

ШАРУВАТА ПОПЕРЕЧНО АРМОВАНА ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА ЗА НЕСТАЦІОНАРНОГО НАГРІВАННЯ

Досліджено напружено-деформований стан шаруватой поперечно армованої кругової замкнутої циліндричної оболонки антисиметричної структури за дії локального нагрівання в початковий момент. Для цього використано математичну модель зсувної теорії неоднорідних оболонок типу Тимошенка та двовимірне рівняння теплопровідності за умови лінійної залежності температури від поперечної координати. Методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа знайдено розв'язок нестационарної задачі теплопровідності та квазістатичної задачі термопружності для скінченної шарнірно опертої кругової циліндричної оболонки. Числові результати наведено для чотиришарового ортотропного композита.

Ключові слова: температурні напруження, шарувата циліндрична оболонка, поперечне армування, ортотропія.

Вступ. Анізотропні шаруваті композитні матеріали широко використовують у різних галузях сучасної техніки як елементи конструкцій, що працюють в умовах високих температур. Крім пластин, найпоширенішими в них є циліндричні оболонки. Для їх термопружного аналізу необхідні відповідні математичні моделі та методи, щоб розраховувати їх міцність. Тому дослідження у цьому напрямку актуальні.

Елементи конструкцій шаруватой структури вивчали [1, 7, 9, 16] багато вчених. Розроблені [3, 4, 13] уточнені моделі, які враховують характерні особливості композитних матеріалів, зокрема високу анізотропію в поперечному напрямку. Побудовані [17, 18] точні розв'язки задач термопружності для шаруватих оболонок на основі тривимірних рівнянь. Отримані [2, 8, 13, 15] аналітичні розв'язки з допомогою рівнянь класичної та різних уточнених теорій. Використовуючи рівняння взаємозв'язаної термопружності, проаналізували [5] вплив коефіцієнта зв'язаності на динамічну поведінку композитних оболонок. Досліджено [6] вплив розподілу температурного поля вздовж товщини на термопружний стан шаруватих конструкцій. Метод скінченних елементів для вивчення термопружних процесів в оболонках шаруватой структури використали в праці [14]. В статті [10] зосередили увагу на термоелектромеханічному аналізі багат шарових п'єзоелектричних циліндричних оболонок відкритого профілю. Досліджували [11] температурну стійкість оболонок з шаруватого матеріалу. Детальніший огляд різних моделей і методів наведено в працях [7, 9, 16].

Мета статті – на основі рівнянь термопружності теорії оболонок типу Тимошенка та двовимірних рівнянь теплопровідності вивчити напружено-деформований стан ортотропної ортогонально армованої кругової циліндричної оболонки шаруватой структури за нагріву її температурним полем, заданим у початковий момент.

1. Формулювання задачі, основні рівняння та метод розв'язування. Розглянемо неоднорідну ортотропну кругову циліндричну оболонку з радіусом середньої поверхні R , сталюю товщиною $2h$ і довжиною l . Точки оболонки належать до циліндричної системи координат x, θ, z , де x – осьова, θ – колова, z – радіальна координати. Надалі цим координатам відповідатимуть індекси 1, 2, 3.

Нехай оболонка нагрівається заданим у початковий момент температурним полем, а між поверхнями $z = \pm h$ і довкіллям відбувається конвек-

✉ flyachok@ukr.net

тивний теплообмін. Температурне поле такої оболонки $t(x, \theta, z, \tau)$ визначимо зі системи двовимірних рівнянь теплопровідності за лінійної залежності температури від поперечної координати:

$$\begin{aligned} \Delta_{(1)} T_1 - 2\alpha_z T_1 + \Delta_{(2)} T_2 + \lambda_{33}^{(1)}/(Rh) T_2 - 2hc_\varepsilon \partial_\tau T_1 &= -2\alpha_z t_z, \\ \Delta_{(2)} T_1 + \Delta_{(3)} T_2 + (\lambda_{33}^{(2)}/(Rh) - \lambda_{33}^{(1)}/h^2 - 2\alpha_z) T_2 - 2/3 hc_\varepsilon \partial_\tau T_2 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} \Delta_{(k)} &= \lambda_{11}^{(k)} \partial_{11}^2 + \lambda_{22}^{(k)} \partial_{22}^2 / R^2, \quad \lambda_{ij}^{(k)} = \int_{-h}^h \lambda_{ij}(z/h)^{k-1} dz, \quad k = 1, 2, 3, \\ T_i &= \frac{2i-1}{2h^i} \int_{-h}^h t z^{i-1} dz, \quad i = 1, 2, \quad t = T_1 + \frac{z}{h} T_2, \quad \partial_\tau = \partial/\partial\tau, \end{aligned}$$

$\lambda_{ij}(z)$ – коефіцієнти теплопровідності; t_z – температура довкільля на поверхнях $z = \pm h$; α_z – коефіцієнт тепловіддачі з цих поверхонь; c_ε – питома теплоємність, τ – змінна часу.

Для однозначності розв'язку системи (1) задаємо граничні на краях $x = 0$ і $x = l$

$$T_1 = T_2 = 0 \quad (2)$$

і початкові в момент часу $\tau = 0$

$$T_1(x, \theta, 0) = T_1^0(x, \theta), \quad T_2(x, \theta, 0) = T_2^0(x, \theta), \quad (3)$$

умови.

Розв'язок системи (1) за умов (2) і (3) знаходимо методом інтегрального перетворення Лапласа за часом τ і скінченного подвійного перетворення Фур'є за координатами x, θ :

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(p_i - g_4) T_{1nm}^0 + g_2 T_{2nm}^0}{p_i - p_j} e^{-p_i \tilde{\tau}} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \\ T_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(p_i - g_1) T_{2nm}^0 + g_3 T_{1nm}^0}{p_i - p_j} e^{-p_i \tilde{\tau}} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} p_i &= \frac{g_1 + g_4}{2} + (-1)^i \sqrt{\frac{(g_1 - g_4)^2}{4} + g_2 g_3}, \quad i = 1, 2, \\ g_1 &= \xi_1 \mu_n^2 + \xi_2 m^2 + \text{Bi}/\delta^2, \quad g_2 = \zeta_1 \mu_n^2 + \zeta_2 m^2 - \xi_3/\delta, \\ g_3 &= 3(\zeta_1 \mu_n^2 + \zeta_2 m^2), \quad g_4 = 3(\eta_1 \mu_n^2 + \eta_2 m^2 + (\text{Bi} + \xi_3 - \zeta_3 \delta)/\delta^2), \\ \mu_n &= \frac{\pi n R}{l}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha_z h}{\lambda_0}, \quad \delta = \frac{h}{R}, \quad \tilde{\tau} = \frac{\lambda_0}{c_\varepsilon R^2} \tau, \quad \xi_i = \frac{\lambda_{ii}^{(1)}}{2h\lambda_0}, \\ \zeta_i &= \frac{\lambda_{ii}^{(2)}}{2h\lambda_0}, \quad \eta_i = \frac{\lambda_{ii}^{(3)}}{2h\lambda_0}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

$$T_{inm}^0 = \frac{k_0}{\pi l} \int_0^l \int_{-\pi}^{\pi} T_i^0(x, \theta) \sin \frac{\pi n}{l} x \cos m \theta dx d\theta, \quad k_0 = \begin{cases} 1, & m = 0, \\ 2, & m \neq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

λ_0 – деякий характерний коефіцієнт теплопровідності.

Для дослідження напружено-деформованого стану оболонки, спричиненого температурним полем (4), використаємо рівняння рівноваги в узагальнених переміщеннях $u, v, w, \gamma_1, \gamma_2$, які запишемо в операторній формі:

$$\sum_k^5 L_{rk} y_k = b_r, \quad r, k = 1, 2, \dots, 5, \quad (6)$$

де $y_1 = u$, $y_2 = v$, $y_3 = w$, $y_{3+j} = \gamma_j$, $j = 1, 2$; u, v, w – переміщення точок середньої поверхні; γ_1, γ_2 – кути повороту нормалі. Диференціальні оператори L_{rk} ($L_{rk} = L_{kr}$) і вільні члени b_r мають вигляд

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_{11} \partial_{11}^2 + A_{66} / R^2 \partial_{22}^2, \quad L_{12} = (A_{12} + A_{66}) / R \partial_{12}^2, \quad L_{13} = A_{12} / R \partial_1, \\ L_{14} &= B_{11} \partial_{11}^2 + B_{66} / R^2 \partial_{22}^2, \quad L_{15} = (B_{12} + B_{66}) / R \partial_{12}^2, \\ L_{22} &= A_{66} \partial_{11}^2 + A_{22} / R^2 \partial_{22}^2 - k' A_{55} / R^2, \quad L_{23} = (A_{22} + k' A_{55}) / R^2 \partial_2, \\ L_{24} &= (B_{12} + B_{66}) / R \partial_{12}^2, \quad L_{25} = B_{66} \partial_{11}^2 + B_{22} / R^2 \partial_{22}^2 + k' A_{55} / R, \\ L_{33} &= -k' A_{44} \partial_{11}^2 - k' A_{55} / R^2 \partial_{22}^2 + A_{22} / R^2, \quad L_{34} = (B_{12} / R - k' A_{44}) \partial_1, \\ L_{35} &= (B_{22} / R - k' A_{55}) / R \partial_2, \quad L_{44} = D_{11} \partial_{11}^2 + D_{66} / R^2 \partial_{22}^2 - k' A_{44}, \\ L_{45} &= (D_{12} + D_{66}) / R \partial_{12}^2, \quad L_{55} = D_{66} \partial_{11}^2 + D_{22} / R^2 \partial_{22}^2 - k' A_{55}, \\ b_1 &= A_{11}^t \partial_1 T_1 + B_{11}^t / h \partial_1 T_2, \quad b_2 = A_{22}^t / R \partial_2 T_1 + B_{22}^t / (Rh) \partial_2 T_2, \\ b_3 &= A_{22}^t / R T_1 + B_{22}^t / (Rh) T_2, \quad b_4 = B_{11}^t \partial_1 T_1 + D_{11}^t / h \partial_1 T_2, \\ b_5 &= B_{22}^t / R \partial_2 T_1 + D_{22}^t / (Rh) \partial_2 T_2, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} \{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} &= \int_{-h}^h c'_{ij}(z) \{1, z, z^2\} dz, \\ \{A_{ii}^t, B_{ii}^t, D_{ii}^t\} &= \int_{-h}^h \beta'_{ii}(z) \{1, z, z^2\} dz, \\ c'_{ij} &= c_{ij} - c_{i3} / c_{33} \cdot c_{j3}, \quad \beta'_{ii} = \beta_{ii} - c_{i3} / c_{33} \cdot \beta_{33}, \quad i, j = 1, 2, \\ \{A_{ii}, B_{ii}, D_{ii}\} &= \int_{-h}^h c_{ii}(z) \{1, z, z^2\} dz, \quad i = 4, 5, 6, \end{aligned}$$

$\partial_1 = \partial / \partial x$, $\partial_2 = \partial / \partial \theta$, $c_{ij}(z)$ – коефіцієнти пружності ортотропного тіла [16];

$\beta_{ii}(z)$ – коефіцієнти термopружності [16]; k' – коефіцієнт зсуву [12].

Якщо краї оболонки шарнірно оперті, то до системи рівнянь (6) долучаємо такі граничні умови, задані на краях $x = 0$ і $x = l$:

$$w = v = \gamma_2 = 0, \quad N_{11} = M_{11} = 0, \quad (7)$$

де N_{11} і M_{11} – відповідно нормальне зусилля і момент.

Система диференціальних рівнянь (6) разом з граничними умовами (7) складає крайову квазістатичну задачу температурних напружень для ортотропних неоднорідних циліндричних оболонок в узагальнених переміщеннях. Розв'язок цієї задачі за відомого температурного поля (4) шукаємо у вигляді подвійних тригонометричних рядів:

$$\begin{aligned} \{u, \gamma_1\} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \{U_{mn}, \Gamma_{1mn}\} \cos \frac{\pi n}{l} x \cos m\theta, \\ \{v, \gamma_2\} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{V_{mn}, \Gamma_{2mn}\} \sin \frac{\pi n}{l} x \sin m\theta, \\ w &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi n}{l} x \cos m\theta. \end{aligned} \quad (8)$$

Коефіцієнти Фур'є $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, \Gamma_{1mn}, \Gamma_{2mn}$ у цих рядах знаходимо зі системи алгебричних рівнянь, яку одержимо після підставлення розв'язків (8) у диференціальні рівняння (6).

За відомими компонентами узагальнених переміщень $u, v, w, \gamma_1, \gamma_2$ та інтегральними характеристиками температурного поля T_1, T_2 напруження σ_{ij} в оболонці визначаємо за формулами

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c'_{11} & c'_{12} \\ c'_{12} & c'_{22} \end{pmatrix} \left[\left(\frac{\partial_1 u}{(\partial_2 v + w)/R} \right) + z \left(\frac{\partial_1 \gamma_1}{\partial_2 \gamma_2 / R} \right) \right] - \begin{pmatrix} \beta'_{11} \\ \beta'_{22} \end{pmatrix} t, \\ \sigma_{12} &= c_{66} [\partial_2 u / R + \partial_1 v + z(\partial_2 \gamma_1 / R + \partial_1 \gamma_2)], \\ \sigma_{13} &= c_{44} (\gamma_1 + \partial_1 w), \quad \sigma_{23} = c_{55} (\gamma_2 + \partial_2 w / R - v / R). \end{aligned} \quad (9)$$

2. Аналіз числових результатів. Числові дослідження виконували для циліндричної оболонки, яка в початковий момент нагрівається плоским температурним полем, яке описує квадратична функція

$$\begin{aligned} T_1^0(x, \theta) &= T^* \left(1 - \frac{(x - x_0)^2}{d^2} \right) \left(1 - \frac{\theta^2}{\varphi^2} \right) [S_-(x - x_0 + d) - S_+(x - x_0 - d)] \times \\ &\quad \times [S_-(\theta + \varphi) - S_+(\theta - \varphi)], \quad T_2^0(x, \theta) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

де $T^* = \text{const}$; $2d$ і 2φ – відповідно ширина і кут області нагріву; $(x_0, 0)$ – координати центра цієї області;

$$S_+(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}; \quad S_-(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad - \text{одиничні функції.}$$

Коефіцієнти Фур'є для температурних характеристик одержуємо з формул (10) і (5):

$$\begin{aligned} T_{1n0}^0 &= \frac{16}{3} \frac{\varphi T^*}{\pi^3 n^2 (d/l)^2} \left(\frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n d}{l} - \frac{d}{l} \cos \frac{\pi n d}{l} \right) \sin \frac{\pi n x_0}{l}, \quad T_{2n0}^0 = 0, \\ T_{1nm}^0 &= \frac{32 T^*}{\pi^3 n^2 m^2 \varphi^2 (d/l)^2} \left(\frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n d}{l} - \frac{d}{l} \cos \frac{\pi n d}{l} \right) \times \\ &\quad \times \left(\frac{1}{m} \sin m\varphi - \eta \cos m\varphi \right) \sin \frac{\pi n x_0}{l}, \\ T_{2nm}^0 &= 0, \quad m \neq 0. \end{aligned}$$

Оболонка виготовлена із чотиришарового ортогонально армованого композита регулярної антисиметричної структури з такими фізико-механічними властивостями [13]: $E_L = 150$ ГПа; $E_T = 110$ ГПа; $G_{LT} = 35$ ГПа; $G_{TT} = 41$ ГПа; $\nu_{LT} = \nu_{TT} = 0,33$; $\alpha_L = 7,6 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\alpha_T = 14,0 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\lambda_L = 105$ Вт/мК; $\lambda_T = 75$ Вт/мК, де індекси L і T вказують відповідно на паралельний і перпендикулярний напрямки до волокон армування.

Значення інших параметрів такі: $h/R = 0,05$; $l/R = 5$; $\varphi = \pi/4$; $d/l = (R/l) \sin \varphi$; $x_0 = l/2$; $\lambda_0 = \lambda_T$; $k' = 5/6$; $Bi = 1$.

$$\text{Обчислили безрозмірні переміщення} \quad w' = \frac{w}{R\alpha_L T^*}, \quad u' = \frac{u}{R\alpha_L T^*},$$

$$v' = \frac{v}{R\alpha_L T^*} \quad \text{і напруження} \quad \sigma'_i = \frac{\sigma_{ii}}{E_L \alpha_L T^*}, \quad \sigma'_{i3} = \frac{\sigma_{i3}}{E_L \alpha_L T^*}, \quad i = 1, 2, \quad \text{для}$$

чотирьох значень безрозмірного часу $\tau' = \frac{\lambda_T \tau}{c_e h^2}$: 0.01; 0.1; 0.4; 1.

Зміну радіального w' прогину, а також осьового σ'_1 і колового σ'_2 напружень уздовж твірної $\theta = 0$ від її середини до кінця ($0,5 \leq x' = x/l \leq 1$) ілюструють рис. 1, 3 та 5, а їх зміну вздовж напрямної $x' = 0,5$ від середини нагрітої області до середини не нагрітої ($0 \leq \theta \leq \pi$) – рис. 2, 4 і 6.

Максимальні радіальні прогини зафіксовано в центрі області нагріву. Вздовж твірної вони монотонно зменшуються до нуля з наближенням до країв оболонки, а вздовж напрямної коливаються між додатним і від'ємним значеннями. Нормальні напруження обчислювали на зовнішній $z' = z/h = 1$ поверхні, де в початковий момент часу в області нагріву напруження стискальні, і максимальні значення зафіксовано в точці $(0,5; 0)$, проте пізніше, наприклад, коли $\tau' = 1$, максимальні осьові напруження σ'_1 розтягальні. Із плином часу напруження і переміщення в області нагріву і поза нею вирівнюються.

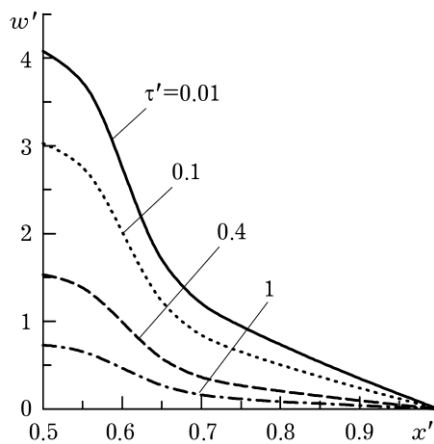


Рис. 1

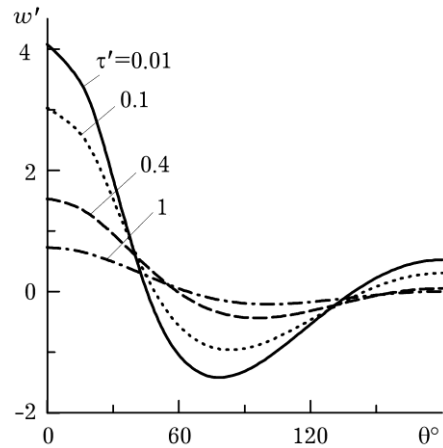


Рис. 2

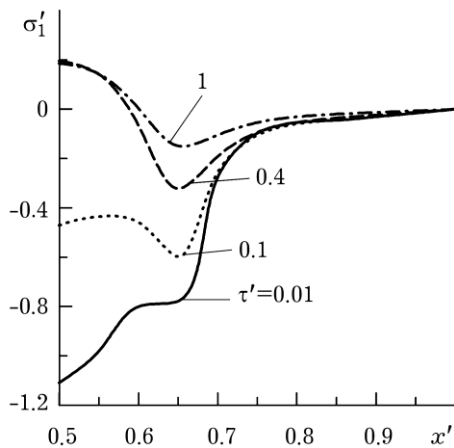


Рис. 3

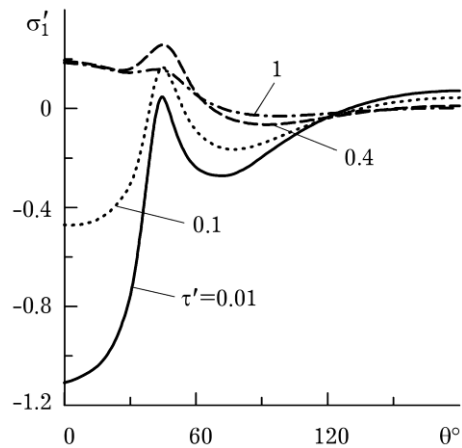


Рис. 4

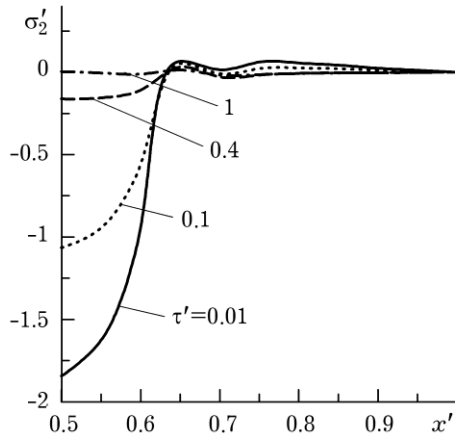


Рис. 5

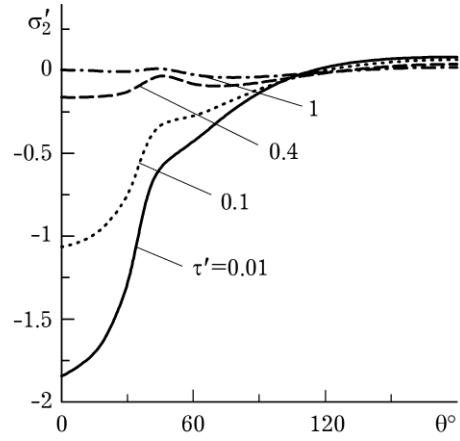


Рис. 6

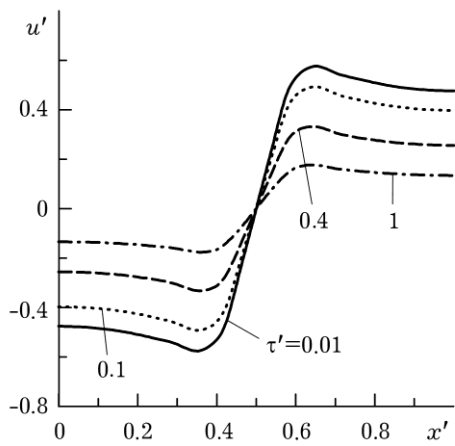


Рис. 7

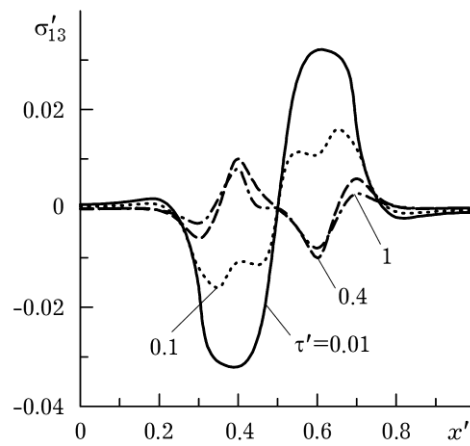


Рис. 8

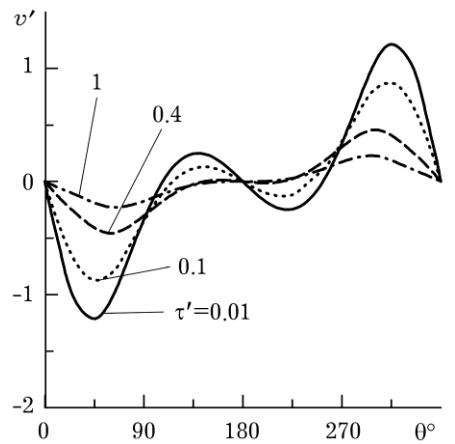


Рис. 9

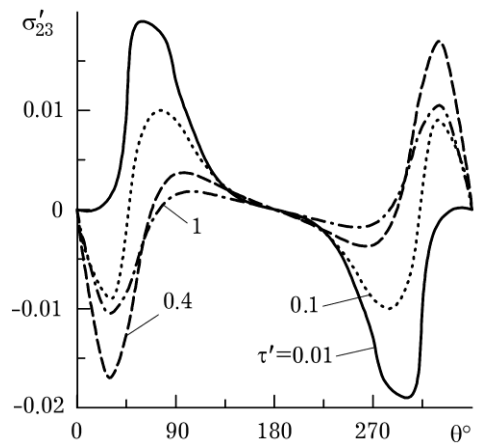


Рис. 10

Рис. 7 і 8 ілюструють зміну тангенціального переміщення u' і зсувного напруження σ'_{13} уздовж твірної $\theta = 0$ ($0 \leq x' \leq 1$), а рис. 9 і 10 – зміну тангенціального переміщення v' і зсувного напруження σ'_{23} вздовж напрямної

$x' = 0.5$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$). Зсувні напруження і тангенціальні переміщення обчислювали на середній поверхні $z' = 0$. Виявили, що максимальних значень вони досягають на межі нагрітої і ненагрітої областей. За переходу через середини цих областей змінюють знак.

Висновки. На основі рівнянь лінійної зсувної теорії першого порядку досліджено переміщення і напруження неоднорідної за товщиною ортотропної кругової замкнутої циліндричної оболонки, яка нагрівається температурним полем, заданим у початковий момент. Замкнутий розв'язок нестационарної задачі теплопровідності і квазістатичної задачі незв'язаної термопружності для скінченної шарнірно опертої на кінцях оболонки знайдено методами інтегральних перетворень Фур'є та Лапласа. Числовий аналіз виконано для чотиришарового композита несиметричної регулярної структури.

1. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. – Москва: Машиностроение, 1980. – 376 с.
2. Жидик У., Николишин М., Флячок В. Розрахунок термопружного стану шаруватої анізотропної циліндричної оболонки при локальному нагріванні джерелами тепла // Вісник Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2010. – Вип. 73. – С. 71–76.
3. Коляно Ю. М., Кушнір Р. М. Уравнения теплопроводности и термоупругости неоднородных и кусочно-однородных пластин с прямолинейной анизотропией // Обобщенные функции в термоупругости. – Киев: Наук. думка, 1980. – С. 19–34.
4. Кушнір Р. М., Николишин М. М., Жидик У. В., Флячок В. М. Моделювання термопружних процесів в неоднорідних анізотропних оболонках з початковими деформаціями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2010. – **53**, № 2. – С. 122–136.
Te same: Kushnir R. M., Nykolishyn M. M., Zhydyk U. V., Flyachok V. M. Modeling of thermoelastic processes in heterogeneous anisotropic shells with initial deformations // J. Math. Sci. – 2011. – **178**, No. 5. – P. 512–530.
<https://doi.org/10.1007/s10958-011-0566-5>
5. Brischetto S., Carrera E. Coupled thermo-mechanical analysis of one-layered and multilayered isotropic and composite shells // CMES – Comput. Model. Eng. Sci. – 2010. – **56**, No. 3. – P. 249–301.
6. Brischetto S., Carrera E. Heat conduction and thermal analysis in multilayered plates and shells // Mech. Res. Commun. – 2011. – **38**, No. 6. – P. 449–455.
<https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2011.05.016>
7. *Encyclopedia of Thermal Stresses* (in 11 volumes) / R. B. Hetnarski (ed.). – Dordrecht: Springer, 2014.
8. Fazlzadeh S. A., Rahmani S., Ghavanloo E., Marzocca P. Thermoelastic vibration of doubly-curved nano-composite shells reinforced by graphene nanoplatelets // J. Therm. Stresses. – 2019. – **42**, No. 1. – P. 1–17.
<https://doi.org/10.1080/01495739.2018.1524733>
9. Keene F. W., Hetnarsky R. B. Bibliography on thermal stresses in shells // J. Therm. Stresses. – 1990. – **13**, No. 4. – P. 341–531.
10. Li Y., Yang L., Zhang L., Gao Y. Exact thermoelectroelastic solution of layered one-dimensional quasicrystal cylindrical shells // J. Therm. Stresses. – 2018. – **41**, No. 10–12. – P. 1450–1467. – <https://doi.org/10.1080/01495739.2018.1520618>
11. Matsunaga H. Thermal buckling of cross-ply laminated composite shallow shells according to a global higher-order deformation theory // Compos. Struct. – 2007. – **81**, No. 2. – P. 210–221. – <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.08.008>
12. Mirsky I. Vibrations of orthotropic thick cylindrical shells // J. Acoust. Soc. Am. – 1964. – **36**, No. 1. – P. 41–51. – <https://doi.org/10.1121/1.1918910>
13. Ootao Y., Tanigawa Y., Miyatake K. Transient thermal stresses of a cross-ply laminated cylindrical shell using a higher-order shear deformation theory // J. Therm. Stresses. – 2010. – **33**, No. 1. – P. 55–74.
<https://doi.org/10.1080/01495730903310524>
14. Pandey S., Pradyumna S. Transient stress analysis of sandwich plate and shell panels with functionally graded material core under thermal shock // J. Therm. Stresses. – 2018. – **41**, No. 5. – P. 543–567.
<https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1422999>
15. Punera D., Kant T., Desai Y. M. Thermoelastic analysis of laminated and functionally graded sandwich cylindrical shells with two refined higher order

- models // *J. Therm. Stresses*. – 2018. – **41**, No. 1. – P. 54–79.
<https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1373379>
16. Reddy J. N. *Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis*. – New York: CRC Press, 2004. – 832 p.
17. Tokovy Y. V., Chyzh A. I., Ma C. C. Thermal analysis of radially- inhomogeneous hollow cylinders vs cylindrical shells // *Proc. of the 6th ACMFMS. Taiwan, 2018*. – P. 216–219.
18. Wang H. M., Ding H. J. Transient thermoelastic solution of a multilayered orthotropic hollow cylinder for axisymmetric problems // *J. Therm. Stresses*. – 2004. – **27**, No. 12. – P. 1169–1185. – <https://doi.org/10.1080/014957390523589>

СЛОИСТАЯ ОРТОГОНАЛЬНО АРМИРОВАННАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРЕВЕ

Исследовано напряженно-деформированное состояние слоистой поперечно армированной круговой замкнутой цилиндрической оболочки антисимметричной структуры при воздействии локального нагрева в начальный момент. Для этого использована математическая модель сдвиговой теории неоднородных оболочек типа Тимошенко и двумерное уравнение теплопроводности, выведенное при условии линейного распределения температуры по толщине. Методами интегральных преобразований Фурье и Лапласа найдено решение нестационарной задачи теплопроводности и квазистатической задачи термоупругости для конечной шарнирно опертой круговой цилиндрической оболочки. Числовые результаты приведены для четырехслойного ортотропного композита.

Ключевые слова: температурные напряжения, слоистая цилиндрическая оболочка, поперечное армирование, ортотропия.

LAMINATED CROSS-PLY CYLINDRICAL SHELL DUE TO TRANSIENT HEATING

The stress-deformed state of an antisymmetric cross-ply laminated circular closed cylindrical shell subjected to initial local heating is investigated. For the study, the mathematical model of the shear theory of inhomogeneous shells of the Timoshenko type is used. The two-dimensional heat equation is deduced under the linear distribution of temperature over the thickness. By methods of Fourier and Laplace integral transformations the solution of the non-stationary heat conduction problem and the quasi-static thermoelasticity problem for a finite simply supported circular cylindrical shell is obtained. Numerical results are presented for four-layer orthotropic composite.

Key words: thermal stresses, laminated cylindrical shell, cross-ply reinforced composite, orthotropy.