

## ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ДВОШАРОВОГО ЦИЛІНДРА ЗА РІЗНИХ КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ РУХУ НОРМАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНОГО ПОТОКУ ТЕПЛА

*Розглянуто тривимірну нестационарну задачу теплопровідності для двошарового циліндра, який нагрівається нормально розподіленим потоком тепла, що рухається по зовнішній поверхні уздовж напрямної циліндра. На основі отриманого з використанням функції Гріна розв'язку відповідної задачі теплопровідності досліджено температурні поля для різних значень кутової швидкості.*

Температурні поля у двошарових ізотропних та ортотропних циліндрах, що нагріваються на зовнішній поверхні рухомими тепловими потоками, досліджували раніше [1, 2]. Розглядали, зокрема, розподіли інтенсивності теплового потоку за параболічним (рух по твірній) [2] та нормальним (рух по твірній і гвинтовій лініях) законами [1].

Нижче на основі розв'язку відповідної задачі теплопровідності для багатошарового циліндра вивчено температурні поля у двошаровому ізотропному циліндрі, коли нормально розподілений по зовнішній поверхні потік рухається уздовж напрямної за різних кутових швидкостей.

**Формулювання задачі.** Розглянемо у циліндричній системі координат  $r, \varphi, z$  необмежений по осевій координаті багатошаровий порожнистий циліндр, який складається з  $n$  концентрично розташованих ідеально контактуючих ізотропних шарів. Через внутрішню поверхню циліндра  $r = r_0$  здійснюється конвективний теплообмін зі середовищем, температура якого, як і початкова циліндра, дорівнює нулю, а зовнішня поверхня циліндра  $r = r_n$  нагрівається рухомим нормально розподіленим потоком тепла:

$$q(\varphi, z, \tau) = Q e^{-k^* [r_n^2 \sin^2(\varphi - \varphi_0 - \nu_\varphi \tau) + (z - z_0)^2]} \cos(\varphi - \varphi_0 - \nu_\varphi \tau) S(\cos(\varphi - \varphi_0 - \nu_\varphi \tau)).$$

Тут  $Q$  – значення теплового потоку в центрі плями нагріву;  $k^*$  – коефіцієнт зосередженості теплового потоку;  $\varphi_0, z_0$  – координати центра плями нагріву в початковий момент часу;  $\nu_\varphi$  – кутова швидкість руху центра плями нагріву;  $\tau$  – час;  $S(x)$  – функція Гевісайда.

Для визначення нестационарного температурного поля  $T(r, \varphi, z, \tau)$  використовуємо рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda_t(r) r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \lambda_t(r) \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = c_v(r) \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1)$$

за граничних умов

$$\left( \lambda_t(r) \frac{\partial T}{\partial r} - \alpha_0 T \right) \Big|_{r=r_0} = 0, \quad \left( \lambda_t(r) \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_n} = q(\varphi, z, \tau), \quad (2)$$

$$T(r, \varphi + 2\pi, z, \tau) = T(r, \varphi, z, \tau), \quad T \rightarrow 0, \quad \text{коли } z \rightarrow \pm\infty, \quad (3)$$

та початкової умови

$$T|_{\tau=0} = 0, \quad (4)$$

де  $\lambda_t(r)$  і  $c_v(r)$  – відповідно кусково-сталі коефіцієнти теплопровідності та об'ємної теплоємності, які мають вигляд

$$\rho(r) = \rho_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (\rho_{i+1} - \rho_i) S(r - r_i).$$

Тут  $r = r_i$  – поверхня поділу  $i$ -го та  $i+1$ -го шарів;  $\alpha_0$  – коефіцієнт тепло-віддачі з внутрішньої поверхні циліндра; похідна за  $r$  – узагальнена.

**Розв’язок задачі.** Перейшовши в (1)–(4) до безрозмірних величин

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{r}{r_n}, \quad \rho_0 = \frac{r_0}{r_n}, \quad \zeta = \frac{z}{r_n}, \quad \zeta_0 = \frac{z_0}{r_n}, \quad Fo = \frac{a_1 \tau}{r_n^2}, \quad \bar{k} = k^* r_n^2, \quad \omega = \frac{V_\phi r_n^2}{a_1}, \\ \bar{a}_i &= \frac{a_i}{a_1}, \quad \bar{\lambda}_t(\rho) = \frac{\lambda_t(r)}{\lambda_t^{(1)}}, \quad \bar{c}_V(\rho) = \frac{c_V(r)}{c_V^{(1)}}, \quad Bi_0 = \frac{\alpha_0 r_n}{\lambda_t^{(1)}}, \\ \bar{q}(\phi, \zeta, Fo) &= \frac{q(\phi, z, \tau)}{Q}, \quad t(\rho, \phi, \zeta, Fo) = \frac{\lambda_t^{(1)} T(r, \phi, z, \tau)}{Q r_n}, \end{aligned}$$

для визначення температурного поля отримаємо таку задачу:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \bar{\lambda}_t(\rho) \rho \frac{\partial t}{\partial \rho} \right] + \bar{\lambda}_t(\rho) \left( \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \zeta^2} \right) = \bar{c}_V(\rho) \frac{\partial t}{\partial Fo}, \quad (5)$$

$$\left( \bar{\lambda}_t(\rho) \frac{\partial t}{\partial \rho} - Bi_0 t \right) \Big|_{\rho=\rho_0} = 0, \quad \left( \bar{\lambda}_t(\rho) \frac{\partial t}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho=1} = \bar{q}(\phi, \zeta, Fo), \quad (6)$$

$$t(\rho, \phi + 2\pi, \zeta, Fo) = t(\rho, \phi, \zeta, Fo), \quad t \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \zeta \rightarrow \pm\infty, \quad (7)$$

$$t|_{Fo=0} = 0, \quad (8)$$

де

$$\bar{q}(\phi, \zeta, Fo) = e^{-\bar{k}[\sin^2(\phi - \phi_0 - \omega Fo) + (\zeta - \zeta_0)^2]} \cos(\phi - \phi_0 - \omega Fo) S(\cos(\phi - \phi_0 - \omega Fo)).$$

Розв’язок задачі теплопровідності (5)–(8), отриманий як частковий з розв’язку відповідної задачі теплопровідності для циліндра з ортотропними шарами [1], має вигляд

$$t(\rho, \phi, \zeta, Fo) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k \int_0^{+\infty} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi^{(k)}(\rho, \mu, \eta) \Phi^{(k)}(1, \mu, \eta)}{N_k(\mu, \eta)} \Big|_{\mu=\mu_{k,m}(\eta)} F_{k,m}(\phi, \zeta, Fo, \eta) \right\} d\eta, \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} N_k(\mu, \eta) &= \bar{c}_V^{(n)} \left( 1 - \frac{k^2}{\varepsilon_n^2} \right) \left( \Phi_n^{(k)}(1, \mu, \eta) \right)^2 - \rho_0^2 \left( \frac{Bi_0^2}{\varepsilon_1^2} + 1 - \frac{k^2}{\varepsilon_1^2 \rho_0^2} \right) \left( \Phi_1^{(k)}(\rho_0, \mu, \eta) \right)^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \rho_i^2 \left[ \frac{\bar{c}_V^{(i)}}{\varepsilon_i^2} \left[ 1 - \frac{\bar{c}_V^{(i+1)}}{\bar{c}_V^{(i)}} \left( \frac{\bar{\lambda}_t^{(i)}}{\bar{\lambda}_t^{(i+1)}} \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1}} \right)^2 \right] \left( \Phi_i^{(k)}(\rho_i, \mu, \eta) \right)^2 + \right. \\ &\left. + \left[ \frac{\bar{c}_V^{(i)}}{\varepsilon_i^2} \left( 1 - \frac{k^2}{\varepsilon_i^2 \rho_i^2} \right) - \bar{c}_V^{(i+1)} \left( 1 - \frac{k^2}{\varepsilon_{i+1}^2 \rho_i^2} \right) \right] \left( \Phi_i^{(k)}(\rho_i, \mu, \eta) \right)^2 \right], \end{aligned}$$

$$\Phi^{(k)}(\rho, \mu, \eta) = \Phi_1^{(k)}(\rho, \mu, \eta) + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \Phi_{i+1}^{(k)}(\rho, \mu, \eta) - \Phi_i^{(k)}(\rho, \mu, \eta) \right) S(\rho - \rho_i),$$

$$\Phi_1^{(k)}(\rho, \mu, \eta) = -2\pi^{-1} \left\{ (k\rho_0^{-1} - Bi_0) \psi_{k,k}(\varepsilon_1, \rho, \rho_0) + \psi_{k+1,k}(\varepsilon_1, \rho_0, \rho) \right\},$$

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(k)}(\rho, \mu, \eta) &= -2\pi^{-1} \left\{ (k\rho_0^{-1} - Bi_0) \left( k\rho^{-1} \psi_{k,k}(\varepsilon_1, \rho, \rho_0) - \psi_{k+1,k}(\varepsilon_1, \rho, \rho_0) \right) + \right. \\ &\left. + k\rho^{-1} \psi_{k+1,k}(\varepsilon_1, \rho_0, \rho) + b_1 \psi_{k+1,k+1}(\varepsilon_1, \rho, \rho_0) \right\}, \end{aligned}$$

$$\Phi_i^{(k)}(\rho, \mu, \eta) = \Phi_{i-1}^{(k)}(\rho_{i-1}, \mu, \eta) \rho_{i-1} \left\{ k\rho_{i-1}^{-1} \psi_{k,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1}) + \psi_{k+1,k}(\varepsilon_i, \rho_{i-1}, \rho) \right\} -$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\bar{\lambda}_t^{(i-1)}}{\bar{\lambda}_t^{(i)}} \Phi_{i-1}^{(k)}(\rho_{i-1}, \mu, \eta) \rho_{i-1} \Psi_{k,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1}), \\ \Phi_i^{(k)}(\rho, \mu, \eta) = & \Phi_{i-1}^{(k)}(\rho_{i-1}, \mu, \eta) \{ k(k\Psi_{k,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1})/\rho - \Psi_{k+1,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1})) + \\ & + \rho_{i-1} (q_i \Psi_{k+1,k}(\varepsilon_i, \rho_{i-1}, \rho)/\rho + b_i \Psi_{k+1,k+1}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1})) \} - \\ & - \frac{\bar{\lambda}_t^{(i-1)}}{\bar{\lambda}_t^{(i)}} \Phi_{i-1}^{(k)}(\rho_{i-1}, \mu, \eta) \rho_{i-1} (v\Psi_{k,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1})/\rho - \Psi_{k+1,k}(\varepsilon_i, \rho, \rho_{i-1})), \end{aligned}$$

$$\Psi_{k,l}(\varepsilon_i, x, y) = \frac{\pi}{2} \varepsilon_i^{|k-l|} [J_k(\varepsilon_i x) Y_l(\varepsilon_i y) - Y_k(\varepsilon_i x) J_l(\varepsilon_i y)], \quad \text{коли } b_i > 0,$$

$$\Psi_{k,k}(\varepsilon_i, x, y) = -[I_k(\varepsilon_i x) K_k(\varepsilon_i y) - K_k(\varepsilon_i x) I_k(\varepsilon_i y)],$$

$$\Psi_{k,k+1}(\varepsilon_i, x, y) = -\varepsilon_i [I_k(\varepsilon_i x) K_{k+1}(\varepsilon_i y) + K_k(\varepsilon_i x) I_{k+1}(\varepsilon_i y)],$$

$$\Psi_{k+1,k}(\varepsilon_i, x, y) = \varepsilon_i [I_{k+1}(\varepsilon_i x) K_k(\varepsilon_i y) + K_{k+1}(\varepsilon_i x) I_k(\varepsilon_i y)], \quad \text{коли } b_i < 0,$$

$$\gamma_k = \begin{cases} 0,5, & k=0 \\ 1, & k=1,2,3,\dots \end{cases}, \quad \varepsilon_i = \sqrt{|b_i|}, \quad b_i = \mu^2/\bar{a}_i - \eta^2,$$

$$F_{k,m}(\varphi, \zeta, F_0, \eta) = \sqrt{\frac{\pi}{k}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4k}\right) \beta_k F_{k,m}^*(\varphi, \zeta, F_0, \eta),$$

$$\beta_k = \int_0^{\pi/2} \exp(-\bar{k} \sin^2 u) \cos u \cos(ku) du,$$

$$F_{k,m}^*(\varphi, \zeta, F_0, \eta) = f_{k,m}(\varphi, \zeta, F_0, \eta) - \exp(-\mu_{k,m}^2(\eta) F_0) f_{k,m}(\varphi, \zeta, 0, \eta),$$

$$f_{k,m}(\varphi, \zeta, F_0, \eta) = \sum_{s=1}^2 \{ \cos[\eta(\zeta - \zeta_0) + (-1)^s k(\varphi - \varphi_0 - \omega F_0)] -$$

$$- \frac{(-1)^s k \omega}{\mu_{k,m}^2(\eta)} \sin[\eta(\zeta - \zeta_0) + (-1)^s k(\varphi - \varphi_0 - \omega F_0)] \} \times \left[ \mu_{k,m}^2(\eta) + \frac{(k\omega)^2}{\mu_{k,m}^2(\eta)} \right]^{-1},$$

$0 < \mu_{k,1}(\eta) < \mu_{k,2}(\eta) < \mu_{k,3}(\eta) < \dots < \mu_{k,m}(\eta) < \dots$  – корені трансцендентного рівняння  $(\Phi_n^{(k)}(\rho, \mu, \eta))|_{\rho=1} = 0$ ;  $J_k(x)$ ,  $Y_k(x)$  – функції Бесселя  $k$ -го порядку;  $I_k(x)$ ,  $K_k(x)$  – модифіковані функції Бесселя  $k$ -го порядку; штрихом позначено похідну за  $\rho$ .

За великих значень  $F_0$  з (9) визначимо температурне поле, що не змінюється з часом у системі координат  $\zeta^* = \zeta - \zeta_0$ ,  $\varphi^* = \varphi - \varphi_0 - \omega F_0$ ,  $\rho^* = \rho$ , яка рухається разом з тепловим потоком (квазістационарний температурний режим):

$$\begin{aligned} t(\rho^*, \zeta^*, \varphi^*) = & \frac{2}{\pi \sqrt{\pi k}} \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k \beta_k \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4k}\right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(\rho^*, \mu, \eta) \Phi_k(1, \mu, \eta)}{N_k(\mu, \eta)} \Big|_{\mu=\mu_{k,m}(\eta)} \times \\ & \times \sum_{s=1}^2 \left\{ \cos[\eta \zeta^* + (-1)^s k \varphi^*] - \frac{(-1)^s k \omega}{\mu_{k,m}^2(\eta)} \sin[\eta \zeta^* + (-1)^s k \varphi^*] \right\} \times \left[ \mu_{k,m}^2(\eta) + \frac{(k\omega)^2}{\mu_{k,m}^2(\eta)} \right]^{-1} d\eta. \end{aligned}$$

**Результати розрахунків.** Досліджували безрозмірну температуру  $t$  у двошаровому циліндрі ( $n=2$ ) при  $\zeta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ;  $\bar{k} = 4$ ;  $Bi_0 = 1$ ;  $\bar{\lambda}_t^{(1)} = 1$ ;

$\bar{\lambda}_t^{(2)} = 0,1622$ ;  $\bar{a}_1 = 1$ ;  $\bar{a}_2 = 0,1313$ ;  $\rho_0 = 0,8$ ;  $\rho_1 = 0,9$ ;  $\rho_2 = 1$  для таких значень приведеної кутової швидкості  $\omega$ :  $2\pi$ ,  $4\pi$ ,  $8\pi$ ,  $16\pi$ ,  $256\pi$ ,  $4096\pi$ .

Графіки на рис. 1–4 ілюструють зміну температури по товщині циліндра під центром плями нагріву ( $\zeta = 0$ ,  $\varphi = \omega Fo$ ). На рис. 1 криві 1–4, які побудовані для  $\omega = 2\pi$ , відповідають моментам часу  $Fo = 0,01$ ;  $0,05$ ;  $0,1$ ;  $0,2$ , в які тепловий потік перебуває в межах першого оберту. При  $Fo > 0,2$  розподіл температури в рухомій системі координат не змінюється, тобто настає квазістаціонарний тепловий режим.

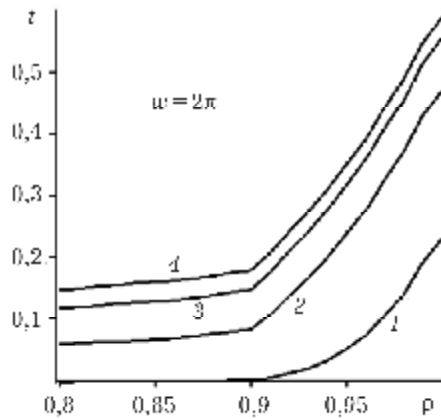


Рис. 1.

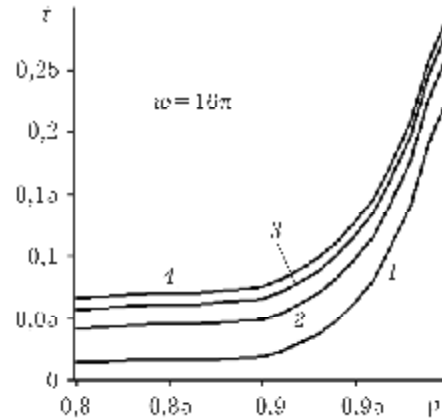


Рис. 2.

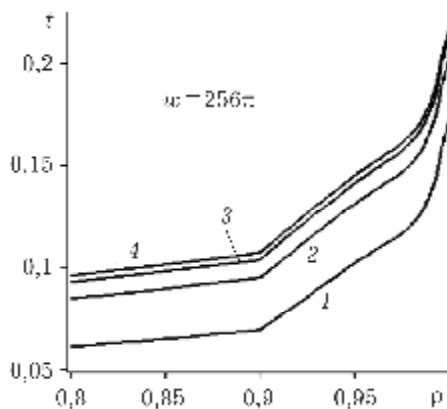


Рис. 3.

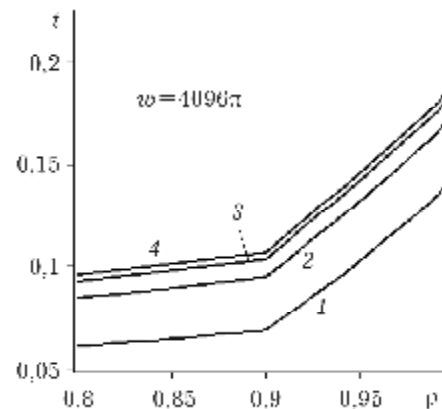


Рис. 4.

На рис. 2–4 наведено розподіл температури у моменти часу, які передують виходу на квазістаціонарний режим. Відповідні графіки побудовані для моментів часу, коли центр плями нагріву перебуває в кінці

- 1-го, 2-го, 3-го, 4-го обертів теплового потоку ( $Fo = 0,125$ ;  $0,25$ ;  $0,375$ ;  $0,5$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 16\pi$  (рис. 2);
- 32-го, 64-го, 96-го, 128-го обертів ( $Fo = 0,25$ ;  $0,5$ ;  $0,75$ ;  $1$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 256\pi$  (рис. 3);
- 512-го, 1024-го, 1536-го, 2048-го обертів ( $Fo = 0,25$ ;  $0,5$ ;  $0,75$ ;  $1$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 4096\pi$  (рис. 4).

Криві 4 відповідають розподілу температур у квазістаціонарному тепловому режимі.

Для  $\omega = 4\pi$  та  $\omega = 8\pi$  характер розподілу температури по товщині циліндра аналогічний, як для  $\omega = 2\pi$  (рис. 1), а квазістационарний тепловий режим настає відповідно під час другого та третього обертів теплового потоку.

З аналізу графіків випливає, що зі збільшенням кутової швидкості зростає і кількість обертів, необхідна для виходу на квазістационарний режим. Розподіл температури по товщині першого шару циліндра є практично лінійним, а в другому шарі стає близьким до лінійного за великих значень  $\omega$  (рис. 4). Якщо  $\omega > 256\pi$ , температура в першому шарі циліндра практично не змінюється (рис. 3;4).

На рис. 5 побудовано залежність температури зовнішньої поверхні циліндра від кутової координати  $\varphi$  при  $\omega = 2\pi$ . Криві 1–4 відповідають тим самим значенням  $Fo$  і  $\omega$ , що й криві на рис. 1. Крива 4 ілюструє розподіл температури в квазістационарному режимі, який настає при  $Fo > 0,2$ .

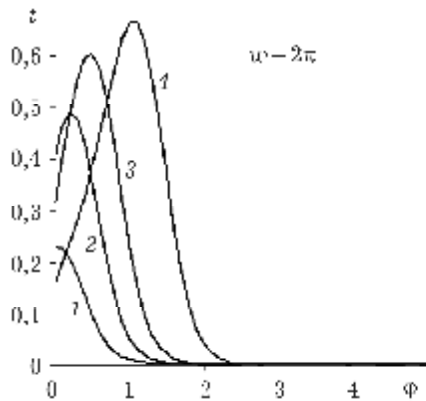


Рис. 5.

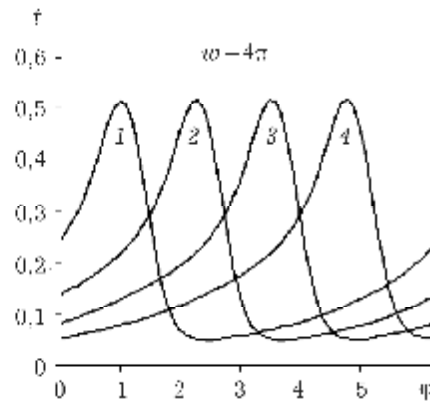


Рис. 6.

Як видно з рис. 1 і 5, максимальне значення температури на зовнішній поверхні циліндра для кожного значення  $Fo$  досягається не в центрі плями нагріву, а в точці, де він знаходився в один з попередніх моментів часу.

Відмітимо, що при  $\omega = 2\pi$  характер зміни температури по товщині циліндра і на його поверхні такий самий, як і за руху теплового потоку по твірній з приведеною швидкістю руху  $v = 5$  та по гвинтовій лінії з приведеними швидкостями руху по осевій та кутовій координатах відповідно  $v = 5$  та  $\omega = 2\pi$  [1].

На рис. 6–10 наведено розподіл температури по кутовій координаті у квазістационарному режимі. Відповідні графіки побудовані для моментів часу, в яких центр плями нагріву перебуває під час

- другого оберту теплового потоку ( $Fo = 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 4\pi$  (рис. 6);
- третього оберту ( $Fo = 0,55; 0,6; 0,65; 0,75$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 8\pi$  (рис. 7);
- четвертого оберту ( $Fo = 0,4; 0,425; 0,45; 0,475$ ; криві 1–4 відповідно) при  $\omega = 16\pi$  (рис. 8);
- 128-го оберту ( $Fo = 509/512; 510/512$ ; криві 1, 2 відповідно) при  $\omega = 256\pi$  (рис. 9);
- 2048-го оберту ( $Fo = 8190/8192; 1$ ; криві 1, 2 відповідно) при  $\omega = 4096\pi$  (рис. 10).

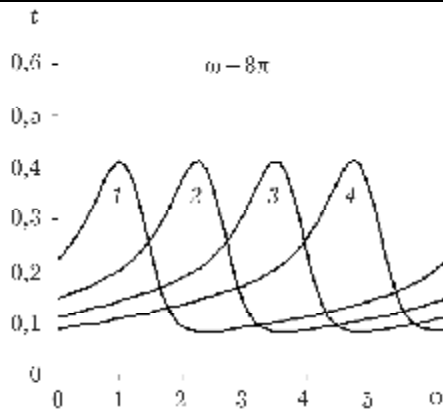


Рис. 7.

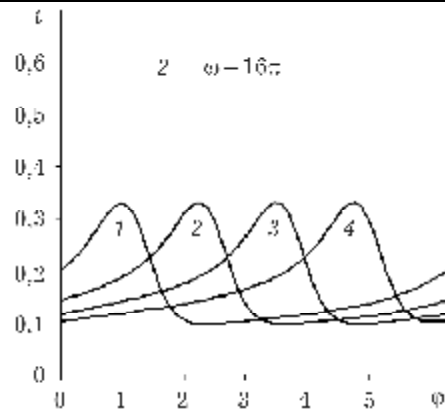


Рис. 8.

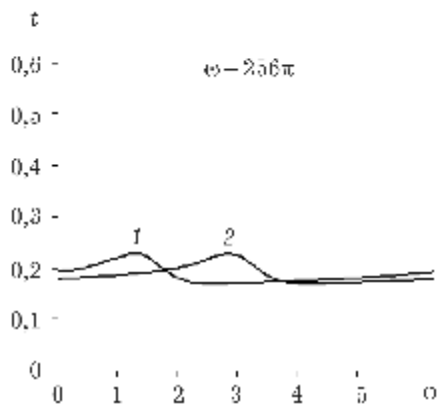


Рис. 9.

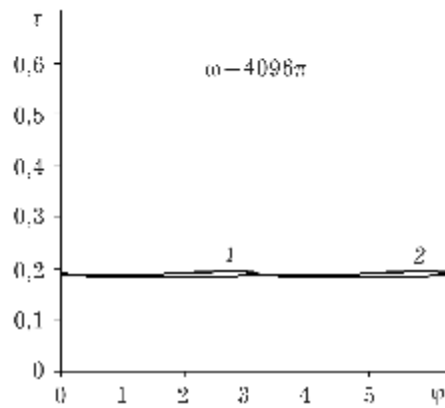


Рис. 10.

Таким чином, зміна температури уздовж кутової координати, як і очікували, має коливний характер. Зі збільшенням кутової швидкості зменшуються амплітуди коливань температури. За великих кутових швидкостей (рис. 10) амплітуди коливань стають малими і наближено можна вважати, що температурне поле не залежить від кутової координати  $\varphi$ . У цьому випадку воно є близьким до безрозмірного осесиметричного, зумовленого кільцевим нормально розподіленим на зовнішній поверхні циліндра потоком тепла:

$$q^*(\zeta) = q_0 e^{-\bar{k}(\zeta - \zeta_0)^2},$$

де  $q_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-\bar{k} \sin^2 \varphi^*} \cos \varphi^* S(\cos \varphi^*) d\varphi^* = \operatorname{erf}(\sqrt{\bar{k}}) / (2\sqrt{\pi\bar{k}})$  – середнє інте-

гральне значення розподілу теплового потоку по кутовій координаті.

У праці [1] таке температурне поле отримали з неосесиметричного граничним переходом  $\omega \rightarrow \infty$ , а в [3] – без множника  $q_0$ , як розв'язок відповідної нестационарної осесиметричної задачі теплопровідності. При цьому характер розподілу температури в стаціонарному режимі є близьким до розподілу температури в квазістаціонарному режимі за великих кутових швидкостей.

**Висновки.** Аналіз підрахунків, які виконано для шести приведених значень кутової швидкості, зокрема, виявив, що за малих кутових швидкостей характер зміни температури по товщині циліндра такий самий, як і під час руху по твірній та гвинтовій лініях. При цьому квазістаціонарний

режим настає перед початком другого оберту. Зі збільшенням кутової швидкості зростає і кількість обертів, що необхідна для виходу на квазі-стационарний режим, але зменшуються амплітуди коливань температури. За великих кутових швидкостей отримуємо температурне поле, близьке до осесиметричного, зумовленого кільцевим нормально розподіленим потоком тепла, а квазістационарний режим є близьким до осесиметричного стационарного.

1. Процюк Б. В., Синюта В. М. Нестационарні неосесиметричні температурні поля багат шарових ортотропних циліндрів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – 51, № 4. – С. 221–228.
2. Ootao Y., Akai T., Tanigawa Y. Three-dimensional transient thermal stress analysis of a nonhomogeneous hollow circular cylinder due to a moving heat source in the axial direction // J. Thermal Stresses. – 1995. – 18. – P. 497–512.
3. Protsiuk B., Syniuta V. Thermoelastic state of a multilayer cylinder due to a heat flow // Third International Congress on Thermal Stresses "THERMAL STRESSES-99". – June 13–17, 1999. – Cracow, Poland. – P. 371–374.

#### **ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ДВУХСЛОЙНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ РАЗНЫХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОТОКА ТЕПЛА**

Рассмотрена трехмерная нестационарная задача теплопроводности для двух-слойного цилиндра, который нагревается нормально распределенным потоком тепла, движущимся по внешней поверхности вдоль направляющей цилиндра. На основе полученного с использованием функции Грина решения соответствующей задачи теплопроводности исследованы температурные поля для различных значений угловой скорости.

#### **INVESTIGATION OF THE NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD OF A TWO-LAYER CYLINDER AT DIFFERENT ANGULAR VELOCITIES OF MOTION OF NORMALLY DISTRIBUTED STREAM OF HEAT**

A three-dimensional non-stationary heat conduction problem for a two-layer cylinder heated by normally distributed heat stream moving on the external surface along the cylinder guide is considered. On the basis of the solution obtained through the Green's functions for the corresponding heat conductivity problem temperature fields for different values of angular velocity are investigated.

<sup>1</sup>Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
14.09.18

<sup>2</sup>Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів