Л. М. Сеньків , В. В. Дяків

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНОЇ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ТРІЩИНОЮ ВЗДОВЖ ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ

З допомогою методу дисторсій і аналога δ_c -моделі пружно-пластичну задачу про напружено-деформований стан ортотропної пружно-пластичної циліндричної оболонки з тріщиною вздовж гвинтової лінії зведено до нелінійної системи сингулярних інтегральних рівнянь. Досліджено залежності розкриття тріщини і розмірів пластичної зони від геометричних і механічних параметрів.

Ключові слова: пружно-пластична циліндрична оболонка, внутрішня тріщина вздовж гвинтової лінії, метод дисторсій.

На руйнування тонкостінних твердих тіл суттєво впливають концентратори напружень, зокрема тріщини. При цьому великі навантаження призводять до пластичного течіння матеріалу в околі тріщин, яке треба враховувати, розраховуючи міцність тонкостінних твердих тіл.

1. Формулювання задачі. Розглядаємо задачу про напружений стан замкнутої непологої циліндричної ортотропної оболонки з довільно орієнтованим розрізом. Віднесемо серединну поверхню оболонки радіуса R і товщиною 2h до ортогональної системи координат $\alpha_1 O \alpha_2$, де α_1 і α_2 – відстані відповідно вздовж твірної і напрямного кола [11].

Оболонка послаблена тріщиною довжиною $2l_0$, слід Γ середини тріщини на серединній поверхні оболонки є відрізком гвинтової лінії, що утворює кут φ з координатною лінією $\alpha_1 = \text{const.}$ Параметричне рівняння лінії розрізу Γ запишемо так:

$$\alpha_{i} = \xi_{i} (\lambda) = (-1)^{i} v_{3-i} \lambda + \alpha_{i}^{0}, \quad i = 1, 2,$$
(1)

де $n_1 = \cos \varphi$, $n_2 = \sin \varphi$, λ — віднесена до R довжина (зі знаком) відрізка дуги Γ , яку вимірюють від її центра (α_1^0, α_2^0) , $|\lambda| \le \lambda_0$, де $\lambda_0 = l_0/R$ — віднесена до радіуса R півдовжина Γ .





Нехай оболонка знаходиться під дією зовнішнього навантаження і до берегів розрізу прикладені рівні за значеннями, але протилежно напрямлені зусилля і моменти, а зовнішнє навантаження викликає вузькі смуги пластичних деформацій, які розташовані на продовженнях тріщини по всій товщині оболонки. Під час деформації береги тріщини не контактують.

Тепер згідно з аналогом δ_с-моделі [2, 6]

(рис. 1) вузькі смуги пластичності на продовженнях тріщини моделюємо поверхнями розриву пружних узагальнених переміщень (переміщень серединної поверхні та кутів повороту нормалі до неї), тобто фіктивними тріщинами, а реакцію матеріалу пластичної зони на пружний об'єм — невідомими нормальним і зсувним зусиллями N_{y}^{n} , N_{yr}^{n} , згинним та крутним

⊠ lesiasenkiv@gmail.com

ISSN 1810-3022. Прикл. проблеми мех. і мат. - 2019. - Вип. 17. - С. 60-67.

моментами $M^n_{\nu}, M^n_{\nu\tau}$, а також перерізувальною силою Q^n_{ν} , n = 2, 3, які протидіють розкриттю тріщини і задовольняють відповідні умови пластичності тонких оболонок.

Таким чином, задачу про пружно-пластичну граничну рівновагу оболонки з тріщиною заданої довжини $2l_0$ зведено до задачі про пружну рівновагу оболонки з тріщиною невідомої довжини $l_1^1 + l_1^2 = 2l_0 + l_{1p} + l_{2p}$ (l_{1p} та l_{2p} – невідомі довжини фіктивних тріщин на продовженні реальної), на берегах якої виконуються умови

$$\overline{f}(\lambda) = \begin{cases}
\overline{T}^{1}(\lambda) - \overline{T}^{0}(\lambda), & \forall \lambda : R\lambda \in 2l_{0}, \\
-\overline{T}^{0}(\lambda) + \overline{T}^{2}, & \forall \lambda : R\lambda \in l_{1p}, \\
-\overline{T}^{0}(\lambda) + \overline{T}^{3}, & \forall \lambda : R\lambda \in l_{2p},
\end{cases}$$
(2)

де

$$\overline{\overline{T}} = \left(N_{\nu}, N_{\nu\tau}, Q_{\nu}, R^{-1}M_{\nu}, R^{-1}M_{\nu\tau}\right).$$

Індексом «0» біля зусиль й моментів позначено компоненти основного напруженого стану, що викликані зовнішнім навантаженням в оболонці без тріщини; верхнім індексом «1» — зусилля й моменти, прикладені до берегів реальної тріщини; верхніми індексами «2» та «3» — невідомі зусилля й моменти, що прикладені до берегів фіктивних тріщин l_{pi} , i = 1, 2, які задовольняють умови пластичності.

2. Зведення задачі до системи інтегральних рівнянь. Моделюючи оболонку з розрізами суцільною оболонкою [4, 7, 8], в якій на місці розрізів зосереджені внутрішні джерела напружень, а також беручи за вихідні рівняння теорії Кірхгофа-Лява, отримаємо систему трьох диференціальних рівнянь у переміщеннях для ортотропної оболонки з власними напруженнями:

$$\sum_{k=1}^{3} L_{nk} u_k = RF_n(\varepsilon_{mi}^0, x_{mi}^0), \quad n = 1, 2, 3,$$
(3)

де L_{nk} – симетричні диференціальні оператори не вище четвертого порядку, які містять пружні сталі оболонки, параметр тонкостінності $c_0 = h / (\sqrt{3}R); u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$ – переміщення серединної поверхні оболонки; $\varepsilon_{mn}^0, x_{mn}^0$ – дисторсії, якими моделюємо розріз.

З використанням операторного методу розв'язок системи знаходимо через ключові функції ϕ_i , ψ_i , i = 1, 2, 3, які є згорткою по серединній поверхні оболонки компонент поля дисторсій з 2π -періодичним фундаментальним розв'язком $G(\alpha, \beta)$ системи (3):

$$\overline{\phi}(\alpha,\beta) = \iint \overline{\varepsilon}(\xi,\zeta) G(\xi-\alpha,\zeta-\beta) d\xi d\zeta,$$

$$\overline{\psi}(\alpha,\beta) = \iint \overline{x}(\xi,\zeta) G(\xi-\alpha,\zeta-\beta) d\xi d\zeta,$$
 (4)

Тут $\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3), \quad \overline{\psi} = (\psi_1, \psi_2, \psi_3), \quad \overline{\varepsilon} = (\varepsilon_{11}^0, \varepsilon_{12}^0, \varepsilon_{22}^0), \quad \overline{x} = (x_{11}^0, x_{12}^0, x_{22}^0)$ вектори компонент поля дисторсій [4]. Фундаментальний розв'язок системи (1) має вигляд [5]

$$G(\alpha,\beta) = -\frac{1}{2\pi} \operatorname{Im}\left[g_0(\alpha) + 2\sum_{k=1}^{\infty} g_k(\alpha) e^{ik\beta \operatorname{sgn}\alpha} \right],$$
(5)

$$g_k(lpha) = egin{cases} &\sum_{n=1}^2 rac{1}{\Delta'_{kn}} igg(e^{-s_{pn}|lpha|} - \sum_{m=0}^3 rac{(s_{pn}|lpha|)^m}{m\,!} igg), & k = 0, 1, \ &\sum_{n=1}^4 rac{e^{-s_{pn}|lpha|}}{\Delta'_{kn}}, & k > 1, \end{cases}$$

тут s_{kn} — корені характеристичного полінома Δ_{kn} , які залежать від параметра тонкостінності оболонки $c_0 = h/\sqrt{3R}$ і пружних сталих її матеріалу [9].

Нехай $\overline{N} = (\overline{N}_1, \overline{S}, \overline{N}_2), \quad \overline{M} = (\overline{M}_1, \overline{H}, \overline{M}_2)$ — вектори зусиль і моментів, що діють уздовж координатних ліній α_1, α_2 [4]. Тут $\overline{N}_1, \overline{N}_2$ — розтягувальні зусилля; \overline{S} — перерізувальна сила; $\overline{M}_1, \overline{M}_2$ — згинні моменти, \overline{H} — крутний момент. Визначимо їх через ключові функції $\varphi_i, \psi_i, i = 1, 2, 3$:

$$\overline{N} = \left(N_{\varphi}\overline{\phi} + N_{\psi}\overline{\psi}\right), \ M = \left(M_{\varphi}\overline{\phi} + M_{\psi}\overline{\psi}\right), \tag{6}$$

де матриці N_{ϕ} , N_{ψ} , M_{ϕ} , M_{ψ} є диференціальними операторами восьмого порядку, які залежать від параметра c_0 і пружних сталих матеріалу оболонки [8].

Оболонка знаходиться під дією зовнішнього навантаження і до берегів розрізу прикладені рівні за значеннями, але протилежно напрямлені нормальне і зсувне зусилля N_v , $N_{v\tau}$, згинний та крутний моменти M_v , $M_{v\tau}$, а також перерізувальна сила Q_v ; v і τ – нормаль і дотична до контуру Γ . В теорії оболонок Кірхгофа-Лява як граничні умови задають чотири узагальнені величини \tilde{N}_v , $\tilde{N}_{v\tau}$, \tilde{M}_v та \tilde{Q}_v :

$$\tilde{N}_{\nu} = N_{\nu} - \frac{M_{\nu\tau}}{R}, \ \tilde{N}_{\nu\tau} = N_{\nu\tau} + \frac{M_{\nu\tau}}{R}, \ \tilde{M}_{\nu} = M_{\nu}, \ \tilde{Q}_{\nu} = Q_{\nu} + \frac{dM_{\nu\tau}}{ds_{\tau}},$$
(7)

де $\frac{d}{ds_{\tau}} = -n_2\partial_1 + n_1\partial_2$ — похідна по дотичній до контуру Γ , а n_1 та n_2 — напрямні косинуси одиничного вектора зовнішньої нормалі до цього контуру.

Вважатимемо, що до берегів реальної тріщини прикладено симетричне навантаження: $\tilde{N}_{_{\rm VT}}=0$ та $\tilde{Q}_{_{\rm V}}=0$.

З урахуванням (6) ці зусилля і моменти виразимо через N_i , M_i , S та H за допомогою матриць перетворення координат W [8], елементами яких, крім n_1 і n_2 , є похідні по нормалі до гвинтової лінії $\partial_v = -n_2\partial_1 + n_1\partial_2$ та дотичної до неї $\partial_\tau = n_1\partial_1 + n_2\partial_2$:

$$\overline{T} = V\overline{N} + R^{-1}W\overline{M}.$$
(8)

Тут

$$\overline{T} = (f_1, f_2, f_3, f_4) = (N_v, N_{v\tau}, R^{-1}M_v, Q_v).$$
(9)

За переходу через лінію розрізу зусилля і моменти є неперервними, а переміщення і кути повороту мають розриви першого роду, диференціюючи їх як узагальнені функції [4], виразимо компоненти тензора дисторсій через зосереджені на лінії розрізу функціонали, густини яких є комбінаціями стрибків переміщень і кутів повороту:

$$\begin{split} \varepsilon_{ii}^{0} &= \frac{1}{R} (n_{i} [u_{i}], \delta)_{L}, \quad \varepsilon_{12}^{0} &= \frac{1}{R} (-n_{2} [u_{1}] + n_{1} [u_{2}], \delta)_{L}, \\ x_{ii}^{0} &= -\frac{1}{R} \left\{ (n_{i} [\theta_{i}], \delta)_{L} + \frac{1}{R} (n_{i} [w], \partial_{i})_{l} \right\}, \\ x_{12}^{0} &= -\frac{1}{R^{2}} \left\{ (n_{i} [\partial_{j} w], \delta)_{L} + (n_{j} [w], \delta)_{L} - (n_{1} [u_{2}], \delta)_{L} \right\}, \\ &\qquad i = 1, 2, \quad j = 3 - i \,. \end{split}$$
(10)

Тут

$$[y] = [y(\lambda)] = y(\xi_1 + n_1 0, \xi_2 + n_2 0) - y(\xi_1 - n_1 0, \xi_2 - n_2 0),$$

 $|\lambda| < \lambda_0$, $[y(\pm \lambda_0)]$ — стрибок функції $y(\alpha_1, \alpha_2)$ за переходу через лінію розрізу,

$$(s,S)_L = \int_{-\lambda_1^2}^{\lambda_1^1} s(\lambda) S(\alpha_1 - \xi_1(\lambda), \alpha_2 - \xi_2(\lambda)) d\lambda, \qquad (11)$$

 $\delta = \delta(\alpha_1) \, \delta(\alpha_2), \ \{\partial_j w\}$ — звичайна похідна від функції $w(\alpha_1, \alpha_2).$

З урахуванням виразів (2), (4), (8) для узагальнених зусиль і моментів, що діють на берегах розрізу, запишемо інтегральні подання, де густинами є невідомі узагальнені переміщення на лінії розрізу $[u_v], [u_\tau], [\theta_v], [w],$ через які виразимо за допомогою матриць, обернених до V, W, узагальнені переміщення $[u_1], [u_2], [w], [\theta_1], [\theta_2]$ [8].

Враховуючи умови однозначності переміщень і кутів повороту у вершинах розрізу та задовольняючи граничні умови на берегах розрізу, після деяких перетворень отримаємо систему чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь для визначення невідомих стрибків переміщень:

$$\frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{4} \int_{-\lambda_1^2}^{\lambda_1^j} h_j(\lambda) K_{ij}(\lambda - y) d\lambda = F_i(y).$$
(12)

 ${\rm Tyt} \ \ h_1 = \frac{d}{ds_\tau} \big[u_\nu \big]; \ \ h_2 = \frac{d}{ds_\tau} \big[u_\tau \big]; \ \ h_3 = \frac{d}{ds_\tau} \big[\theta_\nu \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ F_i(y) = f_i(y) \, , \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ \ h_4 = \frac{d^2}{d^2 s_\tau} \big[w \big]; \ h_4 =$

i = 1, 2, 3; $F_4(y) = \int f_4(y) \, dy + C$, де $f_4(y)$ – перерізувальна сила; C – стала інтегрування.

Ядра системи (11), які є симетричними і залежать від параметра тонкостінності, пружних характеристик матеріалу та кута *ф*, мають вигляд

$$K_{ij}\left(z\right) = \frac{r_{ij}}{z} + \lambda_0 K_{ij}^0\left(z\right)$$

де $K_{ij}^{0}(z)$ – регулярна частина ядер. Величини r_{ij} і $K_{ij}^{0}(z)$ залежать від відношення h/R, а також пружних характеристик матеріалу.

Розв'язки системи сингулярних інтегральних рівнянь (12) повинні задовольняти умови

$$\int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} h_j(\lambda) d\lambda = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4;$$

$$\int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} h_4(\lambda)\lambda \,d\lambda = 0\,,\tag{13}$$

які забезпечують неперервність узагальнених переміщень у вершинах тріщини.

Згідно з δ_c -моделлю в системі (11) невідомі розміри зон пластичних деформацій $\lambda_{1p} = l_{1p}/R$ та $\lambda_{2p} = l_{2p}/R$, зусилля $\tilde{N}_v^{(n)}$, $\tilde{S}_v^{(n)}$, $\tilde{Q}_v^{(n)}$, а також моменти $\tilde{M}_v^{(n)}$, що відповідають реакції пластичних зон на пружний об'єм і задовольняють певну умову пластичності тонких оболонок [3, 11].

Наприклад, умову Треска у вигляді пластичного поверхневого шару

$$\frac{N}{2h\sigma_T} + \frac{3M}{2h^2\sigma_T} = 1 \tag{14}$$

або пластичного шарніра

$$\left(\frac{N}{2h\sigma_T}\right)^2 + \frac{|M|}{h^2\sigma_T} = 1 \tag{15}$$

де σ_{T} – границя плинності матеріалу вздовж гвинтової лінії.

Умови пластичності (14) або (15) використовуємо для визначення довжин пластичних зон l_{1p} та l_{2p} . Для пошуку невідомих $\tilde{N}_{v}^{(n)}$, $\tilde{S}_{v}^{(n)}$, $\tilde{Q}_{v}^{(n)}$, $\tilde{M}_{v}^{(n)}$, n = 2,3, застосуємо умови скінченності напружень біля вершини фіктивної тріщини.

Для цього достатньо, щоб коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів дорівнювали нулю в обох вершинах фіктивних тріщин, тобто [3]

$$K_{\tilde{N}_{v}} = 0; \quad K_{\tilde{S}_{v}} = 0; \quad K_{\tilde{Q}_{v}} = 0; \quad K_{\tilde{M}_{v}} = 0.$$
 (16)

Таким чином, задачу про граничну рівновагу ортотропної пружнопластичної циліндричної оболонки з внутрішньою тріщиною довільної конфігурації зведено до сумісного розв'язання системи інтегральних рівнянь (12), умов однозначності переміщень (13), умов пластичності (14) або (15) та умов обмеженості напружень (16).

Слід зауважити, що в системі (12) невідомі границі інтегрування λ_1^1 та λ_1^2 , оскільки невідомі розміри пластичних зон. Крім цього, праві частини інтегральних рівнянь (11) — розривні функції в точках $\lambda = \pm \lambda_0$.

Розв'язок системи (12) можна шукати за одним із прямих числових методів, наприклад, методом механічних квадратур [2]. Але в точках $\lambda = \pm \lambda_0$ прямі методи дають значну похибку, а саме в них нас цікавить розкриття тріщини. Тому розв'язок шукаємо у вигляді

$$h_m(y) = g_m(y) + \psi_m(y), \qquad m = 1, 2, 3, 4.$$
 (17)

Тут $g_m(y)$ – розв'язок системи рівнянь

$$\sum_{j=1}^{4} r_{ij} \int_{-\lambda_{1}^{2}}^{\lambda_{1}^{1}} \frac{g_{j}(\lambda)}{\lambda - y} d\lambda = F_{i}(y), \qquad (18)$$

який задовольняє умови

$$\int_{-\lambda_{1}^{2}}^{\lambda_{1}^{1}}g_{j}\left(\lambda\right)d\lambda=0, \quad j=1,2,3,4.$$

Систему (18) розв'язали з допомогою формули обернення інтегралів типу Коші. Підставляючи тепер (17) в (12), отримаємо систему сингулярних інтегральних рівнянь на функції $\Psi_m(y)$, яка має вигляд системи (12), але з неперервною правою частиною. Алгоритм сумісного розв'язування системи та додаткових умов такий: вибираємо деяке початкове наближення значень λ_1^1 та λ_1^2 , будуємо розв'язок системи інтегральних рівнянь, з допомогою умов (16) знаходимо $\tilde{N}_v^{(n)}$, $\tilde{M}_v^{(n)}$, n = 2, 3, які підставляємо в умови (14) або (15). Якщо вибрана умова пластичності задовольняється з наперед заданою точністю, то задача розв'язана, якщо ні, змінюємо певним чином λ_1^1 та λ_1^2 і процедуру повторюємо. Інтегруючи розв'язок системи (12), розкриття тріщини $\delta(\lambda, \gamma)$ у довільній її точці визначаємо за формулою

$$\delta(\lambda,\gamma) = \left[u_{\nu}(\lambda)\right] + \gamma\left[\theta_{\nu}\right], \quad -\lambda_{1}^{2} < \lambda < \lambda_{1}^{1}, \quad |\gamma| \le h.$$

$$(20)$$

3. Числові результати. Числові дослідження (рис. 2–5) виконали для різних ортотропних матеріалів, з яких виготовлена оболонка [1], в якій армувальні волокна розміщені паралельно до твірної ($G_{12} = G_{13}$, $G_{23} = E_2 / (2(1 + v))$, v — коефіцієнт Пуассона у напрямку нормалі до серединної поверхні оболонки).

Римськими цифрами на рисунках 2-5 позначено матеріал оболонки [1]:

- I композит на епоксидній основі, армований графітними волокнами: $E_1 = 14.9 \text{ MII}a, E_2 = 0.6 \text{ MII}a, G_{12} = 0.4 \text{ MII}a, v_1 = 0.31;$ II — композит на епоксидній основі, армований волокнами з S-скла:
- II композит на епоксидній основі, армований волокнами з S-скла: $E_1=6.25~{\rm MIIa},~E_2=2.12~{\rm MIIa},~G_{12}=0.9~{\rm MIIa},~v_1=0.251;$
- III борепоксидний композит: $E_1=40\,{\rm MIIa},~E_2=4\,{\rm MIIa},~G_{12}=1.5\,{\rm MIIa},$
ν_1=0.25 .

Обчислювали для значень $\varphi = 10, 30, 45^\circ, 60^\circ$ при h/R = 0.01.





На рис. 2 наведено залежності відносного розкриття тріщини $\delta_t^* = \delta(-l_0/R, 0)E_1 / (l_0\sigma_T)$ від відносної довжини реальної тріщини l_0 / R за відносного навантаження $n^0 = \tilde{N}_v^0 / (2h\sigma_T) = 0.2$, на рис. 3 — за $n^0 = \tilde{N}_v^0 / (2h\sigma_T) = 0.4$ Суцільні лінії відповідають значенню $\phi = 10$, штрихові — $\phi = 30^\circ$, пунктирні — $\phi = 45^\circ$ штрих-пунктирні — $\phi = 60^\circ$.

На рис. 4 та 5 відповідно наведено залежності довжини пластичних зон $\tau_{01} = l_0 / l_{1p}$ та $\tau_{02} = l_0 / l_{1p}$ від відносного навантаження $n^0 = \tilde{N}_{_{v}}^0 / (2h\sigma_T)$.



Висновки. Розкриття тріщини залежить як від ортотропії матеріалу, так і від кута нахилу гвинтової лінії: що менший кут нахилу між гвинтовою і координатною лініями і ортотропніший матеріал, то більше розкриття тріщини. Для матеріалів з високою ортотропією залежність довжини пластичних зон від відносного навантаження є меншою, ніж для слабоортотропних.

- 1. *Ашкенази Е. К., Ганов Э. В.* Анизотропия конструкционных материалов: Справочник. Ленинград: Машиностроение, 1980. –248 с.
- 2. *Каландия А. И.* Математические методы двухмерной упругости. Москва: Наука, 1973. 304 с.
- Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами. – Львів: Сполом, 2003. – 320 с.
- 4. Осадчук В. А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами. Киев: Наук. думка, 1985. 222 с.
- 5. Осадчук В. А., Прокопович И. Б., Сенькив Л. М. Фундаментальное решение уравнений упругого равновесия анизотропной цилиндрической оболочки // Докл. АН УССР. 1991. № 6. С. 43–46.
- Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
- 7. Подстригач Я. С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. Киев: Наук. думка, 1978. – 344 с.
- Прокопович И. Б., Сенькив Л. М., Лаушник И. П. Упругое равновесие непологих цилиндрических оболочек с разрезами // Прикл. проблемы прочности и пластичности. – 1996. – Вып. 54. – С. 175–184.
- Прокопович І. Б., Сеньків Л. М. Фундаментальний розв'язок рівнянь рівноваги анізотропної циліндричної оболонки зі скінченною зсувною жорсткістю // Фіз.хім. механіка матеріалів. – 1995. – № 2. – С. 56–61
- 10. Сеньків Л. М. Напружений стан циліндричної ортотропної оболонки з тріщиною під кутом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2015. **58**, № 3. С. 122–127.
 - Te came: Sen'kiv L. M. Stressed state of a cylindrical orthotropic shell containing a crack at an angle // J. Math. Sci. - 2017. - 226, No. 2. - P. 152-159. - https://doi.org/10.1007/s10958-017-3526-x

 Тарасюк А. П. Влияние условий процесса резания на механические свойства анизотропных полимеров // Вісник Чернігівськ. технол. ун-ту. Сер. Техн. науки. - 2012. - № 4(61). - С. 49-57.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОРТОТРОПНОЙ УПРУГОПЛАСТИ-ЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ТРЕЩИНОЙ ВДОЛЬ ВИНТОВОЙ ЛИНИИ

С использованием метода дисторсий и аналога δ_c -модели упругопластическую задачу о напряженно-деформированном состоянии ортотропной упругопластической цилиндричной оболочки с трещиной вдоль винтовой линии сведено к нелинейной системе сингулярных интегральных уравнений. Исследованы зависимости раскрытия трещины и размеров пластической зоны от геометрических и механических параметров.

Ключевые слова: пружно-пластична циліндрична оболонка, внутрішня тріщина вздовж гвинтової лінії, метод дисторсій.

STRESS-STRAINED STATE OF ORTHOTROPIC ELASTO-PLASTIC CYLINDRICAL SHELL WITH CRACK ALONG SPIRAL LINE

Using the distortion method and analogue of the δ_c -model the elastic-plastic problem on the stress-strained state of orthotropic elasto-plastic cylindrical shell with crack along spiral line is reduced to the system of nonlinear singular integral equations. The dependence of crack opening displacements and sizes of the plastic zone on geometric and mechanical parameters is studied.

Key words: elasto-plastic cylindrical shell, internal crack along spiral line, distorsion method.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів Одержано 01.01.19