

РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРНИХ НАПРУЖЕНЬ У ТРИШАРОВІЙ ІЗОТРОПНІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ

Досліджено напружено-деформований стан тришарової ізотропної кругової тонкої циліндричної оболонки за локального нагрівання температурним полем, заданим у початковий момент часу. Для цього використано двовимірну математичну модель класичної теорії термопружності і теплопровідності неоднорідних ізотропних оболонок. Методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа знайдено розв'язок нестационарної задачі теплопровідності та квазістатичної задачі термопружності для скінченної шарнірно опертої замкненої циліндричної оболонки. Числові результати наведено для тришарової оболонки, зовнішні шари якої виготовлені з металу, а внутрішній шар – з кераміки.

Ключові слова: термопружність, шаруваті матеріали, циліндрична оболонка.

Вступ. Композитні циліндричні оболонки часто використовують у багатьох галузях сучасної техніки, зокрема, щоб підвищити міцність та жорсткість конструкцій. Тому важливо розрахувати в них напружено-деформований стан. Особливу увагу в останні десятиліття привернули оболонки неоднорідної структури [1–5, 8, 13] (шаруваті та функціонально-градієнтні), з поліпшеними термотривкими та жорсткісними властивостями.

Температурні напруження в елементах неоднорідних конструкцій вивчали на основі як тривимірних рівнянь термопружності [6, 10, 16], так і двовимірних [1, 2, 4, 5, 9, 12]. Використовували також рівняння взаємозв'язаної термопружності [7] та числові методи розрахунку [11]. У статті [10] проаналізували термоелектромеханічну поведінку багатошарових п'єзоелектричних циліндричних оболонок відкритого профілю. Детальніший огляд різних методів та моделей дослідження термопружної поведінки неоднорідних елементів конструкцій наведено в працях [8, 13–15].

Мета статті – на основі двовимірних рівнянь термопружності та теплопровідності класичної теорії оболонок вивчити напружено-деформований стан ізотропної кругової циліндричної оболонки шаруватої нерегулярної структури за нагріву її температурним полем, заданим у початковий момент часу.

1. Формулювання задачі і основні рівняння. Розглянемо неоднорідну ізотропну кругову циліндричну оболонку з довжиною l і сталою товщиною $2h$. Точки оболонки віднесемо до ортогональної системи координат x, θ, z , де x – осьова, θ – колова, z – радіальна координати. Початок координат міститься в середній поверхні з радіусом R .

Нехай оболонка нагрівається температурним полем, заданим у початковий момент часу. Між поверхнями $z = \pm h$ і довкіллям відбувається конвективний теплообмін. Силові навантаження відсутні. Для дослідження термопружного стану оболонки застосуємо двовимірну математичну модель класичної теорії. Для задач температурних напружень ця модель складається з двох незалежних систем рівнянь термопружності і рівнянь теплопровідності.

Система рівнянь термопружності. Рівняння рівноваги в переміщеннях u, v, w середньої поверхні для неоднорідного матеріалу мають вигляд

✉ flyachok@ukr.net

$$\begin{aligned}
& A \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) u + \frac{1}{R} \left(\frac{1+\nu}{2} A + \frac{B}{R} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \\
& + \left[\frac{\nu A}{R} \frac{\partial}{\partial x} - B \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2} \right) \right] w = A^t \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{B^t}{h} \frac{\partial T_2}{\partial x}, \\
& \frac{1}{R} \left(\frac{1+\nu}{2} A + \frac{B}{R} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \\
& + \left[\frac{1-\nu}{2} \left(A + \frac{4B}{R} + \frac{4D}{R^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \left(A + \frac{2B}{R} + \frac{D}{R^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] v + \\
& + \left[\left(\frac{A}{R^2} + \frac{B}{R^3} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} - \left(\frac{B}{R^3} + \frac{D}{R^4} \right) \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} - \left(\frac{B}{R} + \frac{2-\nu}{R} D \right) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta} \right] w = \\
& = \frac{1}{R} \left(A^t + \frac{B^t}{R} \right) \frac{\partial T_1}{\partial \theta} + \frac{1}{hR} \left(B^t + \frac{D^t}{R} \right) \frac{\partial T_2}{\partial \theta}, \\
& \left[\frac{\nu A}{R} \frac{\partial}{\partial x} - B \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2} \right) \right] u + \\
& + \left[\left(\frac{A}{R^2} + \frac{B}{R^3} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} - \left(\frac{B}{R^3} + \frac{D}{R^4} \right) \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} - \left(\frac{B}{R} + \frac{2-\nu}{R} D \right) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta} \right] v + \\
& + \left[\frac{A}{R^2} - \frac{2B}{R} \left(\nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) + D \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) \right] w = \\
& = \left[\frac{A^t}{R} - B^t \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] T_1 + \frac{1}{h} \left[\frac{B^t}{R} - D^t \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right] T_2, \quad (1)
\end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
\{A, B, D\} &= \frac{1}{1-\nu^2} \{E_1, E_2, E_3\}; \quad \{A^t, B^t, D^t\} = \frac{1}{1-\nu} \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}; \\
T_j &= \frac{2j-1}{2h^j} \int_{-h}^h t z^{j-1} dz, \quad (j=1,2); \\
E_i &= \int_{-h}^h E(z) z^{i-1} dz; \quad \beta_i = \int_{-h}^h E(z) \alpha_t(z) z^{i-1} dz, \quad (i=1,2,3); \quad (2)
\end{aligned}$$

ν – коефіцієнт Пуассона, який вважаємо сталим; $E(z)$ і $\alpha_t(z)$ – модуль пружності і коефіцієнт теплового лінійного розширення; $t(x, y, z, \tau)$ – температурне поле.

Фізичні рівняння для напружень такі:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) + z \left(\frac{\nu}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - (1+\nu) \alpha_t(z) t \right], \\
\sigma_\theta &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} \left[\nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) + z \left(\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - (1+\nu) \alpha_t(z) t \right], \\
\sigma_{x\theta} &= \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \frac{2}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right) \right). \quad (3)
\end{aligned}$$

Для однозначності розв'язку до системи (1) необхідно долучити граничні умови на краях оболонки.

Система рівнянь теплопровідності. Інтегральні характеристики температури T_1, T_2 у вільних членах системи (1) визначимо з відповідних рівнянь теплопровідності за граничних умов, заданих на поверхнях та на кінцях оболонки. За однакових умов теплообміну між поверхнями $z = \pm h$ і довкіллям з нульовою температурою і відсутності внутрішніх джерел тепла двовимірні рівняння теплопровідності запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} A^\lambda \Delta T_1 + B^\lambda \Delta T_2 + \frac{A^\lambda}{Rh} T_2 - A^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - B^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - 2\alpha_z T_1 &= 0, \\ B^\lambda \Delta T_1 + D^\lambda \Delta T_2 - \frac{A^\lambda}{h^2} T_2 + \frac{B^\lambda}{Rh} T_2 - B^c \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - D^c \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - 2\alpha_z T_2 &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$\{A^\lambda, B^\lambda, D^\lambda\} = \int_{-h}^h \lambda(z) \left\{ 1, \frac{z}{h}, \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right\} dz; \quad \{A^c, B^c, D^c\} = \int_{-h}^h c_v(z) \left\{ 1, \frac{z}{h}, \left(\frac{z}{h}\right)^2 \right\} dz;$$

$\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)$; $\lambda(z)$ – коефіцієнт теплопровідності; $c_v(z)$ – питома об'ємна теплоємність; α_z – коефіцієнт теплообміну на поверхнях $z = \pm h$; τ – змінна часу.

2. Метод розв'язування. Для однозначності розв'язку систем рівнянь термопружності (1) і теплопровідності (4) задамо граничні умови на краях $x = 0$ і $x = l$

$$v = w = 0, \quad N_x = M_x = 0, \quad (5)$$

$$T_1 = T_2 = 0, \quad (6)$$

а також початкові

$$\{T_1, T_2\}_{\tau=0} = \{T_1^0, T_2^0\}, \quad (7)$$

Застосовуючи до системи рівнянь (4) інтегральне перетворення Лапласа за часом і подвійне скінченне перетворення Фур'є за координатами згідно з умовами (6), (7), знайдемо вирази для інтегральних характеристик температури:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{C^*} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(C_3 p_j - g_4) T_{0nm} - (C_2 p_j - g_2) T_{0nm}''}{\rho_i - \rho_j} e^{-p_j \tau} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \\ T_2 &= \frac{1}{C^*} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(C_1 p_j - g_1) T_{0nm} - (C_2 p_j - g_3) T_{0nm}''}{\rho_i - \rho_j} e^{-p_j \tau} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \end{aligned} \quad (8)$$

де

$$g_1 = \Lambda_1 (\mu_n^2 + m^2) \delta^2 + Bi; \quad g_2 = \Lambda_2 (\mu_n^2 + m^2) \delta^2 - \delta \Lambda_1; \quad g_3 = \Lambda_2 (\mu_n^2 + m^2) \delta^2;$$

$$g_4 = \Lambda_3 (\mu_n^2 + m^2) \delta^2 + \Lambda_1 + Bi - \delta \Lambda_2; \quad \{\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3\} = \frac{1}{2h\lambda_0} \{A^\lambda, B^\lambda, D^\lambda\};$$

$$C^* = C_1 C_3 - (C_2)^2; \quad T_0 = C_1 T_1^0 + C_2 T_2^0; \quad T_0'' = C_2 T_1^0 + C_3 T_2^0; \quad \mu_n = \frac{\pi n R}{l}; \quad Bi = \frac{\alpha_z h}{\lambda_0};$$

$$\{C_1, C_2, C_3\} = \frac{1}{2hc_v^0} \{A^c, B^c, D^c\}; \quad \tau' = \frac{\lambda_0 \tau}{c_v^0 h^2}; \quad \delta = \frac{h}{R}; \quad -\rho_1 \text{ і } -\rho_2 \text{ – корені}$$

квадратного рівняння $C^* \rho^2 + [C_1 g_4 + C_3 g_1 - C_2 (g_2 + g_3)] \rho + g_1 g_4 - g_2 g_3 = 0$; λ_0 і c_v^0 – деякі характерні коефіцієнти теплопровідності і теплоємності;

$$T_{inm}^0 = \frac{k_0}{\pi l} \int_0^l \int_{-\pi}^{\pi} T_i^0(x, \theta) \sin \frac{\pi n x}{l} x \cos m \theta dx d\theta, \quad k_0 = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \neq 0, \end{cases} \quad (i = 1, 2). \quad (9)$$

Розв'язок системи рівнянь рівноваги (1), який задовольняє граничні умови (5), за відомого температурного поля (8) знаходимо також методом скінченного подвійного перетворення Фур'є за координатами x, θ . Тоді компоненти переміщень u, v, w через коефіцієнти Фур'є U_{nm}, V_{nm}, W_{nm} отримаємо у вигляді

$$\begin{aligned} u &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_{nm} \cos \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \\ v &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{nm} \sin \frac{\pi n x}{l} \sin m \theta, \\ w &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta. \end{aligned} \quad (10)$$

За відомими компонентами переміщень (10) та інтегральними характеристиками температурного поля (8) визначимо напруження $\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_{x\theta}$ за формулами (3).

Аналіз числових результатів. Як приклад розглянемо тришарову оболонку нерегулярної структури. Нехай фізико-механічні характеристики зовнішніх шарів однакові і дорівнюють $q^{(1)} = \{E^{(1)}, \alpha_i^{(1)}, \lambda^{(1)}, c_v^{(1)}\}$, а внутрішнього – $q^{(2)} = \{E^{(2)}, \alpha_i^{(2)}, \lambda^{(2)}, c_v^{(2)}\}$. Відповідно товщини шарів – h_1, h_2 і $h_3 = h_1$ ($h = 2h_1 + h_2$). Тоді вирази (2) для інтегральних характеристик $A^q = \{E_1, \beta_1, A^\lambda, A^c\}$, $B^q = \{E_2, \beta_2, B^\lambda, B^c\}$ і $D^q = \{E_3, \beta_3, D^\lambda, D^c\}$ через властивості шарів визначаємо за формулами [3]

$$\begin{aligned} A^q &= 2h \left[q^{(2)} - \frac{h_1}{h} (q^{(2)} - q^{(1)}) \right], \quad B^{(2)} = 0, \\ D^q &= \frac{2h^3}{3} \left[q^{(1)} - \left(1 - \frac{h_1}{h} \right)^3 (q^{(2)} - q^{(1)}) \right]. \end{aligned}$$

Числові дослідження виконували для випадку, коли в початковий момент температурне поле задає функція

$$T_1^0(x, \theta) = T^* \cos \frac{\pi}{2d} (x - x_0) \cos \frac{\pi}{2\eta} \theta N(x) N(\theta),$$

$$T_2^0(x, \theta) = 0,$$

де $N(x) = [S_-(x - (x_0 - d)) - S_+(x - (x_0 + d))]$; $N(\theta) = [S_-(\theta + \eta) - S_+(\theta - \eta)]$;

$T^* = \text{const}$; $2d$ і 2η – відповідно ширина і кут області нагріву; $(x_0, 0)$ – координати центра цієї області; $S_+(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$; $S_-(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$.

Тоді з рівнянь (9) одержимо такі вирази для коефіцієнтів Фур'є:

$$T_{1n0}^0 = \frac{4T^* \eta \sin \frac{\pi n x_0}{l} \cos \frac{\pi n d}{l}}{\pi^3 \frac{d}{l} \left[\left(\frac{l}{2d} \right)^2 - n^2 \right]}, \text{ якщо } n \neq \frac{l}{2d},$$

$$T_{1n0}^0 = \frac{2T^* \eta \sin \frac{\pi n x_0}{l}}{\pi^2 n}, \text{ якщо } n = \frac{l}{2d},$$

$$T_{1nm}^0 = \frac{2T^* \sin \frac{\pi n x_0}{l} \cos \frac{\pi n d}{l} \cos m \eta}{\pi \eta \frac{d}{l} \left[\left(\frac{l}{2d} \right)^2 - n^2 \right] \left[\left(\frac{\pi}{2\eta} \right)^2 - m^2 \right]}, \text{ якщо } n \neq \frac{l}{2d}; m \neq \frac{\pi}{2\eta},$$

$$T_{1nm}^0 = \frac{T^* \sin \frac{\pi n x_0}{l} \cos m \eta}{m \eta \left[\left(\frac{\pi}{2\eta} \right)^2 - m^2 \right]}, \text{ якщо } n = \frac{l}{2d}; m \neq \frac{\pi}{2\eta},$$

$$T_{1nm}^0 = \frac{T^* \sin \frac{\pi n x_0}{l} \cos \frac{\pi n d}{l}}{\pi m \frac{d}{l} \left[\left(\frac{l}{2d} \right)^2 - n^2 \right]}, \text{ якщо } n \neq \frac{l}{2d}; m = \frac{\pi}{2\eta},$$

$$T_{1nm}^0 = \frac{T^* \sin \frac{\pi n x_0}{l}}{2nm}, \text{ якщо } n = \frac{l}{2d}; m = \frac{\pi}{2\eta}.$$

За матеріали шарів оболонки взяли метал (Ti-6Al-4V) і кераміку (ZrO₂) [8]. Верхній і нижній шари виготовлені з металу з таким характеристиками: $\nu^{(1)} = 0.3$; $E^{(1)} = 66.2$ GPa; $\alpha_t^{(1)} = 10.3 \cdot 10^{-6}$ 1/K; $\lambda^{(1)} = 18.1$ W/mK; $c_V^{(1)} = 3.56 \cdot 10^6$ J/m³K. Середній шар – з кераміки, для якої $\nu^{(2)} = 0.3$; $E^{(2)} = 117$ GPa; $\lambda^{(2)} = 2.036$ W/mK; $c_V^{(2)} = 3.45 \cdot 10^6$ J/m³K. Значення інших параметрів такі: $h/R = 0.05$, $l/R = 3$, $\eta = \pi/4$, $x_0 = l/2$, $d/l = (R/l) \sin \eta$; $\lambda_0 = \lambda^{(1)}$; $c_V^0 = c_V^{(1)}$.

Для заданих параметрів обчислили значення безрозмірних прогинів

$$W = \frac{W}{R \alpha_t^{(1)} T^*} \text{ і нормальних напружень } \sigma'_1 = \frac{\sigma_x}{E^{(1)} \alpha_t^{(1)} T^*}.$$

Рис. 1 відтворює зміну нормальних напружень σ'_1 залежно від безрозмірної поперечної координати $z' = z/h$ для $\text{Vi} = 1$, $h' = h_2/h_1 = 2$, $x' = x/l = 0.5$, $\theta^\circ = 0$ у різні моменти часу $\tau' = 0.01; 0.5; 1$ і 2 .

Напруження в шарах уздовж товщини лінійні і на межі між ними терплять розрив. У зовнішніх шарах вони стискальні і максимальних значень набувають на поверхні $z' = -1$. У середньому шарі змінюють знак і максимальних значень досягають на межі розділення шарів. З часом напруження зменшуються і вирівнюються по товщині.

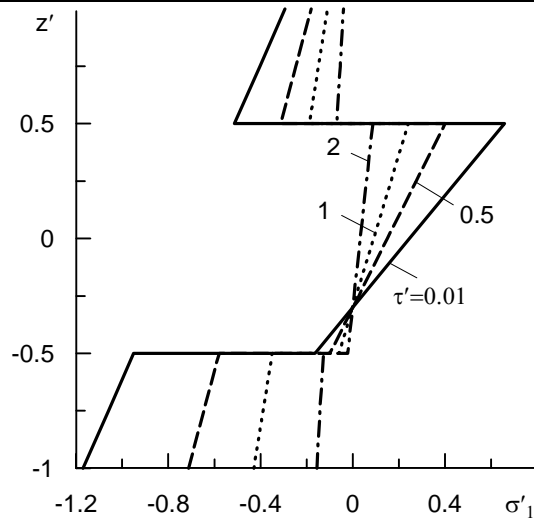


Рис. 1

Зміну напружень σ'_1 на поверхні $z' = -1$ і радіальних прогинів w' у середній поверхні залежно від часу τ' для $h' = 2$ і різних значень коефіцієнта тепловіддачі $Bi = 0.1; 0.2; 0.5; 1$ і 2 ілюструють рис. 2 і 3, а для $Bi = 1$ і різних значень параметра відношення товщин шарів $h' = 1; 10$ і 100 – рис. 4 і 5. Напруження і прогини обчислювали в центрі області нагріву. Очевидно, зі збільшенням тепловіддачі температура оболонки знижується і тому в заданий момент часу напруження і прогини зменшуються.

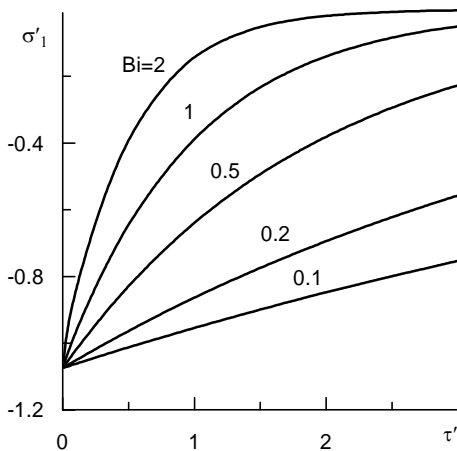


Рис. 2

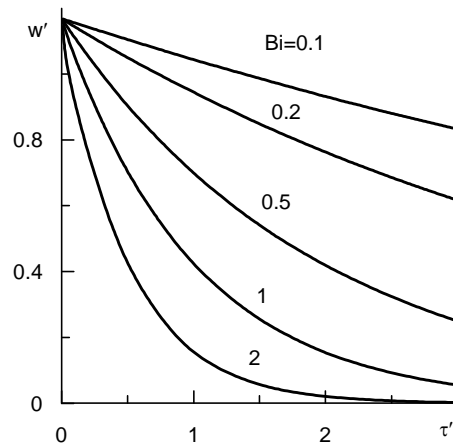


Рис. 3

Зі зменшенням товщини зовнішніх металевих шарів (збільшенням параметра h') посилюється вплив внутрішнього шару із кераміки, тому напруження на поверхнях оболонки збільшуються, а прогини зменшуються, оскільки для кераміки модуль пружності більший, а коефіцієнт теплопровідності менший, ніж для металу.

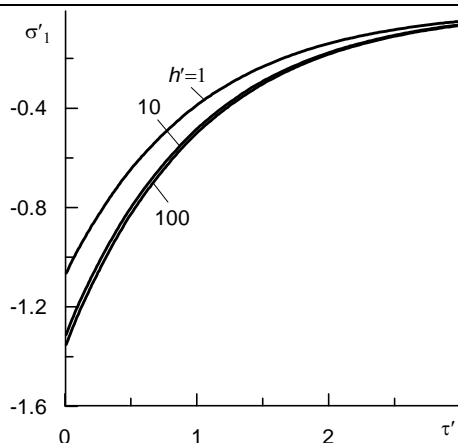


Рис. 4

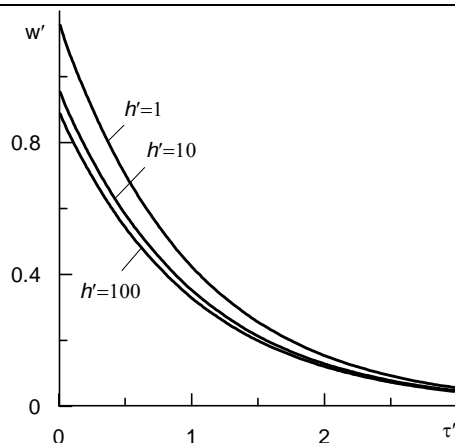


Рис. 5

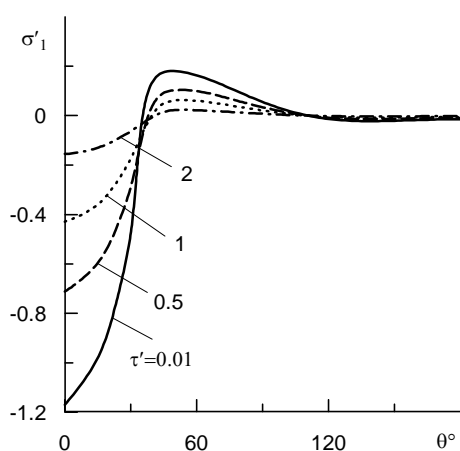


Рис. 6

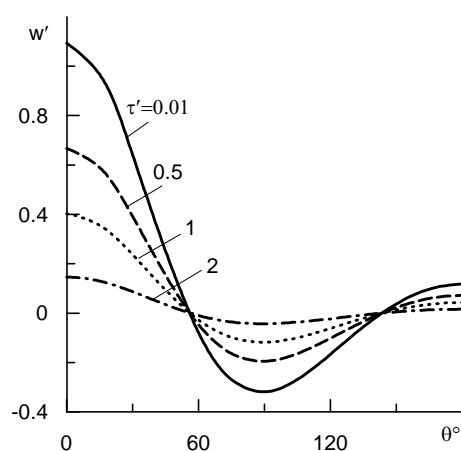


Рис. 7

Рис. 6 і 7 ілюструють зміну, відповідно, нормальних напружень σ'_1 і радіальних прогинів w' уздовж напрямної $x' = 0.5$ у різні моменти часу $\tau' = 0.01; 0.5; 1$. Максимальні додатні прогини і стискальні напруження зафіксовано в центрі області нагріву $\theta^\circ = 0$. За її межами вони змінюють знак, тобто вздовж напрямної стають коливними.

Висновки. На основі лінійної класичної теорії розвинуто методику розв'язування задач термопружності і теплопровідності для шаруватої кругової циліндричної оболонки зі скінченною довжиною, краї якої шарнірно оперті. Методику використано для дослідження напружено-деформованого стану ізотропної тришарової оболонки симетричної структури за нагріву локальним температурним полем, заданим у початковий момент часу. Запропонований підхід придатний для дослідження ефекту релаксації температурних напружень і прогинів для неоднорідних ортотропних елементів конструкцій і тонкостінних конструкцій з покриттями.

- 1 Жидик У. Шарувата поперечно армована циліндрична оболонка за нестационарного нагрівання // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2019. – Вип. 17. – С. 113–120.
- 2 Жидик У. В., Флячок В. М. Температурні поля в пологих оболонках шаруватої структури // Квалілогія книги. – 2017. – № 1 (31). – С. 94–97.

- 3 Коляно Ю. М. Методи теплопровідності та термопружності неоднорідних тіл. – Київ: Наук. думка, 1992. – 280 с.
- 4 Кушнір Р. М., Жидик У. В. Температурні напруження у функціонально градієнтній циліндричній оболонці // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2018. – 54, № 5. – С. 56–65.
- 5 Кушнір Р. М., Николишин М. М., Жидик У. В., Флячок В. М. Моделювання термопружних процесів в неоднорідних анізотропних оболонках з початковими деформаціями // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2010. – 53, № 2. – С. 122–136.
- 6 Ayoubi P., Alibeigloo A. Three-dimensional transient analysis of FGM cylindrical shell subjected to thermal and mechanical loading // J. Thermal Stresses. – 2017. – 40, No. 9. – P. 1166–1183.
- 7 Brischetto S., Carrera E. Coupled thermo-mechanical analysis of one-layered and multilayered isotropic and composite shells // Comp. Model. Engin. Sci. – 2010. – 56, No. 3. – P. 249–301.
- 8 *Encyclopedia of Thermal Stresses* / R. Hetnarski (ed.). – Dordrecht: Springer, 2014. – 6725 p.
- 9 Fazelzadeh S. A., Rahmani S., Ghavanloo E., Marzocca P. Thermoelastic vibration of doubly-curved nano-composite shells reinforced of doubly-curved of doubly-curved nano-composite shells reinforced // J. Thermal Stresses. – 2019. – 42, No. 1. – P. 1–17.
- 10 Li Y., Yang L., Zhang L., Gao Y. Exact thermoelectroelastic solution of layered one-dimensional quasicrystal cylindrical shells // J. Thermal Stresses. – 2018. – 41, No. 10–12. – P. 1450–1467.
- 11 Pandey S., Pradyumna S. Transient stress analysis of sandwich plate and shell panels with functionally graded material core under thermal shock // J. Thermal Stresses. – 2018. – 41, No. 5. – P. 543–567.
- 12 Punera D., Kant T., Desai Y. M. Thermoelastic analysis of laminated and functionally graded sandwich cylindrical shells with two refined higher order models // J. Thermal Stresses. – 2018. – 41, No. 1. – P. 54–79.
- 13 Reddy J. N. *Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis.* – New York: CRC Press, 2004. – 832 p.
- 14 Swaminathan K., Sangeetha D.M. Thermal analysis of FGM plates – a critical review of various modeling techniques and solution methods // Compos. Struct. – 2017. – 160, No. 1. – P. 43–60.
- 15 Thai H. T., Kim S. E. A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells // Compos. Struct. – 2015. – 128. – P. 70–86.
- 16 Tokovyy Y. V., Chyzh A. I., Ma C. C. Thermal analysis of radially-inhomogeneous hollow cylinders vs cylindrical shells // Proceedings of the sixth ACMFMS. Taiwan. – 2018. – P. 216–219.

CALCULATION OF TEMPERATURE STRESSES IN A THREE-LAYER ISOTROPIC CYLINDRICAL SHELL

The stress-strain state of a three-layer isotropic circular thin cylindrical shell under local heating by the temperature field specified at the initial moment of time was studied. For this, a two-dimensional mathematical model of the classical theory of thermoelasticity and thermal conductivity of heterogeneous isotropic shells was used. Using the methods of Fourier and Laplace integral transformations, the solution of the non-stationary problem of thermal conductivity and the quasi-static problem of thermoelasticity for a finite hinged closed cylindrical shell was found. Numerical results are given for a three-layer shell, the outer layers of which are made of metal, and the inner layer is made of ceramics.

Key words: thermoelasticity, layered materials, cylindrical shell.