https://doi.org/10.15407/apmm2020.18.144-149

УДК 539.3

Я. І. Кунець ✉, В. В. Матус, В. О. Міщенко, В. В. Пороховський

ПОШИРЕННЯ ЗГИННИХ ХВИЛЬ У ТОНКІЙ ПЛАСТИНІ ІЗ АНСАМБЛЕМ ВИПАДКОВО РОЗТАШОВАНИХ ОТВОРІВ НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ

Запропоновано підхід для дослідження ефективних параметрів згинних хвиль, що поширюються у тонкій пластині Кірхгофа зі стохастично розподіленими отворами неканонічної форми. Він базується на теорії усереднень Фолді та методі нульового поля для розв'язання задачі дифракції хвиль локальним розсіювачем. Отримано співвідношення для усереднених швидкостей поширення згинних хвиль у пластині та коефіцієнтів їх загасання.

***Ключові слова**: тонка пластина Кірхгофа, стохастично розміщені отвори неканонічної форми, ефективні швидкості та коефіцієнти загасання згинних хвиль, дисперсійні співвідношення Фолді, метод нульового поля.*

Вступ. Вперше задачу про розсіяння згинних хвиль круговим отвором у тонкій пластині, рух якої описує класична теорія Кірхгофа, розглянуто в працях [6, 20]. З розв'язків цієї задачі вдалось виявити важливі для прогнозування міцності неоднорідних пластин особливості розподілу згинних моментів та перерізувальних сил у частотному діапазоні [3, 11, 20]. Перспективи застосування першої антисиметричної моди нормальних хвиль Лемба (згинної хвилі) для неруйнівного контролю тонкостінних елементів різноманітних інженерних конструкцій спричинили подальший розвиток теорії поширення хвиль у пластинах. Отримано інтегральні подання для прогину пластини [1, 4, 7, 9], досліджено особливості перенесення енергії [8, 12, 19], сформульовано оптичну теорему [2, 12], запропоновано метод граничних інтегральних рівнянь [5, 16, 22] та метод нульового поля [17] для розв'язання задач розсіяння. Ці теоретичні результати підтверджені експериментально [14].

В останні роки увага дослідників зосереджена на аналізі особливостей поширення згинних хвиль у тонких пластинах з розташованими у них множинними розсіювачами. Така зацікавленість у формулюванні нових задач обумовлена потребами створення нових матеріалів та пристроїв на основі пластин, зокрема пружних аналогів графена [23], фононних кристалів чи метаматеріалів [13, 18, 24]. У більшості досліджень розсіювачами хвиль були періодично розташовані наскрізні кругові отвори чи включення [13, 18, 24], а також точкові маси, розміщені вздовж лицевих поверхонь пластин [23]. Про стохастичне розташування кругових отворів і їхній вплив на параметри поширення згинних хвиль у тонкій пластині йдеться в праці [21].

У цій статті запропоновано базовану на методі гомогенізації Фолді модель поширення згинних хвиль у тонкій пластині із випадково розподіленими отворами неканонічної форми. Огляд методів усереднення пружних середовищ зі стохастично розташованими розсіювачами пружних хвиль висвітлено раніше [10, 21].

1. **Формулювання задачі**. Розглянемо безмежну тонку пластину з наскрізними отворами, які випадково або впорядковано орієнтовані та мають однакову площу πa^2. Розташовані вони випадково в області Ω, яка є підобластю двовимірної серединної поверхні пластини. Товщина пластини h набагато менша за характерний розмір неоднорідностей та довжин хвиль, що поширюються в ній. У такому випадку виконуються гіпотези Кірхгофа для тонкої пластини [3], а її рух у гармонічному режимі описує двовимірний диференціальний оператор $\Im$:

✉ kunets@iapmm.lviv.ua

$$\Im w(\mathrm{x}) \equiv D\Delta^2 w(\mathrm{x}) - \rho h \omega^2 w(\mathrm{x}) = 0, \quad \mathrm{x} \in \mathbb{R}^2 \setminus \Omega \cup \Omega', \qquad (1)$$

де Δ – диференціальний оператор Лапласа, $\mathrm{x} = (x_1, x_2)$ – двовимірний радіус-вектор точки серединної поверхні пластини, $w(\mathrm{x})$ – прогин пластини в цій точці, (x_1, x_2) – декартові координати, D – циліндрична жорсткість, ρ – густина матеріалу пластини, ω – кругова частота коливань, Ω' – частина області Ω поза отворами.

З безмежності на отвори набігає хвиля згину, джерелом якої є розподілене по деякій області Ω_0 нормальне поперечне навантаження $P(\mathrm{x},\omega) = p(\omega)p_r(\mathrm{x})$, де функція $p(\omega)$ – спектр функції $p(t)$, яка характеризує часову залежність заданого навантаження, а функція $p_r(\mathrm{x})$ – його розподіл в області Ω_0. Центр (r_{in}, θ_{in}) області Ω_0 достатньо віддалений від центра області Ω, який є початком полярної системи координат (r, θ). У такому випадку прогин $w^{in}(\mathrm{x})$ у хвилі, що падає на отвори, можна подати сумою двох складових:

$$w^{in}(\mathrm{x}) = A_1(\omega)\exp[-ikr\cos(\theta - \theta_{in})] + A_2(\omega)\exp[kr\cos(\theta - \theta_{in})], \qquad (2)$$

де

$$A_1(\omega) = A_0 \frac{p(\omega)\exp[i(kr_{in} + \pi/4)]}{k^2 a^2 \sqrt{2\pi k r_{in}}}, \quad A_2(\omega) = -A_0 \frac{p(\omega)\exp(-kr_{in})}{k^2 a^2 \sqrt{2\pi k r_{in}}},$$

$A_0 = 0.25 a^2 D^{-1} \int_{S_0} p_r(\mathrm{x}) dS$ – константа з розмірністю переміщень, $k = \sqrt[4]{\rho h \omega^2 / D}$ – хвильове число згинних коливань пластини.

Таким чином, хвиля збурення складається із біжучої (перший доданок у співвідношенні (3) і неоднорідної (другий доданок)) хвиль. За умови $r_{in} \to \infty$ цю складову можна відкинути під час дослідження амплітуд розсіяння хвиль.

Контури отворів вільні від напружень, що еквівалентно рівності нулю згинальних моментів $M(\mathrm{x})$ та узагальнених перерізальних сил $V(\mathrm{x})$:

$$M(\mathrm{x}) = 0, \quad \mathrm{x} \in S, \quad V(\mathrm{x}) = 0, \quad \mathrm{x} \in S, \qquad (3)$$

$$M(\mathrm{x}) = M_\partial(\mathrm{x}) w(\mathrm{x}), \quad M_\partial(\mathrm{x}) = -D\nu\Delta + D(\nu - 1)\mathrm{n} \cdot \frac{\partial}{\partial n}\mathrm{grad},$$

$$V(\mathrm{x}) = V_\partial(\mathrm{x}) w(\mathrm{x}), \quad V_\partial(\mathrm{x}) = -D\frac{\partial}{\partial n}\Delta - D(1-\nu)\frac{\partial}{\partial l}(\mathrm{n} \cdot \frac{\partial}{\partial l}\mathrm{grad}), \qquad (4)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини, $\mathrm{n} = (n_1, n_2)$ та $\mathrm{l} = (-n_2, n_1)$ – одиничні вектори зовнішньої нормалі та дотичної до контуру S отвору.

Розсіяне локальним отвором поле $w^{sc}(\mathrm{x})$ повинно задовольняти умову випромінювання на безмежності. Розв'язок задачі про розсіяння згинних хвиль отвором у пластині отримано в праці [17] з допомогою методу нульового поля. Для прогину $w^{sc}(\mathrm{x})$ у віддаленій від розсіювача зоні у цьому випадку одержано вирази

$$w^{sc}(\mathrm{x}) \approx A_0 \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{\mathrm{i}(kr - \pi/4)} f(\theta, k), \quad r \to \infty, \qquad (5)$$

$$f(\theta, k) = \sum_{\sigma=1}^{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\sigma, m} \sum_{\sigma', m'} \varepsilon_m A_{1\sigma m}(\theta) T_{1\sigma m, 1\sigma' m'} A_{1\sigma' m'}(\theta_{in}),$$

$$A_{1\sigma m}(\theta) = i^{-m} C_{\sigma m}(\theta), \quad C_{\sigma m}(\theta) = \begin{cases} \cos m\theta, \ \sigma = 1 \\ \sin m\theta, \ \sigma = 2 \end{cases}, \tag{6}$$

де $f(\theta, k)$ – комплексна амплітуда розсіяння згинних хвиль, $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_m = 2$ при $m \geq 1$, $T_{1\sigma m, 1\sigma m}$ – елементи T-матриці [17], початок полярної системи координат (r, θ) розташований у геометричному центрі отвору.

2. **Диференціально-інтегральне рівняння для усередненого поля**. За стохастичного розподілу отворів у пластині переміщення у розсіяній ними хвилі є випадковою функцією. Тоді розв'язок задачі про розсіяння визначають для функцій, усереднених за розташуванням розсіювачів (конфігураційних середніх) [15, 21]. Вважаємо, що розташування конкретного розсіювача не залежить від розташування решти. Повне поле переміщень $w(\mathrm{x}, \mathrm{r})$ за таких умов залежить від просторової змінної x та змінної r, що описує локалізацію неоднорідностей. Випадковий характер розташування розсіювача описує функція густини ймовірності $p(\mathrm{r})$. Тоді середнє значення для $w(\mathrm{x}, \mathrm{r})$ буде:

$$\langle w(\mathrm{x}) \rangle = \int_{\Omega} w(\mathrm{x}, \mathrm{r}) p(\mathrm{r}) d\mathrm{r}. \tag{7}$$

Густина ймовірності повинна задовольняти умову

$$\int_{\Omega} p(\mathrm{r}) d\mathrm{r} = 1. \tag{8}$$

За однорідного розподілу розсіювачів в області Ω маємо:

$$p(\mathrm{r}) = 1 / S_{\Omega}, \tag{9}$$

де S_{Ω} – площа, яку займає область Ω.

Рівняння для усередненого поля переміщень в області, що містить однорідно розподілені розсіювачі, отримано в праці [15] за умови, що розсіяння характеризується малим параметром. У нашому випадку цим параметром є кількість n_0 отворів на одиницю площі пластини, а тому рівняння для $\langle w(\mathrm{x}) \rangle$ має вигляд

$$\Im \langle w(\mathrm{x}) \rangle - n_0 \int_{\Omega} \Im \ w^{sc}(\mathrm{x}; \mathrm{r}, \langle w \rangle) d\mathrm{r} = 0, \quad \mathrm{x} \in \Omega, \tag{10}$$

де $w^{sc}(\mathrm{x}; \mathrm{r}, \langle w \rangle)$ – хвильове поле, розсіяне неоднорідністю, центр якої розташований у точці r і яка збурюється полем, що за гіпотезою Фолді [10, 21] дорівнює усередненому полю $\langle w \rangle$.

Переміщення $w^{sc}(\mathrm{x}; \mathrm{r}, \langle w \rangle)$ у розсіяній хвилі подамо інтегральним співвідношенням [9], яке із урахуванням умов (3) має вигляд

$$w^{sc}(\mathrm{x}; \mathrm{r}, \langle w \rangle) = \int_{S} \left[V^G(\mathrm{x}, \mathrm{r} + \mathrm{X}) w(\mathrm{r} + \mathrm{X}) - M^G(\mathrm{x}, \mathrm{r} + \mathrm{X}) \frac{\partial w(\mathrm{r} + \mathrm{X})}{\partial n} \right] dl(\mathrm{X}) \tag{11}$$

де M^G та V^G – згинний момент та узагальнена перерізальна сила, які обчислюють за формулами (4) і відповідають прогину $G(\mathrm{x}, \mathrm{x}')$, що є фундаментальним розв'язком рівняння згинних коливань:

$$\Im G(\mathrm{x}, \mathrm{x}') = \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}'), \tag{12}$$

де $\delta(\mathrm{x})$ – дельта-функція Дірака.

Інтегральне подання (11) відповідає отворам однакової орієнтації. У протилежному випадку усереднюємо його за кутом φ, що характеризує орієнтацію отворів:

$$\left\langle w^{sc}\left(\mathrm{x};\mathrm{r},\langle w\rangle\right)\right\rangle = \int_0^{2\pi} w^{sc}\left(\mathrm{x};\mathrm{r},\langle w\rangle\right)p(\varphi)\,d\varphi, \qquad (13)$$

де $p(\varphi)$ – густина ймовірності, яка задовольняє умову нормалізації

$$\int_{-\pi}^{\pi} p(\varphi)\,d\varphi = 1. \qquad (14)$$

За рівномірного розподілу орієнтації отворів маємо $p(\varphi) = 1/(2\pi)$.

3. **Ефективні характеристики поширення згинних хвиль**. Внаслідок усереднення частину пластини, що містить випадково розташовані розсіювачі, можна розглядати як однорідну, де поширюється хвиля $\langle w(\mathrm{x})\rangle$, що задовольняє рівняння (10). Ефективні динамічні параметри такої пластини визначимо з умов поширення в ній гармонічних хвиль. Отримуємо їх, підставляючи вираз

$$\langle w(\mathrm{x})\rangle = A\exp(i\mathrm{K}\cdot\mathrm{x}) \qquad (15)$$

у рівняння (10) і розв'язавши його відносно ефективного хвильового вектора $\mathrm{K} = K(\cos\beta,\sin\beta)$, де K – ефективне хвильове число згинних хвиль.

Невідомі прогини $w(\mathrm{r}+\mathrm{X})$ та кути повороту $\dfrac{\partial w(\mathrm{r}+\mathrm{X})}{\partial n}$ на контурі розсіювача є лінійними функціями від збурення (15), а тому

$$w(\mathrm{r}+\mathrm{X}) = A\exp(i\mathrm{K}\cdot\mathrm{r})\,w(\mathrm{X}), \quad \frac{\partial w(\mathrm{r}+\mathrm{X})}{\partial n} = A\exp(i\mathrm{K}\cdot\mathrm{r})\frac{\partial w(\mathrm{X})}{\partial n}. \qquad (16)$$

Із урахуванням співвідношень (12), (16) розсіяне поле (11) запишемо так:

$$\Re\left(\langle w\rangle;\mathrm{x},\mathrm{r}\right) = A\exp(i\mathrm{K}\cdot\mathrm{r})\int_S\left[V_\partial(\mathrm{r})\,w(\mathrm{X}) - M_\partial(\mathrm{r})\frac{\partial w(\mathrm{X})}{\partial n}\right]\delta(\mathrm{x}-\mathrm{r}-\mathrm{X})\,dl(\mathrm{X})$$

Беручи до уваги властивості дельта-функції, рівняння (10) подамо у вигляді

$$K^4 - k^4 = -D^{-1}n_0\int_S\left[\bar{V}w(\mathrm{X}) + \bar{M}\frac{\partial w(\mathrm{X})}{\partial n}\right]\exp(-i\mathrm{K}\cdot\mathrm{X})\,dl(\mathrm{X}), \qquad (17)$$

де

$$\bar{M} = DK^2\left[\nu + (\nu-1)\left(-n_1n_2\sin 2\beta + n_2^2\cos^2\beta + n_2^2\sin^2\beta\right)\right],$$

$$\bar{V} = DK^3\Big\{i\,(n_1\cos\beta + n_2\sin\beta) + i(\nu-1)\Big[n_1n_2(\cos^2\beta - \sin^2\beta)\times$$

$$\times(-n_2\cos\beta + n_1\sin\beta) + +(n_2^2 - n_1^2)(-n_2\cos\beta + n_1\sin\beta)\cos\beta\sin\beta\Big]\Big\}.$$

Інтеграл у співвідношенні (17) пропорційний амплітуді розсіяння згинних хвиль у напрямку поширення хвилі, що набігає на отвір. Отже,

$$K^4 - k^4 = -16iK^2a^{-2}\pi^{-1}c_0 f(\beta,K), \qquad (18)$$

де $c_0 = n_0\pi a^2$ – частка отворів в одиниці площі пластини. Оскільки концентрація отворів мала ($c_0 << 1$), то невідоме хвильове число K можна визначити із трансцендентного рівняння (18) ітераційно, поклавши на першій ітерації у його правій частині $K = k$:

$$(Ka)^2 = \pm\left[(ka)^2 - 4i\pi^{-1}c_0 f(\beta,k)\right]. \qquad (19)$$

Дисперсійне рівняння (19) має два корені – дійсний та суто уявний. Це обумовлює поширення в однорідній пластині, яка є ефективним еквівалентом пластини із випадково розташованими розсіювачами, гармонічної хвилі, що складається із біжучої та неоднорідної (заникальної):

$$\langle w \rangle = A(\omega)\exp(iK_0 x) + A^*(-\omega)\exp(-K_0 x),$$

де

$$\frac{K_0}{k} = \sqrt{1 - 4i\pi^{-1}(ka)^{-2} c_0 f(\beta, k)} \approx 1 - c_0 \frac{2i}{\pi (ka)^2} f(\beta, k), \tag{20}$$

значення x змінюються вздовж осі, що паралельна напрямку поширення хвилі, зірочкою позначено комплексно спряжену величину.

Співвідношення (19) визначає ефективне хвильове число згинних хвиль у пластині із випадково розташованими отворами неканонічної форми. Воно відоме в літературі як дисперсійне співвідношення Фолді [21]. Аналогічний вираз отримано в праці [21] для пластини із довільно розташованими круговими отворами.

Поширення хвилі у пластині характеризує її швидкість та загасання амплітуди, які пов'язані із хвильовим числом згинних хвиль співвідношенням

$$K_0(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} + i\,\alpha(\omega), \quad c(\omega) = \frac{\omega}{\mathrm{Re}\left[K_0(\omega)\right]}, \quad \alpha(\omega) = \mathrm{Im}\left[K_0(\omega)\right]. \tag{21}$$

Таким чином, обчисливши хвильове число за формулою (20), із формули (21) визначаємо ефективну швидкість та коефіцієнт загасання згинних хвиль у пластині із випадково розподіленими отворами неканонічної форми.

Висновки. Запропоновано метод визначення ефективних фазових швидкостей та коефіцієнтів загасання згинних хвиль у тонкій пластині із рівномірно розподіленими отворами неканонічної форми за впорядкованої або випадкової орієнтації. Він поєднує метод нульового поля для обчислення амплітуд розсіяння хвиль та статистичний метод усереднення для визначення дисперсійних співвідношень поширення згинних хвиль. Ефективні параметри визначено із трансцендентного рівняння для ефективного хвильового числа згинних хвиль. Це рівняння містить амплітуду розсіяння хвиль для локального розсіювача, що збуджується плоскою хвилею, поширення якої характеризує шукане ефективне хвильове число. За малої концентрації отворів у пластині ефективне хвильове число визначено через відому амплітуду розсіяння плоскої хвилі, що поширюється у пластині із поодиноким отвором.

1. *Белинский Б. П., Коузов Д. П.* О формулах типа формул Грина для изгибно колеблющейся пластины // Акуст. журн. – 1981. – 27, № 5. – С. 710–718.
2. *Белинский Б. П.* Оптическая теорема для рассеяния волн в упругой пластине // Записки науч. сем. ЛОМИ – 1981. – 104. – С. 20–23.
   Те саме: *Belinskii B. P.* Optical theorem for the scattering of waves in an elastic plate // J. Sov. Math. – 1982. – 20, No. 1. – P. 1758–1760, https://doi.org/10.1007/BF01119356
3. *Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А.* Дифракция упругих волн. – Киев: Наук. думка, 1978. – 308 с.
4. *Дюво Г., Лионс Ж.-Л.* Неравенства в механике и физике. – Москва: Наука, 1980. – 384 с.
5. *Зозуля В. В., Лукин А. Н.* О расчете пластин методом граничных элементов // Прикл. механика – 1997. – 33, № 3. – С. 79–83.
6. *Коненков Ю. К.* Дифракция изгибной волны на круговом препятствии в пластине // Акуст. журн. – 1964. – 10, № 2. – С. 186–190.
7. *Ковинская С. И., Никифоров А. С.* Применение метода граничных интегральных уравнений к решению задач об изгибных колебаниях пластин // Акуст. журн. – 1984. – 30, № 5. – С. 707–709.
8. *Коузов Д. П., Лукьянов В. Д.* О векторе потока энергии для изгибных колебаний пластины // Прикл. математика и механика. – 1976. – 40, № 6. – С. 1131–1135.
   Те саме: *Kouzov D. P., Lukyanov V. D.* On the energy flux vector for bending vibration of a plate // J. Appl. Math. Mech. – 1976. – 40, No. 6. – P. 1073–1077,

https://doi.org/10.1016/0021-8928(76)90153-2

9. *Лямшев Л. М.* К теории колебаний неоднородных упругих пластин // Акуст. журн. – 1964. – 10, № 1. – С. 81–87.
10. *Назарчук З. Т., Куриляк Д. Б., Михаськів В. В., Синявський А. Т., Чекурін В. Ф.* Математичне моделювання взаємодії фізичних полів із дефектами матеріалу. – Львів: Простір-М, 2018. – 512 с.
11. *Швец Р. Н.* Динамические напряжения изгиба в тонкой пластинке с инородным включением // Физ.-хим. механика материалов – 1971. – 7, № 1. – С. 82–85.
    Те саме: Shvets R. N. Dynamic flexural stresses in a thin plate with foreign inclusions // Sov. Mater. Sci. – 1973. – 7, No. 1. – P. 78–80, https://doi.org/10.1007/BF00723020
12. *Bobrovnitskii Yu. I.* Calculation of the power flow in flexural waves on thin plates // J. Sound Vib. – 1996. – 194, No. 1. – P. 103–106, https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0347
13. *Cai L.-W.*, *Hambric S. A.* Multiple scattering of flexural waves on thin plates // ASME J. Vib. Acoust. – 2016. – 138, No. 1. – Art. 011009. – 10 p., https://doi.org/10.1115/1.4031535.
14. *Fromme P., Sayir M. B.* Measurement of the scattering of a Lamb wave by a through hole in a plate // J. Acoust. Soc. Am. – 2002. – 111, No. 3. – P. 1165–1170, https://doi.org/10.1121/1.1448338
15. *Hudson J. A.* Overall properties of a cracked solid // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. – 1980. – 88, No. 2. – P. 371–384, https://doi.org/10.1017/S0305004100057674
16. *Katsikadelis J. T.* A boundary element solution to the vibration problem of plates // J. Sound Vib. – 1990. – 141, No. 2. – P. 313–323, https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90842-N
17. *Matus V. V., Emets V. F.* *T*-matrix method formulation applied to the study of flexural waves scattering from a through obstacle in a plate // J. Sound Vib. – 2010. – 329, No. 14. – P. 2843–2850, https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.01.004
18. *Misseroni D., Movchan A. B., Bigoni D.* Omnidirectional flexural invisibility of multiple interacting voids in vibrating elastic plates // Proc. R. Soc. A – 2019. – 475, No. 2229, Art. 20190283, https://doi.org/10.1098/rspa.2019.0283
19. *Norris A. N., Vemula C.* Scattering of flexural waves on thin plates // J. Sound Vib. – 1995 – 181, No. 1. – P. 115–125, https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0129
20. *Pao Y.-H., Chao C. C.* Diffractions of flexural waves by a cavity in an elastic plate // AIAA J. – 1964. – 2, No. 11. – P. 2004–2010, https://doi.org/10.2514/3.2716
21. *Parnell W. J., Martin P. A.* Multiple scattering of flexural waves by random configurations of inclusions in thin plates // Wave Motion. – 2011. – 48, No. 2 – P. 161–175, https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2010.10.004
22. *Smith M. J. A., Meylan M. H., McPhedran R. C.* Scattering by cavities of arbitrary shape in an infinite plate and associated vibration problems // J. Sound Vib. – 2011 – 330, No. 16. – P. 4029–4046, https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.03.019
23. *Torrent D.*, *Mayou D.*, *Sanchez-Dehesa J.* Elastic analog of graphene: Dirac cones and edge states for flexural waves in thin plates // Phys. Rev. B – 2013. – 87, No. 11 – P. 115143-1–115143-8, https://doi.org/10.1103/PhysRevB.87.115143
24. *Wang Z., Biwa S.* Multiple scattering and stop band characteristics of flexural waves on a thin plate with circular holes // J. Sound Vib. – 2018 – 416. – P. 80–93, https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.11.040

PROPAGATION OF BENDING WAVES IN A THIN PLATE WITH AN ENSEMBLE OF RANDOMLY LOCATED HOLES OF NON-CANONICAL FORM

An approach for studying the effective parameters of bending waves propagating in a thin Kirchhoff plate with stochastically distributed holes of noncanonical shape is proposed. It is based on Foldy's averaging theory and the null-field method for solving the problem of wave diffraction by a local scatterer. The relations for the average velocities of propagation of bending waves in the plate and their attenuation coefficients are obtained.

Key words: Kirchhoff's thin plate, stochastically distributed holes of non-canonical shape, effective velocities and attenuation coefficients of bending waves, Foldy dispersion relations, zero field method.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
11.10.20