сумою взорів того рода, які належать до поодиноких піль. Є отже можливе, що усліве злученя має динамічне значінє. Поля ужиті до твореня елєменту етеру можна уважати за анальоґічні до взорів ряду Fourier-а або елєментів інтеґралу Fourier-а; можна приняти, що кождий елємент ряду Fourier-а помножений через довільний чинник представляє саме таке одно із піль; а надаючи знов тим сочинникам ріжні вартости, можна представити математично ріжні стани дрогань волокон елєментарного поля. Дроганя ті можуть відбувати ся вздовж особлившої кривої, а напрям їх може зміняти ся з часом і бути ріжним для ріжних волокон. Се одиноке, що певно способом математичним можна на разї пояснити.

Не можна однак певно принимати, що волокна елєменту виповняють весь простір. Коли возьмемо під увагу лише ті етеричні поля, котрих особливші криві лежать в области простору валця або стіжка, якого вершок лежить в особливій точцї електромаґнетного поля, то H. Bateman приймає як імовірне[1], що можна так дібрати сочинники при елєментах ряду Fourier-a, що в случаю суперпозиції обох піль електромагнетного і етеричного, вектори $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ в цїлім поли зійдуть до зера. Так саме виглядає структура елєменту у I. I. Thomson-a[2]), в єго теорії електричного поля.

Розвязка основних рівнань.

Складники вектора $\mathfrak{F}$, котрі відповідають рівнаням (1), є розвязкою ріжничкового рівнаня филевого руху:

---

[1]) The Mathem. Analysis of Electr. and Optical Wave Motion etc. p. 121.

[2]) Phil. Magaz. vol. 19. (1910) p. 301. 1913. (Ort. Dezem.).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{4}$$

Приймім, що рівнанє се буде сповнене для

$$u = \gamma f(\beta).$$

де функція $f(\beta)$ є ріжна для кождого складника $\mathfrak{F}$, однак функції β і γ не зміняють своїх вартостий для поодиноких $\mathfrak{F}$. Приймім дальше, що величини β і γ є функціями x, y, z, t, а дальше як питому прикмету величини β се, що она мусить бути так зложеною, що рівнанє $1/f(\beta) = 0$ може бути рівновартісне до двох дійсних реляций, обнимаючих x, y, z, t. Так можна представити криву движиму, яка веде до особливих місць поля. Що до скорости кривої особливої в прямовім напрямі до стичної в кождій єї точці, то виказано, що не є она ніколи більшою від скорости сьвітла[1]).

Питанє вишуканя всїх розвязок филевого руху, що має загальну форму $\gamma \cdot f(\beta)$ не зістав ще зовсїм розвязаний, але в случаю, в якім виражене се може уходити за виражене більш загальне у формі $u = \gamma \; f(\alpha, \beta)$, де $f(\alpha, \beta)$ є довільною функцією, а u відповідає фалевому рівнаню, питанє може бути розвязане в слїдуючий спосіб:

Зауважмо, що функція $f(\alpha, \beta)$ мусить відповідати ріжничковому рівнаню:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \tag{5}$$

з якого слїдують три рівнаня, які обнимають α і β, коли сочинники

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2, \frac{\partial f}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial f}{\partial \beta} \text{ і } \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)^2$$

є зерами.

Приймім, що x, y, α, β є **новими змінними незалежними;** тодї попередне рівнанє прийме вигляд:

$$K^{-2}[AX^2 - 2HXY + BY^2] = 0, \tag{6}$$

де:

$$A = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{c^2},$$

[1]) The Mathem. Analysis of Electr. p. 123.

$$B=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2+1,$$

$$H=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial t}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial t}{\partial y},$$

$$X=\frac{\partial(f,z)}{\partial(\alpha,\beta)},$$

$$K=\frac{\partial(z,t)}{\partial(\alpha,\beta)},$$

$$Y=\frac{\partial(f,t)'}{\partial(\alpha,\beta)}.$$

Ставляючи знов:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial\alpha}\right)^2=0,\ \frac{\partial f}{\partial\alpha}\frac{\partial f}{\partial\beta}=0,\ \left(\frac{\partial f}{\partial\beta}\right)^2=0,$$

отримуємо лїнїйні рівнаня, в яких виступають A, B, H. Визначником тих рівнань є K^{-3}. Він буде зером лише в тім случаю, коли між величинами α, β, x, y істнує висше наведена звязь. Абстрагуючи від сего случаю можемо з рівнаня (6) вносити, що: $A=0$, $B=0$, $H=0$. Отже відповідно до послїдного рівнаня можемо написати:

$$\frac{\partial t}{\partial x}=\lambda\frac{\partial z}{\partial y},\ \frac{\partial t}{\partial y}=-\lambda\frac{\partial z}{\partial x},$$

де λ є певною функцією α, β, x, y. Підставляючи ті реляції у рівнанє $A=0$, бачимо, що:

$$\lambda^2c^2=-1,$$

а відтак, що:

$$c\frac{\partial t}{\partial x}=i\frac{\partial z}{\partial y},$$

$$c\frac{\partial t}{\partial y}=-i\frac{\partial z}{\partial x}.$$

З тих рівнань слїдує, що:

$$z-ct=F(x+yi),$$

$$z+ct=G(x-yi),$$

де функції F і G є також функціями α і β. Коли підставимо ті вираженя у рівність $B=0$, тоді отримаємо реляцію:

$$F'(x+yi).\ G'(x-yi)+1=0;$$

на основі сего можемо написати, що:

$$\left.\begin{aligned} z - ct &= \varphi + \sigma(x + yi), \\ z + ct &= \psi - \frac{1}{\sigma}(x - yi), \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

де σ, φ, ψ є довільними функціями α і β. Тих рівнань можна ужити до означеня α і β як функцій x, y, z, t. — А коли α і β є визначені рівнанями в сей спосіб, то можна отримати, як се вже доказав H. Bateman[1]), розвязку рівнаня (4) через положенє $u = \gamma f(\alpha, \beta)$, де величина γ є одним із якобіянів вигляду $\partial(\alpha, \beta)/\partial(y, z)$. Методою приміненою в попередній аналїзї можна отримати всї функції сего рода для филевого руху. Для доповненя доказу мусимо виказати, що істнованє двох відповідних вартостий γ залежить лише від величин α і β.

Приймім, що вираженя $\gamma . f(\alpha, \beta)$ і $\gamma' . F(\alpha, \beta)$ сповняють рівнанє филевого руху (4), де функції $f(\alpha, \beta)$ і $F(\alpha, \beta)$ є довільними; тоді легко виснувати, що:

$$\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial \alpha}{\partial t},$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \beta}{\partial z} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial \beta}{\partial t},$$

де $w = \gamma'/\gamma$. З тих рівнань слїдує, що:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = P\frac{\partial \alpha}{\partial x} + Q\frac{\partial \beta}{\partial x},$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = P\frac{\partial \alpha}{\partial y} + Q\frac{\partial \beta}{\partial y},$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = P\frac{\partial \alpha}{\partial z} + Q\frac{\partial \beta}{\partial z},$$

де P і Q є функціями x, y, z, t; для $w = \alpha$ і $w = \beta$, отримаємо частинні розвязки попередних рівнань. З повисших рівнань слїдує отже, що:

$$dw = Pd\alpha + Qd\beta,$$

а з того слїдує, що $w = \gamma'/\gamma$ є функцією α і β.

---

[1]) Messenger of Mathematics, March, 1914. p. 164; The Math. *Analysis of Electr.* and Opt. etc. p. 134.

H. Bateman виказав[1]), що коли α і β є визначені рівнанями:

$$\left.\begin{aligned} (x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2 &= c^2(t-\tau)^2, \\ l(x-\xi)+m(y-\eta)+n(z-\zeta) &= cp(t-\tau), \end{aligned}\right\} \quad . (8)$$

де ξ, η, ζ, τ, l, m, n, p є функціями α і β, між якими заходить відношенє:

$$l^2+m^2+n^2=p^2,$$

тоді функції рівнаня филевого руху $\gamma. f(\alpha,\beta)$ істнують.— Рівнаня під (8) є рівноважні з рівнанями (7), коли:

$$\varphi=\zeta-c\tau-\sigma(\xi+\eta i),$$

$$\psi=\zeta+ct+\frac{1}{\sigma}(\xi-\eta i),$$

$$\sigma=-\frac{l-im}{n+p}=\frac{z-\zeta-c(t-\tau)}{x-\xi+(y-\eta)i}.$$

Опираючись на повисших виводах дійшов H. Bateman[2]) до вислідів, що етеричне поле можна визначити при помочи функцій α і β, коли означимо складники вектора $\mathfrak{F}$ в сей спосіб:

$$\mathfrak{F}_x=f(\alpha,\beta)\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial(y,z)}$$

або:

та подібно:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= \frac{i}{c}f(\alpha,\beta)\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial(x,t)}, \\ \mathfrak{F}_y &= \frac{i}{c}f(\alpha,\beta)\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial(y,t)}, \\ \mathfrak{F}_z &= \frac{i}{c}f(\alpha,\beta)\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial(z,t)}. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Модель елементу етеру.

Розважмо тепер случай, коли $\alpha=\tau$, а ξ, η, ζ є тілько функціями самого α, тоді після Liénard-а перше рівнанє (8) через додане нерівностий:

$$t \geq \tau,\quad c^2 > \xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2$$

[1]) The Math. Analysis of Electr. and Optical etc. Ch. 8.
[2]) The Math. Anal. of Elect. etc. pp. 12., 122.

визначає саме одну дійсну вартість α, з заміткою, що:

$$\xi' = \frac{d\xi}{dt}, \quad \eta' = \frac{d\eta}{dt}, \quad \zeta' = \frac{d\zeta}{dt}.$$

Коли ще величини l, m, n, p є лінійними функціями величини β, тодї друге рівнанє (8) анальоґічно визначає докладно одну вартість β, яка є зложеною функцією x, y, z, t. Виберім у реляціях (9) функцію $f(\alpha, \beta)$ так, що: $\frac{1}{f(\alpha, \beta)} = \beta - \beta_0$, (де β_0 є довільно обраною зложеною величиною), тодї вектор $\mathfrak{F}$ отримає нескінчену вартість в точках движимої кривої $\beta = \beta_0$.

Коли $\beta = \beta_0$ і α задержують свої вартости раз обрані, тодї σ має означену вартість в зложенім арґументї; з того слїдує, що лїнїя, яка сполучає точку (x, y, z, t) з точкою (ξ, η, ζ, τ) має вже означений напрям. Беручи в рахубу перше рівнанє із рівнань (8) бачимо, що можливі положеня точки (x, y, z, t) є положенями точки, що має початок в (ξ, η, ζ, τ) і порушаєть ся по прямій лїнїї зі скоростію сьвітла. Коли α прибирати-ме ріжні дїйсні вартости, тодї отримаємо ряд таких точок, які в кождій хвилї творять особливу криву етеричного поля, визначеного рівнанями (9). Та особлива крива є все в лучбі з точкою (ξ, η, ζ, τ), яка є в русї. Коли надавати-мем величинї β_0 ріжні вартости отримаємо ряд особливих кривих, з яких все одна відповідає однїй обранїй вартости для β_0.

Застановім ся тепер, чи можливим є вибрати довільні функції до нашої розпорядимости в сей спосіб, що крива особлива етеричного поля, висше поданого случаю, є все лїнїєю електричної сили в електромаґнетнім полї, а точка (ξ, η, ζ, τ) є саме особливою точкою поля.

Liénard удовіднив, що принявши точку (ξ, η, ζ, τ) як наряд в русї, можна випровадити електромаґнетне поле із потенціялів:

$$\mathfrak{A}_x = \xi'/\nu, \quad \mathfrak{A}_y = \eta'/\nu, \quad \mathfrak{A}_z = \zeta'/\nu, \quad \Phi = c/\nu, \tag{10}$$

де: $\nu = \xi'(x-\xi) + \eta'(y-\eta) + \zeta'(z-\zeta) - c^2(t-\tau)$.

Положім:

$$x-\xi = cl_0(t-\tau), \quad y-\eta = cm_0(t-\tau), \quad (z-\zeta) = cn_0(t-\tau),$$

а дальше:

$$c - l_0\xi' - m_0\eta' - n_0\zeta' = \lambda, \quad c^2 - \xi'^2 - \eta'^2 - \zeta'^2 = \mu,$$

тоді на основі обчисленя складників $\mathfrak{E}$ взорами (2) отримаємо, що:

$$\mathfrak{E}_x = \frac{1}{cv^2}\frac{\partial\tau}{\partial t}\Big[\mu(\xi' - cl_0) + c(t-\tau)\,\{\lambda\xi'' + $$
$$+ (\xi' - cl_0)(l_0\xi'' + m_0\eta'' + n_0\zeta'')\}\Big].$$

Приймім тепер, що l_0, m_0, n_0 є функціями τ і, що особлива **точка** (ξ, η, ζ, τ) з ріжних своїх положень висилає частинки, то **напрям** послідних є означений напрямом cosinus-ів (l_0, m_0, n_0), а рух відбувають они по прямих лініях зі скоростию сьвітла. Коли (x, y, z), $(x+dx, y+dy, z+dz)$ є сорядними в часї t двох частинок висланих в часах τ, $\tau+d\tau$, тоді знайдемо, що:

$$\frac{dx}{d\tau} = \xi' - cl_0 + c(t-\tau)\frac{dl_0}{d\tau}.$$

Порівнуючи се з вираженєм для $\mathfrak{E}_x$ бачимо, що лінія, яка лучить дві по собі слїдуючі частинки, годить ся що до напряму з частию лїнії електричної сили в кождім часї t, скоро похідні величин l_0, m_0, n_0 є дані рівнанями такої форми:

$$\mu\frac{dl_0}{d\tau} = \lambda\xi'' + (\xi' - cl_0)(l_0\xi'' + m_0\eta'' + n_0\zeta'').$$

Коли се усліве є сповнене, то ряд висланих частинок утворить в кождім часї t лїнію електричної сили в електромаґнетнім поли з особливим місцем (ξ, η, ζ, τ). При ріжних знов початкових напрямах для (l_0, m_0, n_0) можна сею дорогою отримати всї лїнії електричної сили в електромаґнетнім полї.

А що функції l, m, n, p є довільними під зглядом своєї залежности від α, тому можемо їх так вибрати, щоби напрям, даний рівнанєм $\beta = \beta_0$ годив ся в кождім часї τ з напрямом, означеним функціями (l_0, m_0, n_0). Се значить, що можна обрати систем етеричних піль в сей спосіб, що їх особливі криві годять ся в кождій хвилї з лїніями електричної сили в електромаґнетнім полї з особливим місцем (ξ, η, ζ, τ).

Що до условин лучби поля етеричного з електромаґнетним, то доказав H. Bateman[1]), що електромагнетне поле, визначене потенціялами (10) є злучене з кождим полем, поданим рівнанями (9), де α, β є спеціяльними функціями, в сїм уступі роз-

---

[1]) The Mathem. Anal. of Electr. etc. pp. 126, 133

сліджуваними. H. Bateman удовіднив також[1]), що поле типу (9) є самозлучене і то таке, що виплив енергії (вектор Poynting-a) слідує здовж луча від (ξ, η, ζ, τ) до (x, y, z, t); з сего знов слідує, що ріжні поля етеричні, подані в (9) творять взаїмно получену систему.

Много остає ще питань до розвязки, щоби теорія структури етеру була зовсїм повна та можна єї було приняти. Коли уважати-мем етер як утворений з елєментів, тодї оказуєть ся потреба закона, який визначував би взаїмне дїланє на себе двох елєментів. До тепер не стверджено ще сути макроскопійного рівнаня, яке сповняли би вектори $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ в области, занятій великими масами особливих кривих піль етеричних. Поле отримане через суперпозицію всїх етеричних піль є імовірно відмінне що до свого характеру від звичайного елєктромагнетного поля; бути може, що стоїть оно в певній звязи із законом тяготїня.

Beiträge zur Theorie der Struktur des Aethers

von *Dr. Wołodymyr Kuczer.*

Die elektromagnetischen Vorgänge im Aether werden durch die fundamentalen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} rot\, \mathfrak{F} &= -\frac{i}{c}\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} \\ div\, \mathfrak{F} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

definiert, wobei Vektor $\mathfrak{F} = \mathfrak{E} + i\mathfrak{H}$. Die Vektore $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ bedeuten elektrische bzw. magnetische Kraft des Feldes. Maxwellsche Theorie wurde dann durch H. A. Lorentz und Sir Larmor entwickelt. Ihren Betrachtungen gemäß bilden singuläre Punkte eine Ausnahme von den Gleichungen (1). Diese Punkte sollen als Quellen der elektromagnetischen Störungen im Aether betrachtet werden. Der singuläre Punkt ist ein Sitz der elektrischen Ladung, deren räumliche Dichte ϱ durch x, y, z, t definiert wird. Die Vektorfunktionen werden durch retardierende Potentiale $\mathfrak{A}$ und Φ angegeben und zwar:

[1]) The Math. Anal. of Electr. etc. p. 12. Phil. Magaz. Jan. 1914.

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \\ \mathfrak{H} &= rot\,\mathfrak{A}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Die so definierten $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ entsprechen den Gleichungen (1), aber nicht den singulären Punkten. Singuläre Rayone werden durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} rot\,\mathfrak{F} &= \varrho\mathfrak{v} - \frac{i}{c}\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}, \\ div\,\mathfrak{F} &= i\varrho \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

ausgedrückt. Die Gleichungen (2) werden als makroskopische Gleichungen für Aether, während die Gleichungen (3) als mikroskopische oder fundamentale Gleichungen der Elektronentheorie betrachtet. Die Theorie von Larmor nimmt die Gl. (1) als Gleichungen des ganzen Systems und Elektrizität, als System der isolierten, singulären Punkte im Aether an; in den isolierten Punkten wird der Wert von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ unendlich. Eine ausführliche Auflösung der Gl. (1) für das elementarmagnetische Feld wurde von A. Lienard gegeben. Dieser Theorie fehlt aber noch eine Hypothese, die wahrscheinlich die Struktur des Aethers enthüllen und die Sache der elektrischen Ladungen im Aether klar stellen wird, ob elektrische Ladungen tatsächlich singuläre Punkte im Aether sind. Das Aufsuchen einer solchen Hypothese ist die Aufgabe der Dissertation.

Zu den singulären Punkten eines Feldes kann man vermittels der s. g. „beweglichen singulären Kurven" gelangen. Aetherische Felder werden wahrscheinlich durch Superposition der elektromagnetischen Felder gebildet. Die physikalische Existenz der aetherischen Felder ist noch offen, aber man kann annehmen, daß singuläre Kurven bei der Superposition dieser Felder die Elemente des Aethers, den Träger einer Art elektromagnetischen Feldes, angeben. Ein elektromagnetisches und ein aetherisches Feld sind einander konjungierte Felder. Das Skalarprodukt der Vektore $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{F}'$ dieser Felder ist Null. Konjungierte Felder, die ein Element des Aethers bilden, können als Elemente einer Fourierischen Reihe definiert werden; man kann annehmen, daß jedes Element der Fourierischen Reihe mit einem willkürlichen Koefizienten multipliziert ein solches Feld darstellt; wenn man aber den Koefizienten verschiedene Werte angibt, so bekommt man verschiedene Schwingungen der Faden des Elementarfeldes. Die Koefizienten kann man auch so wählen, daß im Falle der Superposition eines aetherischen und elektromagnetischen Feldes die Vektore $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ den Wert Null annehmen können. Das ist eben die Struktur des Elementes in der Theorie des elektrischen Feldes bei I. I. Thomson.

Die Komponenten von $\mathfrak{F}$, die der Gl. (1) entsprechen, bilden die Auflösung der Gleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Nun kann man beweisen, daß die Auflösung dieser Gleichung $u=\gamma . f(\alpha,\beta)$ ist, wo γ, α, β die Funktionen von x, y, z, t sind. Als Komponenten des Vektors $\mathfrak{F}$ eines aetherischen Feldes ergeben sich: $\mathfrak{F}_x=f(\alpha,\beta)\,\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial(y,z)}$, u. s. w. Diese Relationen für Komponenten von $\mathfrak{F}$ stimmen überein mit denen von H. Bateman (The Math. Analys. of Electr. and Optic. Ch. 8). Wählen wir nun die Funktion $f(\alpha,\beta)$ so, daß: $\frac{1}{f(\alpha,\beta)}=\beta-\beta_0$, wo β_0 eine willkürliche Größe ist, dann wird $\mathfrak{F}$ in den Punkten der singulären Kurve $\beta=\beta_0$ unendlich. Wenn aber $\beta=\beta_0$ und α alle reellen Werte annimmt, dann erhält man eine Reihe von Punkten (x, y, z, t), in denen singuläre Kurven des aetherischen Feldes den Anfang haben. Diese Kurven verbinden die Punkte (x, y, z, t) mit den singulären Punkten (ξ, η, ζ, τ), die sich in der Bewegung befinden. Den verschiedenen Werten von β_0 entsprechen verschiedene singuläre Kurven; man erhält also eine Schar singulärer Kurven. Die Richtung singulärer Kurven deckt sich mit der Richtung der elektrischen Kraftlinien des konjungierten elektromagnetischen Feldes mit einem singulären Punkte (ξ, η, ζ, τ).