Електро-маґнетна теория сьвітла і филї електричні

написав

ВОЛОДИМИР ЛЕВИЦКИЙ.

(Посьвячую памяти мого бл. п. брата Маріяна).

ВСТУП.

В розвою теоретичної оптики відріжняємо три головні фази: теорию випливу (еманациї), теорию фильованя (ундуляциї) та теорию електромаґнетну. Дві перші повстали майже рівночасно, а сотворили їх два найбільші корифеї фізики XVII. віку, Newton і Huyghens. В критичний розбір обох тих теорий не будемо входити, так як наука про них давно вже висказала свою гадку; пригадуємо лише, що перша з них т. є. теория випливу, завдяки великому авторитетови женїяльного Newton'а серед сучасних, остоялась єще й в перших десятках нашого столїтя, а прихильниками єї були навіть так критичні уми, як Laplace та Poisson. Змаганя Eulera, щоби теориї фильованя виборотп побіду, пргомонїли без слїду і доперва глубокі розслїди Fresnel'a, Young'a, Foucault'a, F. Neumann'a та других рішили цїлу квестию в користь теориї ундуляциї. Теория ся розвинулась дуже успішно, а завдяки теоретичним роботам Hamilton'a над стіжковим заломанєм (конічна рефракция), яке опісля дорогою досьвіду викрив Lloyd, набралась що раз більшої імовірности.

В теориї фильованя є однак деякі сумнїви, що їх досьвід чисто оптичного характеру не був в силї рішити. Такою сумнївною квестиєю була н. пр. квестия площі поляризациї. Як звісно Fresnel принимав, що площа дрогань є прямова (нормальна) до площі поляризациї а що через се густота етеру є змінна; противнож F. Neumann принимав, що обі ті площі є тотожні, що отже густота етеру є стала, а змінна є за те єго пруживість в ріжних напрямах. Обі ті гіпотези зовсїм добре вияснюють прояви, які виступають в середовищах однородних, проте квестия, чи гіпотеза Fresnel'а чи Neumann'а є імовірнїйша, лишалась поки-що непорішена.

Та в половинї нашого столїтя настала зміна в толкованю проявів фізичних. Завдяки епоховим роботам R. Mayer'а та Joule'а видерла наука природї найважнїйший закон, точно висказаний Clausius'ом та Helmholtz'ом, закон, під який можна підтягнути усї прояви природи; є се засада захованя енерґії. Се епохальне відкрите мусїло навести на здогад, що всї роди енерґії, які доси відріжняла наука серед явищ природи, є остаточно формою одної і тої самої енерґії. За правдивостию того погляду промовляти почала ся обставина, що одну форму енерґії можна перетворити в другу; і дїйсно побачено, що істнує звязь між працею механїчною а теплом. Звернено ся тепер до звязи між сьвітлом та електричностию, а сї змагання видали вскорі великі овочі.

Гадка, що між проявами оптичної та електричної натури єствує звязь, проявлялась вже по части в умі Gauss'а, Weber'а, Riemann'а а головно L. Lorenz'а та Faraday'а, що викрив навіть скручене площі поляризациї під впливом току. Однак першим, що потрафив вивести звязь поміж тими обома з виду ріжними ґрупами явищ, був James Clerk Maxwell (1865). Сей, ведений критичним та глубоким умом, дав при помочи математичної аналїзи засновок до нової будівлї, що її назвав електромаґнетною теориєю сьвітла. Права, що їх теоретично випровадив Maxwell, потвердили та стверджають дорогою досьвіду його численні наслїдники. Роботи ті дали доказ, що сьвітло є проявою електромаґнетною.

Чи через се стратила що теория фильованя? Зовсїм нї; наука дістала лиш один доказ більше, що енерґія є лиш одна, а проявляти ся може під ріжними а ріжними видами. Сама теория сьвітла віднесла лиш через се хосен, бо прояснилось у нїй много квестий сумнївних.

Теория Maxwella глядить причину явищ електричних та маґнетних в дроганях поперечних; правдивість сього погляду виказав дорогою досьвіду померший перед часом фізик з Bonn, Гейнріх Hertz, а його роботи над филями електричними творять, як каже V. Lang, епоху в сучаснїй фізицї.

Завданєм нашим буде подати вислїди електромаґнетної теориї сьвітла, а також показати шляхи, на які повела фізику згадана теория. Заким однак перейдемо до самої електромаґнетної теориї сьвітла, мусимо бодай коротко розібрати права піль маґнетних, так як на них основуєсь цїла теория Maxwell'a. Та хоча вислїди теориї піль маґнетних Maxwell'a згоджують ся вповні з вислїдами, до яких дійшли Helmholtz, Weber, Neumann та Thomson, однак точка, з якої вийшов Maxwell, є зовсїм иньша, як у тамтих вчених. Тому-то в наших розслїдах будемо майже виключно узгляднати гіпотези та теориї Maxwell'a, так як ті до зрозуміня теориї сьвітла є необходимо потрібні.

ЧАСТЬ ПЕРША.

Теория піль маґнетних.

Значінє діелектриків в теориї Maxwell'а.

1. В давнїйших теориях електричних мале лишень або і жадного не приписувано значіня ізоляторам, або як їх назвав Faraday, дїелектрикам. Весь процес, що виступав в прояві електричнім, відбував ся в самім провіднику, а сам ізолятор поводив ся зовсїм пассивно. Явище індукциї приписувано просто дїланю на віддаль (actio in distans). Були правда уми, що нїяк не могли погодити ся з гадкою, що можливе є якесь дїланє на віддаль. Такими були Poisson та Mosotti, що бодай в части признали діелектрикам значінє в проявах електричних.[1]) Рівнож і Faraday відкидав „actio in distans", а введене ним понятє піль маґнетних (зглядно електричних) та лїнїй сил, хоч не толкує істоти явищ електричних, то однак бодай кидає сьвітло на дїланя, які виступають в тих явищах. Доперва Maxwell виступив з поглядом, що не провідники, але як раз діелектрики є місцем збірним для енерґії електричної, що проте їм треба приписати перворядне значінє; се твердженє було основою, на якій Maxwell опер свою теорию. Після Maxwella цїлий діелектрик є наповнений материєю легкою, нетяжкою, що поводить ся так як сьвітляний етер; сю теч після Poincaré називати мем течию індукцийною (хоча Maxwell називає її просто електричностию). Наколи всї провідники, розміщені в діелектрику однороднім, находять ся в станї нормальнім, то теч індукцийна находить ся в рівновазї нормальній; наколиж провідники будуть наелектризовані, но з причини індукциї електростатичної маси електричні

[1]) Глянь н. пр. Poincaré: Electricité et l'optique т. I. розд. II.

розміщені на них найдуть ся в рівновазї, то течь індукцийна перейде після Maxwell'а в стан, званий рівновагою напруги, або як говорять нїмецкі фізики, в стан поляризациї дієлєктричної.

Наколи дробина течи індукцийної зістане вихилена з положеня нормальної рівноваги, то після Maxwell'а зайде ту т. зв. електричне пересунене. Складові того пересуненя f, g, h є після Maxwell'а:

$$1)\quad f = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial x}}{4\pi},\qquad g = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial y}}{4\pi},\qquad h = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial z}}{4\pi},$$

де ψ є потенциял електричний в уважаній точцї (xyz) дієлєктрика, а K є т. зв. сочинником дієлєктричним (питома спроможність індукцийна (Vermögen).[1]) Рівнаня ті подає Maxwell a priori, правдивість їх показує деинде.

З рівнань 1) можна вивести просто величину складових сили, що дїлає на елємент dxdydz течи індукцийної, яка находить ся в станї поляризациї. Позаяк, як звісно, походні потенциялу дають величину повисших складових, то, коли ті складові є ξ, η, ζ:

$$2)\quad \xi = -\frac{4\pi}{K}f,\qquad \eta = -\frac{4\pi}{K}g,\qquad \zeta = -\frac{4\pi}{K}h,$$

з відки слїдує, що складові тої сили є пропорциональні до складових електричного пересуненя.

Позаяк зі зміною набою якогось провідника, що находить ся в дієлєктрику, зміняє ся потенциял ψ, проте зміняють ся і складові f, g, h пересуненя; наколи проте електричність на провідниках находить ся в руху, то течь індукцийна не може оставати в супокою. Maxwell доказує,[2]) що електричність та течь індукцийна поводять

---

[1]) Так як в теориї електромаґн. сьвітла стала K має дуже велике значінє, тому подаємо точну єї дефініцию після Faraday'a: Стала K дієлєктрика в огляду на воздух, уважаний за одиницю, є рівна відношеню (Verhältniss) поємности (Capacität) конденсатора, що має в собі сей дієлєктрик, до поємности другого конденсатора, що має ту саму величину та той сам вид, а є наповнений воздухом. Пор. н. пр. Tumlirz: Elektromagnetische Theorie des Lichtes ст. 15.

[2]) Maxwell доходить именно до рівняня: $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} = 0$, яке є характеристичне після правил гідромеханїки для течий нестисних. Глянь н. пр. Thomson u. Tait: Theoretische Physik т. I. ч. I. ст. 141. 3 і ст. 256, 6.

ся як дві течі нестисні, т. є. що скількість течи індукцийної, яка в данім моменті вийшла через поверхню, є рівна скількости електричности, яка в тім самім часї там увійшла. Течь індукцийна визначуєсь проте великою пруживостию.

Обчислимо тепер енерґію потенцияльну, яку представляє систем провідників, набитих електричностию та розміщених в діелектрику. Виражене на ту енерґію можна одержати, або наколи зведемо енерґію на працю, яку виконують маси з причини взаїмного відпихання та притягання тих мас електричних, або просто з пруживости течи індукцийної, яку виведено зі стану нормальної рівноваги.

Елемент працї, що є виконана при пересуненю електричности в елементї просторони dxdydz, яке то пересунене має складові $\delta x, \delta y, \delta z$, є очевидно:

$$-\rho\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\,\delta x+\frac{\partial\psi}{\partial y}\,\delta y+\frac{\partial\psi}{\partial z}\,\delta z\right]dxdydz,$$

де ρ є густота електричности, а $\rho dxdydz$ маса елементу dxdydz. Цїлковита праця зі знаком противним рівнає ся очевидно зростови енерґії потенцияльної W; проте:

$$\delta W=\int\int\int\rho\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\,\delta x+\frac{\partial\psi}{\partial y}\,\delta y+\frac{\partial\psi}{\partial z}\,\delta z\right]dxdydz.$$

Звідси при помочи цїлого ряду перетворень, які основують ся на звіснім твердженю Gauss'a[1]):

$$\int\int F\cos(Y,N)\,dx\,dz=\int\int\int\frac{\partial F}{\partial y}\,dxdydz,$$

та розширенім твердженю Poisson'a:

$$\Sigma\,\frac{\partial}{\partial x}\left(K\,\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)=-4\pi\rho,$$

дійдемо до вираженя:

$$\delta W=\delta\int\int\int\frac{K}{8\pi}\,\Sigma\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 dxdydz,$$

отже:

$$W=\int\int\int\frac{K}{8\pi}\,\Sigma\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 dxdydz.^{2)}\qquad 3)$$

---

[1]) Пор. н. пр. Lang: Einleitung in die theoretische Physik ст. 163.
[2]) Пор. Maxwell: Lehrbuch der Electricität u. Magnetismus (перев. Weinstein) т. I. стор. 132.

Стала інтеґрованя є зером, бо енерґія потенцияльна для стану нормального є зером.

При помочи рівнань 1) можна послїдне виражене представити в формі:

$$W = \int\int\int \frac{2\pi}{K} (f^2 + g^2 + h^2)\, dxdydz. \qquad 3')$$

2. Будова діелєктриків однородних мусїла навести Maxwell'a на здогад, що в загалї в укладї електричнім, який є зложений з провідників та діелєктриків, істнують виключно токи замкнені.

В звичайній теориї електричности відріжняємо іменно токи замкнені і отверті, які устають тодї, коли ріжниця потенциялів стане рівна силї електромоторичній жерела електричного (н. пр. коли бігуни елєменту електричного сполучимо з обома обкладками кондензатора або з двома ізольованими кондукторами); Maxwell противно принимає лиш токи замкнені. Бо возьмім т. зв. ток отвертий, який повстає тодї, коли бігуни елєменту ґальванічного получимо з двома ізольованими кондукторами. Кондуктор, що електризує ся додатно, мусить після теориї унітарної приняти більше течи електричної, як тодї, коли був в станї нормальнім, на другім кондукторі, що електризує ся від'ємно, мусить зменшити ся скількість плину електричного. Позаяк однак в теориї Maxwell'a електричність є течь нестисна, проте єї густота мусить остати стала; не може проте в однїй точцї наступати згущенє, а в другій розрідзенє. Тому-то сей надмір електричности на однім кондукторі випихає з него часть течи індукцийної, яка виповняє усю просторонь; ся знова течь потручає дальші дробини течи індукцийної, що виповняє діелєктрик, а що та течь є нестисна, то на другий кондуктор мусить ввійти така сама скількість течи індукцийної, яка з першого уступила. З тої причини одержуєм ток замкнений через діелєктрик, а так як дробини течи індукцийної пересувають ся подовж лїній сил, як показують рівнаня 1), проте можна сказати, що токи отверті замикають ся в теориї Maxwell'a подовж лїній сил.

В теориї Maxwell'a істнують проте виключно токи замкнені.

3. Токи замкнені дїлить Maxwell на токи двох катеґорий: токи проводу та токи пересуненя. Токи проводу є то токи замкнені, що перебігають провідник (злучник), токи пересуненя повстають через пересуненє дробин течи індукцийної. Наколи маємо до дїла з т. зв. током отвертим звичайної теориї, то очевидно ток сей складає ся з току проводу та току пересуненя. Очевидна є також річ,

що в теориї Maxwell'а могуть істнувати також замкнені токи, які є виключно токами пересуненя; токи сї мають велике значінє в електромаґнетній теориї сьвітла.

Є річ природна, що в теориї Maxwell'а токи проводу мусять підчинятись законам, опертим на досьвідах, себ то законам Ohm'а,[1]) Joule'а, Ampère'а та законам індукциї. Що до токів пересуненя, то

---

[1]) З огляду на се, що законом Ohm'а прийдесь нам нераз в дальшім тягу покористуватись, подаємо той закон в виді троха иньшім, як ся звичайно подає. Наколи провідник є лінійний та однородний, а сила електромоторична є чинна лиш поміж його кіньцями, дальше наколи опір його є R, натуга току є i, ріжниця потенциялів є $\psi_1 - \psi_2$, то дістанемо звичайне вираженє на закон Ohm'а: $Ri = \psi_1 - \psi_2$.

Позаяк de facto і в самім провіднику в ріжних місцях виступає сила електромоторична (з причин термічних, хемічних etc.), тому наколи сума тих сил електромоторичних є ΣE, дістанемо закон Ohm'а:

$$Ri = \psi_1 - \psi_2 + \Sigma E.$$

Але опір $R = \frac{l}{Cdw}$, де l є довжина злучника, dw перекрій, а C т. з. сочинник проводу питомого; прото:

$$\frac{li}{Cdw} = \psi_1 - \psi_2 + \Sigma E.$$

Наколи возьмемо безконечно малий елемент злучника о довготї dx та назначимо ріжницю потенциялів на його кінцях через $-d\psi$, а через Xdx зміну сили електромоторичної кождого иньшого провсходженя в тім елементї, дістанемо:

$$\frac{i}{Cdw} = \frac{\partial\psi}{\partial x} + X; \quad \frac{i}{dw} = u$$ (скорість перепливу електричности), проте:

$$\frac{u}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X$$ і се є закон Ohm'а. Для провідників о трох розмірах є очевидно:

$$\left.\begin{aligned} \frac{u}{C} &= -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X \\ \frac{v}{C} &= -\frac{\partial\psi}{\partial y} + Y \\ \frac{w}{C} &= -\frac{\partial\psi}{\partial z} + Z \end{aligned}\right\}$$ де u, v, w є складові скорости, а X, Y, Z складові сили електромоторичної довільного походженя в елементї об'єму dxdydz.

Очевидно, що:

$$u = \frac{\partial f}{\partial t}, \quad v = \frac{\partial g}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial h}{\partial t},$$

де t є час.

Maxwell принимає, що і они підчиняють ся законови Amperè'а та законам індукциї, за те не мож однак відносити до них законів Joule'а і Ohm'а, вже із за того, що токи ті мусять при своїм повставаню поборювати опір, який є вислїдом пруживости течи індукцийної, а опір сей є очевидно иньший, чим опір провідника.

Істнують єще і дальші ріжниці між токами проводу а токами пересуненя. Після Maxwell'а має течь індукцийна, що виповняє дієлєктрик, наклін порушати ся під впливом сил електричних, подібно як електричність, що виповняє провідник, так як обі ті течи яко нестисні взаїмно ся випихають. Рух дробин течи індукцийної устає дуже скоро з причини противдїлаючої сили пруживости, якою ся теч в високій мірі визначуєсь, а в другім разї рух не устає, бо — як Maxwell доказує — теч, що находить ся в внутрі проводячого середовища не має зовсїм сил пруживости. Звідси походить, що токи пересуненя могуть тревати лиш короткий час, якого треба, щоби рівновагу назад спровадити; токи проводу могуть тревати так довго, як довго з причини дїлань внішних істнує на обох кіньцях провідника ріжниця потенциялів (сила електромоторична).

Для токів проводу істнують на основі розширеного закону Ohm'а рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\psi}{\partial x} &= X - \frac{u}{C}\\ \frac{\partial\psi}{\partial y} &= Y - \frac{v}{C}\\ \frac{\partial\psi}{\partial z} &= Z - \frac{w}{C}\end{aligned}\right\} \quad 4)$$

Для складових сил, які дїлають на елємент діелєктрика, малисьмо рівнаня 2); наколи крім сили електромоторичної о складових $\xi = \frac{\partial\psi}{\partial x}$, $\eta = \frac{\partial\psi}{\partial y}$, $\zeta = \frac{\partial\psi}{\partial z}$, яка дає ся звести до дїлань електростатичних, виступлять єще иньші сили електромоторичні, які дїлають індукцийно на діелєктрик, а які назвалисьмо ΣE о складових X, Y, Z, то рівнаня 2) приймуть тепер для токів пересуненя вид:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\psi}{\partial x} &= X - \frac{4\pi}{K} f\\ \frac{\partial\psi}{\partial y} &= Y - \frac{4\pi}{K} g\\ \frac{\partial\psi}{\partial z} &= Z - \frac{4\pi}{K} h\end{aligned}\right\} \quad 5)$$

Бачимо проте, що токи пересуненя залежать від великости пересуненя (т. є. від f, g, h), а токи проводу від $u = \frac{\partial f}{\partial t}$ $v = \frac{\partial g}{\partial t}$, $w = \frac{\partial h}{\partial t}$ т. є. від скоростий пересуненя.

Токи проводу підлягають кромі сього єще звісному законови Kirchhoff'a, після якого в точцї, де сходить ся більше провідників (лїнійних або о трох вимірах) сума натуг всїх токів є зером. Виразом сього закона є рівнане:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = o,$$ [1])

бо натуги токів є пропорциональні до скоростий u, v, w.

Закон сей є доказом, що електричніcть є теч нестисна без огляду на се, чи ся находить в станї статичнім чи нї.

В сей отже спосіб навели ми коротко головні свойства діелектриків після теориї Maxwell'a. Тепер перейдемо до головних прав явищ маґнетних, електромаґнетних та електромаґнетної індукциї, або в загалї до прав піль маґнетичних, о скілько они остають в ґенетичній звязи з теориєю сьвітла.

Правила піль маґнетних (в тїснїйшім значіню).

1. Коли натуга або степень намаґнесованя магнета є I, а єї складові в напрямах осий x y z є A, B, C $\left(I = (A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}}\right)$, то величина потенциялу в якійсь точцї P поза маґнетом представляє ся взором:

$$\Omega = \int \frac{lA + mB + nC}{r}\, d\omega - \iiint \frac{\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}}{r}\, dxdydz \quad 1)$$

де l, m, n є напрямні cosinus'u кутів, що їх творить елемент поверхневий $d\omega$ маґнета з вісьми x, y, z.[2])

---

[1]) Рівнане се можна легко вивести з 4). Коли рівнаня сї зріжничкуємо та додамо, то з огляду на се, що X, Y, Z, C є сталї, та в огляду на рівнане Laplace'a:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = o$$

дістанемо се рівнане Kirchhoff'a.

[2]) Гл. н. пр. Poincaré loc. cit., також Maxwell loc. cit. т. II, ст. 13.

2. Складові сили маґнетної, яка ділає на одиничний додатний бігун маґнетний, що лежить п о з а маґнетом, є очевидно походними потенциялу зі знаком від'ємним, тому то складові ті є:

$$\alpha = -\frac{\partial\Omega}{\partial x}, \quad \beta = -\frac{\partial\Omega}{\partial y}, \quad \gamma = -\frac{\partial\Omega}{\partial z}. \qquad 2)$$

3. Щоби винайти величину сили, що ділає на одиничний бігун маґнетний, який находить ся в н у т р і маґнета, мусимо зробити в маґнеті малу заглубину і там вложити пробний маґнет. Тодї маґнет розділить ся на дві части, одну часть вніішну зглядом бігуна P, до якої відносять ся рівнаня (2), та часть, в якій містить ся бігун P (Фіґ. I.); ділане вислїдне сеї части на бігун P най буде R. Через се однак зміняє ся ділане маґнета, а зміна та залежить від форми заглубини. Щоби отже обчислити силу в якійсь точцї заглубини, треба знати єї вид.

Maxwell бере один лиш случай,[1]) що заглубина має вид валця; на случай коли довгість валця в порівнаню з грубостию тогож є дуже велика, дістанемо $R=o$, на случай що довгість валця є в порівнаню з грубостию тогож дуже мала, дістанемо після Maxwell'а:[2])

$$R = 4\pi I.$$

I має складові A, B, C, R буде мало проте складові $4\pi A$, $4\pi B$, $4\pi C$, отже в тім случаю цїлковите ділане маси маґнетної на одиничний бігун маґнетний, що ся находить в внутрі маґнета, має складові:

$$\left.\begin{aligned} a &= -\frac{\partial\Omega}{\partial x} + 4\pi A = \alpha + 4\pi A \\ b &= \quad \frac{\partial\Omega}{\partial y} + 4\pi B = \beta + 4\pi B \\ c &= -\frac{\partial\Omega}{\partial z} + 4\pi C = \gamma + 4\pi C \end{aligned}\right\} \qquad 3)$$

Складові a, b, c, називає Maxwell с л а д о в и м и м а ґ н е т н о ї і н д у к ц и ї в в н у т р і м а ґ н е т а.

4. Між індукциєю маґнетною а силою маґнетною істнує проте ріжниця; се вже слїдно й з того, що так як α, β, γ, є походними потенциялу, то:

$$\alpha dx + \beta dy + \gamma dz = - d\Omega \text{ (цїлковита ріжничка)};$$

[1]) Maxwell loc. cit. II. ст. 28.
[2]) Maxwell loc. cit. II. ст. 29.

а тим часом для складових маґнетної індукциї ся звязь не істнує зовсїм.[1])

Декотрі тїла, як пр. желїзо, коли найдуть ся в поли маґнетнім, дістають свойства маґнетні з причини індукциї маґнетної; після Poisson'а складові маґнетизму, індукованого в якійсь точцї такого тїла, є пропорциональні до складових сили маґнетної в тій точцї, отже складові ті є:

$$A = k\alpha, \quad B = k\beta, \quad C = k\gamma,$$

де k є натуга бігуна маґнетного, який творить довкола себе згадане поле маґнетне. Після сказаного складові індукциї в указаній точцї будуть:

$$\begin{aligned} a &= \alpha + 4\pi A = (1 + 4\pi k)\,\alpha \\ b &= \beta + 4\pi B = (1 + 4\pi k)\,\beta \\ c &= \gamma + 4\pi C = (1 + 4\pi k)\,\gamma, \end{aligned}$$

де — як се з елементарного курсу про маґнетизм звісно — $4\pi k$ представляє скількість лїній сили маґнетної, що виходять з бігуна маґнетного о натузі k.[2])

Наколи положимо $\mu = 1 + 4\pi k$, дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu\alpha \\ b &= \mu\beta \\ c &= \mu\gamma \end{aligned}\right\} \quad 4)$$

μ називає Maxwell маґнетною спроможностию індукцийною.[3])

Так як стала діелектрична K була характеристична для діелектриків, так μ характеризує тїла, що ся находять в поли маґнетнім. Для тїл парамаґнетних є $\mu > 1$, для порожнї $\mu = 1$, для тїл діямаґнетних є $\mu < 1$.

В повисше наведених розслїдах принимали ми, що маємо до дїла з маґнетами сталими, у яких є сила відпорна $=\infty$, та з маґнетами індукованими, у яких та сила є $=0$; в дійсности (коли

---

[1]) Для складових індукциї маґнетної істнує звязь:

$$\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} = 0.$$

Гл. н. пр. Poincaré ut supra.

[2]) Neumann називає k сочинником намаґнесованя через індукцию.

[3]) μ називають також сочинником проникання (Permeabilitätsconstante).

н. пр. взяти сталь) сила та не може бути анї о, анї ∞. Дальше k і μ також не є сталї, но в загалї:

$$k = \varphi(I) = \varphi\left[(A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}}\right];$$

а μ є стале лиш для слабих сил, а для сильних меншає після помірок Ewing'а.

Правила піль електромаґнетних.

1. Перейдем тепер до прав піль електромаґнетних.

Після дослїдів Faraday'а та Colladon'а сила, з якою дїлає ток на бігун маґнетний (чи то природний чи індукований) є прямо пропорциональна до натуги току т. є. скількости електричности, що в одиниції часу перепливає через перекрій злучника.

Коли потенциял провідника, через який переходить ток, назначимо через Ω, то складові сили, яка дїлає на одиничний бігун маґнетний, находячий ся в поли електричнім, є:

$$\alpha = -\frac{\partial\Omega}{\partial x}, \quad \beta = -\frac{\partial\Omega}{\partial y}, \quad \gamma = -\frac{\partial\Omega}{\partial z}. \qquad 1)$$

В теориї електромаґнетизму найбільше значінє мають т. зв. токи колові; як звісно поводять ся они зовсїм так само, як маґнет о розмірах рівних поверхнї, замкненої током коловим, а о дуже малій грубости, т. є. так як т. зв. бляшка маґнетна. Потенциял бляшки маґнетної є $\Omega=\Phi\varphi$,[1]) де Φ є сила бляшки (добуток з степеня намаґнесованя бляшки та грубости), а φ є кут, під яким з уважаної точки видно бляшку; добуток Ω треба брати додатно або від'ємно після того, чи уважана поверхня бляшки є додатна, чи від'ємна. З причини сеї рівноважности току колового та бляшки є електромаґнетний потенциял току колового:

$$\Omega = \varphi i, \qquad 2)$$

де i є натуга току, мірена в таких одиницях, що чинник пропорциональности є 1; ту одиницю називаємо електромаґнетною одиницею натуги. Знак φi залежить від напряму току; додатна сторона току колового є та, яка находить ся по лївій руцї пливака, що пливе в тоцї та споглядає в внутр тока колового.

---

[1]) Гл. Poincaré loc. cit. т. I.

2. Так як:

$$\alpha dx + \beta dy + \gamma dz = d\Omega,$$

де в α, β, γ знак уже узгляднений, проте зміна потенциялу тока при переході з одної точки до другої по довільній дорозї буде:

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz),$$

де інтеґрал відносить ся до цїлої відбутої дороги. На основі рівнаня 2) та зміна буде:

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz) = \pm 4\pi i.^{1)}$$

Інтеґрал відносить ся до дороги, яку відбуде бігун під впливом току.

Наколи маємо до дїла з кількома токами, то праця електромаґнетна є тоді:

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz) = 4\pi \Sigma \pm i. \qquad 3)$$

Наколи складові скорости електричности є u, v, w, перекрій злучника є $d\omega$, напрямні consinus'и пряму до того елементу є l, m, n, то дістанемо на скількість електричности, що перепливає через поверхню S:

$$\Sigma i = \Sigma\, (lu+mv+nw)d\omega = \int_S (lu+mv+nw)d\omega.$$

Наколи порівнаємо се рівнанє з рівнанєм 3), дістанемо:

$$\int_C (\alpha dx+\beta dy+\gamma dz) = 4\pi \int_S (lu+mv+nw)d\omega,$$

де перший інтеґрал відносить ся до кривицї, по якій порушає ся бігун, другий до поверхні, через яку ток переходить.

Перший інтеґрал перетворює Maxwell в інтеґрал поверхневий — в що блисше годї тут входити — так що в кінци дістанемо:

$$\int_S \left[l\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right) + m\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) + n\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) \right] d\omega =$$

$$4\pi \int_S (lu+mv+nw)d\omega;$$

---

1) Гл. Maxwell loc. cit. II. 344. Сей інтеґрал — як з теориї потенциялу слїдно — дає міру роботи, яку зроблять сили електромаґнетні при пересуненю бігуна одиничного.

оба інтеґрали є ідентичні, тому:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right) \\ v &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) \\ w &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \quad 4)$$

Рівнаня ті дають нам звязь межи скоростями ($u\ v\ w$) електричности а складовими ($\alpha\ \beta\ \gamma$) сили електромаґнетної. Відносять ся они так до токів проводу, як і до токів пересуненя, так як ті послїдні підлягають також законови Ampère'a.

Права явищ електродинамічних.

1. Подібно як ток коловий і маґнет заховують ся два токи колові; права дїланя двох токів колових на себе є загально звісні.— Наколи маємо систем токів сталих, що дїлають на рухомий ток коловий о натузї i, то електродинамічний потенциял того току буде:

$$T = i\int(\alpha l + \beta m + \gamma n)d\omega,^{1)} \quad 1)$$

де інтеґрал відносить ся до цїлої поверхні, яка є замкнена током коловим; α, β, γ, l, m, n мають анальоґічне значінє як в попереднім уступі. Наколи T представимо в виді анальоґічнім як рівнанє 3) попередного уступу, то дістанемо в загалї:

$$T = i\int(Fdx + Gdy + Hdz),$$

де F, G, H не є поки що близше означені; а наколи сей інтеґрал замінимо на поверхневий, дістанемо в кінци (як попередно):

$$T = i\int\left[l\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right) + m\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right) + n\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right] d\omega.$$

Наколи се порівнаємо з 1) дістанемо на складові α, β, γ сили, з якою дїлає систем сталих токів на одиницю тока:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \\ \beta &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \\ \gamma &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

---

[1]) Гл. Poincaré loc. cit. т. I.

Maxwell називає величини F, G, H **складовими електромаґнетного моменти** або **складовими потенциялу векторового** після теориї кватерніонів і векторів, яких уживає в своїх розслїдах.

Наколи ріжничкувати мем рівняня 2) що до x, y, z і додамо ті рівняня дістанемо:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z} = o.$$

Анальоґічне рівнане істнує для складових a, b, c індукциї маґнетної (ut supra), але не істнує для складових сили маґнетної.

Наколи проте хочемо рівняня 2) віднести до явищ маґнетних, то треба в них місто складових сили ввести складові індукциї маґнетної і дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \\ b &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \\ c &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

2. Обчислїм складові F, G, H момента електромаґнетного. Очевидна є річ, що рівняня 2) до визначеня F, G, H не вистануть, бо найзагальнїйшим розвязанем тих рівнань є функциї $F + \frac{\partial\chi}{\partial x}$, $G + \frac{\partial\chi}{\partial y}$, $H + \frac{\partial\chi}{\partial z}$, де χ є яканебудь функция змінних x, y, z. Тому то Maxwell бере єще додаткову умову:

$$I = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \equiv o. \qquad 4)$$

та на основі рівнань 4) попередного уступу доходить до рівняня:

$$4\pi u = \frac{\partial I}{\partial x} - \Delta F, \qquad \text{де:}$$

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2},$$

а що: $\frac{\partial I}{\partial x} = o$, то:

$$\Delta F + 4\pi u = o.$$

Є се рівнанє такого типу, як рівнанє Poisson'а, тому-то його найзагальнійший інтеґрал буде функция, що має вид потенциялу; отже:

$$F = \int\int\int \frac{u}{r}\, dxdydz,$$

де *u* є складова скорости тока в напрямі оси x в точці тяжести елєменту dxdydz, а r є відступ тогож елементу від уважаної точки (xyz) просторони.

Анальоґічно

$$G = \int\int\int \frac{v}{r}\, dxdydz, \qquad H = \int\int\int \frac{w}{r}\, dxdydz.$$

Як легко ся пересьвідчити, інтеґрали ті сповняють рівнаня 2) та 3); інтеґрованє відносить ся до всїх елєментів просторони.

Наколи маємо до дїла з середовищем маґнетним, в якім ток дізнає пересуненя, то рівнаня 3) сповнять ся, як легко мож побачити, для слїдуючих вартостий на F, G, H:

$$\left.\begin{aligned} F &= \mu \int\int\int \frac{u}{r}\, dxdydz \\ G &= \mu \int\int\int \frac{v}{r}\, dxdydz \\ H &= \mu \int\int\int \frac{w}{r}\, dxdydz \end{aligned}\right\} \quad 5)$$

де μ має значінє вже згадане.

3. Подамо еще вираженє на величину елєктродинамічних потенциялів. На електродинамічний потенциял малисьмо слїдуюче вираженє:

$$T = i \int (Fdx + Gdy + Hdz).$$

Вираженє се перетворює Maxwell в спосіб, якого тут не подаємо блисше, на вираженє:

$$T = \int\int\int (Fu + Gv + Hw)dxdydz.$$

Перейдім до вираженя на т. зв. самопотенциял тока. Можемо собі уявити, що ток коловий складаєсь з безконечного множества токів колових о безконечно малих перекроях. Кождий з тих токів має електродинамічний потенциял з огляду на иньші елєментарні токи; сума тих елєментарних потенциялів творить т. зв. самопотенциял тока. — Наколи возьмемо два елементи тока колового dxdydz і dx'dy'dz' о скоростях (uvw) і (u'v'w'), то як Maxwell доказує, самопотенциял тока буде:

$$T = \frac{1}{2} \int\int\int (Fu+Gv+Hw)\,dxdydz.$$

Наколи возьмемо рівнанє 4) попередного, а 2) і 3) теперішного уступу, дійдемо в кінци до слідуючих виражень на самопотенциял:

a) наколи систем токів находить ся в середовищи немаґнетнім, то самопотенциял є:

$$T = \frac{1}{8\pi} \mu \int\int\int (\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\,dxdydz. \qquad 6)$$

b) наколи же систем токів находить ся в середовищи маґнетнім, то самопотенциял є:

$$T = \frac{1}{8\pi} \int\int\int (\alpha a+\beta b+\gamma c)\,dxdydz. \qquad 7)$$

Наколи возьмемо два токи колові лінійні (отжеж не о трох вимірах) о натугах i_1 і i_2, то електродинамічний потенциял того систему токів буде[1]) лінійна однородна функция другого ряду величин i_1 і i_2, отже після Maxwell'а має вид:

$$T = \frac{1}{2} (Li_1{}^2+2Mi_1i_2+Ni_2{}^2),\ ^2)$$

де L, M, N залежні є від виду та взаімного положеня обох токів.

Можна доказати, що L є самопотенциялом першого тока на случай, що другого нема, N самопотенциялом другого тока, коли першого нема, а M потенциялом одного тока на другий.

4. Всї ті взори вивели ми в заложеню, що натуга тока є стала. Однак при руху токів колових, або токів колових та маґнетів, виступають еще додаткові токи, що їх відкрив Faraday, а які називаємо **токами індукованими**; токи ті повстають хвилево в провідниках, а їх натуга додає ся до натуг поодиноких токів. Повставанє тих токів відносимо до **електромоторичних сил індукциї**.

З дослїдів над індукциєю виходить, що коли натуги i_1 і i_2 двох нерухомих токів колових C_1 і C_2 збільшать ся в елементї часу dt о величини di_1 і di_2, то сила електромоторична індукциї, що повстане в C_1, має вартість:

$$A \frac{di}{dt_1} + B \frac{di_2}{dt},$$

[1]) Maxwell loc. cit. II. 271 і 274.

[2]) Гл. н. пр. Lang: Einleitung in die theoretische Physik ст. 422.

а сила електромоторична індукциї, що повстала в C_2, має вартість:

$$B \frac{di_1}{dt} + C \frac{di_2}{dt}.$$

Звичайна теория електричности, що її розвинули Helmholtz та Thomson, обчисляє сочинники A, B, C на основі засади захованя енерґії[1]) та доходить до звязи:

$$A = -L, \quad B = -M, \quad C = -N,$$

де L, M, N мають значінє, як в горі.

Maxwell же виводить права індукциї просто з рівнань Lagrange'a, так що сї рівнаня відносить до руху дробин нетяжкої течи індукцийної. В тій цїли ставить Maxwell дві гіпотези:

a) Сорядні дробин неважкої течи залежать від сорядних материяльних дробин тїла, які беруть участь в проявах електричних, а разом від сорядних гіпотетичної течи, яка зве ся електричностию; но права сеї зависимости не знаємо.

b) Електродинамічний потенциял систему токів представляє разом енерґію кінетичну течи індукцийної.

На сих гіпотезах доходить Maxwell при помочи рівнань Lagrange'a з одної сторони до взорів Helmholtz'a, а з другої до слїдуючих вислїдів.

5. Праця сил електродинамічних, яка є потрібна до пересуненя тока колового рухомого рівнає ся зміні функциї:

$$\tfrac{1}{2}\,(Li_1{}^2 + 2Mi_1i_2 + Ni_2{}^2)$$

т. є. зміні потенциялу електродинамічного T (рівнанє 1), або рівнає ся:

$$i_1\delta \int (la + mb + nc)\, dw,$$

де a, b, c, l, m, n мають значінє, ut supra. — Наколи Xdxdydz, Ydxdydz, Zdxdydz є складові сили електродинамічної, що дїлає на елемент dxdydz, а походить з дїланя тока C_1 на ток C_2, а елемент тока C_2 пересунув ся під впливом тої сили о $\delta x, \delta y, \delta z$, то елементарна праця, яка зістала виконана при тім пересуненю, виносить:

$$(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\, dxdydz.$$

Цїла проте праця сил електродинамічних, що дїлають на C_2, через яку ток коловий пересуне ся або змінить вид, буде:

$$\int\int\int (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\, dxdydz.$$

[1]) Гл. н. пр. Poincaré loc. cit. том I.

Наколи порівнаємо се вираженє з попереднім вираженєм на працю, дійдемо по перетворенях до загальних рівнань на складові сили електродинамічної:[1])

$$\left.\begin{aligned} X &= cv - bw \\ Y &= aw - cu \\ Z &= bu - av \end{aligned}\right\} \quad 8)$$

Рівнаня 8) остають і тоді, коли маємо якунебудь скількість токів; але тоді величини a, b, c є складовими вислідної індукциї маґнетної всїх токів.

6. На основі взорів Helmholtz'a, що сила електромоторична індукциї, яка вивязуєсь в току C_1 при дїланю на ток коловий C_2, є:

$$E = -\frac{d}{dt}(Li_1 + Mi_2),$$

наколи означимо складові тої електромоторичної сили індукциї через P, Q, R, дійдемо при помочи перетворень до взорів:[2])

$$\left.\begin{aligned} P &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \frac{dF}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ Q &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \frac{dG}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ R &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \frac{dH}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad 9)$$

де ψ є яканебудь однородна функция арґументів xyz.

Рівнаня 9) остають також і для якогонебудь числа токів.

Що до сеї функциї ψ, котра може бути яканебудь, то Maxwell принимає, що функция та представляє електростатичний потенциял, який походить від якихсь мас, що істнують в поли. — Таке заложенє все можна зробити. Бо величини F, G, H визначили ми лиш під тою умовою, що они сповняють рівнанє ріжничкове:

$$I = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \equiv o.$$

Наколи однак сю умову відкинемо, то після того, що ми в горі сказали, дістанемо на F, G, H слїдуючі загальні вираженя:

$$F = \int\int\int\frac{u}{r}\,dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial x}$$

$$G = \int\int\int\frac{v}{r}\,dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial y}$$

$$H = \int\int\int\frac{w}{r}\,dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial z}$$

де χ є якабудь функция сорядних.

[1]) Maxwell loc. cit. II. 297.

[2]) Пор. н. пр. Poincaré loc. cit. т. I.; також Lang loc. cit. ст. 462.

Найзагальнїйші проте рівнаня на вираженє складових P, Q, R будуть:

$$\left.\begin{aligned}
P &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \iiint \frac{du}{dt}\frac{1}{r}\,dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial\chi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\\
Q &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \iiint \frac{dv}{dt}\frac{1}{r}\,dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial\chi}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y}\\
R &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \iiint \frac{dw}{dt}\frac{1}{r}\,dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial\chi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \text{10)}$$

Всегда можна проте через відповідний вибір сеї функциї χ зробити се, що функция ψ, яка входить в ті рівнаня, отже і b рівнаня 9) представляє електростатичний потенциял.

Зреасумуймо еще раз всї вислїди, якісьмо розібрали в усїх попередних роздїлах.

Загальні рівнаня поля маґнетного.

1. Рівнаня поля маґнетного.

Дісталисьмо рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
a &= \mu\alpha\\
b &= \mu\beta\\
c &= \mu\gamma
\end{aligned}\right\} \quad \text{I)}$$

де α, β, γ є складові сили маґнетної в точцї середовища маґнетного, a, b, c є складові маґнетної індукциї в тій точцї.

Наколи u, v, w є складові скорости електричности, то:

$$\left.\begin{aligned}
4\pi u &= \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\\
4\pi v &= \frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\\
4\pi w &= \frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}
\end{aligned}\right\} \quad \text{II)}$$

Дальше мали ми для складових маґнетного момента рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
a &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\\
b &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\\
c &= \frac{\partial G}{\partial x} \quad \frac{\partial F}{\partial y}
\end{aligned}\right\} \quad \text{III)}$$

та:

$$\left.\begin{aligned} F &= \mu \int\int\int \frac{u}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial x} \\ G &= \mu \int\int\int \frac{v}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial y} \\ H &= \mu \int\int\int \frac{w}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad IV)$$

Складові сили електромоторичної, що походить від електромаґнетної індукциї та мас електричних, що ся находять в стані статичнім, були:

$$\left.\begin{aligned} P &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \frac{dF}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ Q &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \frac{dG}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ R &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \frac{dH}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad V)$$

2. Рівнаня токів проводу.

В рівнанях II) є u, v, w складові скорости електричности без огляду на рід руху: провід або пересунене. Наколи йде о токи проводу, то складові (u, v, w) мусять кромі сего сповняти рівнанє Ohm'а т. є.

$$\frac{u}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X \qquad \text{і т. д.,}$$

де C є електрична спроможність проводу середовища, а X складова всїх сил електромоторичних на одиницю довготи. — Наколи приймем, що ті електромоторичні сили є тілько силами індукциї, що їх викликала зміна натуги або пересунене токів, або маґнетних і електричних мас, то права сторона того рівнаня рівнає ся P.

Складові скорости електричности в тоцї проводу є проте:

$$\left.\begin{aligned} u &= CP \\ v &= CQ \\ w &= CR \end{aligned}\right\} \quad VI)$$

3. Рівнаня токів пересунення.

Токи сї — як знаємо — не підчиняють ся праву Ohm'а, за те підчиняють ся законам електродинамічним та електромаґнетним Ampère'а сповняють проте рівнаня III). Однак кромі тих рівнань істнують для токів пересуненя єще три рівнаня характеристичні.

Величина складової електричного пересуненя є після наших попередних розслїдів:

$$f = -\frac{K}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - X\right),$$

де X має то само значінє, що при токах проводу. Наколи отже приймем, що сили електромоторичні походять виключно з ріжниції електростатичного потенциялу, як також з індукциї маґнетів та токів, які находять ся в поли, то:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} - X = - P,$$

а тодї:

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{K}{4\pi} P, \\ g &= \frac{K}{4\pi} Q, \\ h &= \frac{K}{4\pi} R \end{aligned}\right\} \qquad \text{VII)}$$

А так як походні f, g, h зглядом часу є складові скорости, проте через зріжничковане послїдних рівнань зглядом часу дістанемо на складові скорости електричного пересуненя рівнаня:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{K}{4\pi}\frac{dP}{dt} \\ v &= \frac{K}{4\pi}\frac{dQ}{dt} \\ w &= \frac{K}{4\pi}\frac{dR}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad \text{VIII)}$$

4. Рівнаня для токів в середовищи лиш в части діелектричнім.

Рівнаня VI) відносять ся до середовищ, що добре проводять, н. пр. металї, рівнаня VIII) до повних ізоляторів. — Наколи тїла не є вповні ізольовані, то Maxwell[1]) принимає для них рівнаня:

$$\left.\begin{aligned} u &= CP + \frac{K}{4\pi}\frac{dP}{dt} \\ v &= CQ + \frac{K}{4\pi}\frac{dQ}{dt} \\ w &= CR + \frac{K}{4\pi}\frac{dR}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad \text{IX)}$$

[1]) Maxwell loc. cit. II. ст. 306.

після яких u, v, w складають ся з суми складових току проводу і пересуненя.

Но ся гіпотеза Maxwell'а представляє на погляд Poincaré'ого[1]) деякі слабі сторони. Так як середовище має свойства посередні між провідниками а ізоляторами, то на погляд Poincaré'ого сила електроморична, що викликує ток, мусить побороти опір двоякого рода, один анальоґічний до опору металїв ($\frac{1}{C}$, бо C є спроможність проводу), другий опір ізоляторів. Звідси мусїлоб слїдувати, що як раз против рівнань Maxwell'а натуга тока,[1]) а звідси і величини u, v, w повинні були менші, як в провіднику або в повнім ізоляторі. Тому-то більше рациональною є гіпотеза, що єї поставив Potier. Принимає він, що сила електроморична в якійсь точці згаданого середовища рівнає ся сумі тої сили, що єї викликує ток проводу, і тої, що єї викликує пересунене. Після Potier'а дістанемо проте на виражене складових сили електромоторичної в півізоляторах рівнаня:

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{u}{C} + \frac{4\pi}{K} f, \\ Q &= \frac{v}{C} + \frac{4\pi}{K} g, \\ R &= \frac{w}{C} - \frac{4\pi}{K} h, \end{aligned}\right\} \qquad X)$$

Рівнаня IX) та X) зводять ся до рівнань токів провода, наколи K = o, зглядно K = ∞. Провідник має проте після Maxwell'а спроможність індукцийну зеро, після Potier'а безконечно велику.

В сей спосіб подав я коротко закони явищ електричних та маґнетних, так як они слїдують з заложеня Maxwell'а, і то подав я такі лишень права, які будуть необходимо потрібні, щоб зрозуміти маґнетну теорию сьвітла. — Права ті можна в головній мірі найти в звичайних теориях явищ електричних. І инакше не може бути, бо в виводі прав якихсь явищ що найбільше відмінна може бути метода, но нїяк вислїди, наколи ті права мають згоджуватись з дїйсностию.

[1]) Poincaré loc. cit. том I.