УДК 517.926

О. О. Власій[1], Р. М. Тацій[2]

АПРОКСИМАЦІЯ РОЗВ'ЯЗКІВ УЗАГАЛЬНЕНИХ КОРЕКТНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ

Для узагальнених коректних диференціальних систем першого порядку доведено теорему про збіжність розв'язків послідовності апроксимувальних задач до розв'язку вихідної задачі. Застосування теореми проілюстровано на прикладі задачі про вимушені поздовжні коливання стрижня з насадженими масами та узагальненими зовнішніми навантаженнями.

Вступ. Математичне моделювання різноманітних фізичних процесів, які враховують єдність дискретної та неперервної природи, призводить до дослідження диференціальних рівнянь із узагальненими функціями в коефіцієнтах та правих частинах [3–5, 7, 9, 15]. Однак значну кількість математичних моделей дискретно-неперервних процесів та явищ описують так звані квазідиференціальні рівняння (КДР), які з позиції класичної теорії звичайних диференціальних рівнянь є некоректними. Значний поштовх до дослідження саме таких рівнянь дав розвиток концепції квазіпохідних [14]. Шляхом специфічного (за допомогою введення квазіпохідних) зведення квазідиференціальних рівнянь до узагальнених диференціальних систем першого порядку вдалося побудувати лінійну теорію КДР [13]. Проте недостатньо вивченим залишалося питання про наближений розв'язок КДР та відповідних систем. Нижче доведено теорему про збіжність, яка гарантує умови, що дають можливість знайти наближений розв'язок узагальненої диференціальної системи першого порядку шляхом деякої апроксимації коефіцієнтів вихідної задачі. Практичне застосування доведеної теореми проілюстровано на прикладі розв'язання задачі про вимушені поздовжні коливання стрижня з насадженими масами та узагальненими зовнішніми навантаженнями.

Позначення: $I = [a;b] \subset \mathbb{R}$; $\omega_n = \{a \equiv x_0 < x_1 < \ldots < x_{n-1} < x_n \equiv b\}$ – довільне розбиття відрізка $[a;b]$; $\mathbf{C}^p$ – простір p-вимірних комплексних векторів; $\mathbf{C}^{p\times q}$ – простір комплексних $(p\times q)$-матриць $A = \left(a_{ij}\right)_{i,j=1}^{p,q}$ з нормою $|A| = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}\left|a_{ij}\right|$; A^{T} – матриця, транспонована до матриці A; $BV_{\mathrm{p\times p}}^{+}[a;b]$ – простір матриць-функцій $A:[a;b]\to\mathbf{C}^{p\times q}$, усі компоненти яких є неперервними справа функціями обмеженої на відрізку $[a;b]$ варіації, з нормою $\|A\| = |A(a)| + \bigvee_a^b(A)$; $BV_{\mathrm{p\times 1}}^{+}[a;b] = BV_{\mathrm{p}}^{+}[a;b]$; $\delta(x-x_s)$ – функція Дірака з носієм у точці x_s; $\overline{k,l}$ – множина цілих чисел від k до l: $\{k, k+1, \ldots, l\}$; $\Theta_k(x), x\in[a;b]$, – характеристична функція інтервалу $[x_k;x_{k+1})$, тобто $\Theta_k(x) = \begin{cases}1, x\in[x_k;x_{k+1})\\ 0, x\notin[x_k;x_{k+1})\end{cases}$; $\bigvee_a^b(A)$ – повна варіація матриці-функції $A(x)$, що дорівнює сумі повних варіацій усіх її елементів: $\bigvee_a^b(A) = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sup_{\omega}\sum_{k=1}^{n}\left|a_{ij}(x_k) - a_{ij}(x_{k-1})\right|$; $A_\nu(x) \rightrightarrows A(x)$ на $[a;b]$ – рівномірна збіжність послідовності матриць-функцій $\{A_\nu(x)\}_{\nu=1}^{\infty}$, яка означає, що $\lim\limits_{\nu\to\infty}\sup\limits_{x\in[a;b]}\left|A(x)-A_\nu(x)\right|=0$.

Формулювання задачі і додаткові відомості. Розглянемо узагальнену диференціальну систему першого порядку вигляду

$$Y' = C'(x)Y + F'(x), \tag{1}$$

$$Y(a) = Y_0, \tag{2}$$

де $Y(x)$ – невідома p-вимірна вектор-функція, $C \in BV^{+}_{p\times p}[a;b]$, $F \in BV^{+}_{p}[a;b]$, а диференціювання і рівність розуміємо в узагальненому сенсі.

Надалі розглядатимемо лише коректні системи вигляду (1), тобто такі, для яких справджуються умови [11]

$$\forall x \in [a;b] \quad [\Delta C(x)]^2 = 0,\ \Delta C(x)\Delta F(x) = 0, \tag{3}$$

які гарантують, що під час дослідження таких систем не виникатиме проблема множення розподілів [1].

Відзначимо, що в задачах апроксимації і, зокрема, за наближеного розв'язування інтегральних та диференціальних рівнянь важливу роль відіграють теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Рімана–Стільтьєса. До таких теорем, наприклад, належать перші і друга теореми Хеллі [6], теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Курцвейля–Стільтьєса [16]. Оскільки інтеграл Курцвейля–Стільтьєса є загальнішою конструкцією, ніж інтеграл Рімана–Стільтьєса, і охоплює його [8], то подальший результат можна вважати як наслідок з теорем, доведених у праці [16].

Теорема 1. Нехай $g_n(x) \in BV[a;b]$, якщо $n \in \mathbb{N}$, і $g_n(x) \rightrightarrows g(x)$ на $[a;b]$. Тоді для довільної функції $f(x) \in BV[a;b]$ за умови існування інтегралів $\int_a^b f(x)dg_n(x)$ при $n \in \mathbb{N}$ та $\int_a^b f(x)dg(x)$ справджується рівність

$$\int_a^x f(t)dg_n(t) \rightrightarrows \int_a^x f(t)dg(t) \text{ на } [a;b].$$

Теорема про збіжність. Нехай у результаті деякої апроксимації коефіцієнтів системи (1) отримали наближену узагальнену диференціальну систему

$$Y_\nu' = C_\nu'(x)Y_\nu + F_\nu'(x) \tag{4}$$

з початковою умовою, що відповідає умові (2)

$$Y_\nu(a) = Y_0. \tag{5}$$

Якщо припустити, що задачу (4), (5) можна ефективно розв'язати, то природно виникає питання, за яких умов її розв'язок «близький» до розв'язку задачі (1), (2) і в якому сенсі розуміти цю близькість. Відповідь на нього дає теорема 2.

Теорема 2. Нехай для матриць $C(x) = \left(c_{ij}(x)\right)_{i,j=1}^{p}$, $C_\nu(x) = \left(c_{ij}^{\nu}(x)\right)_{i,j=1}^{p}$ і векторів $F(x) = \left(f_1(x), f_2(x), \ldots, f_p(x)\right)^{\mathrm{T}}$, $F_\nu(x) = \left(f_1^{\nu}(x), f_2^{\nu}(x), \ldots, f_p^{\nu}(x)\right)^{\mathrm{T}}$ справджуються такі умови:

1) для кожного фіксованого ν і довільного $x \in [a;b]$

$[\Delta C_\nu(x)]^2 = 0,\ \Delta C_\nu(x)\Delta F_\nu(x) = 0$;

2) для кожного фіксованого ν і довільного $x \in [a;b]$

$\Delta C_\nu(x)\Delta C(x) = 0,\ \Delta C_\nu(x)\Delta F(x) = 0$;

3) $f_j^\nu(x) \rightrightarrows f_j(x)$ на $[a;b]$ для $j = \overline{1,p}$;

4) $c_{ij}^\nu(x) \rightrightarrows c_{ij}(x)$ на $[a;b]$ для $i,j = \overline{1,p}$;

5) для кожного фіксованого ν

$$\bigvee_a^b (C_\nu) \le V = \text{const},$$

тоді $Y_\nu(x) \rightrightarrows Y(x)$ на $[a;b]$.

Доведення. За виконання умов коректності (3) задача (1), (2) в допустимому класі функцій [13, с. 70] еквівалентна інтегральному рівнянню

$$Y(x) = Y_0 + \int_a^x dC(t)Y(t) + F(x) - F(a),$$

причому інтеграл у правій частині внаслідок виконання умов (3) є класичним матричним інтегралом (тобто набором скалярних інтегралів) Рімана–Стільтьєса. Перша умова теореми забезпечує коректність систем (4) для кожного фіксованого ν, а тому задача (4), (5) в допустимому класі еквівалентна інтегральному рівнянню

$$Y_\nu(x) = Y_0 + \int_a^x dC_\nu(t)Y_\nu(t) + F_\nu(x) - F_\nu(a).$$

Розглянемо різницю

$$Y(x) - Y_\nu(x) = \int_a^x dC(t)Y(t) - \int_a^x dC_\nu(t)Y(t) + \int_a^x dC_\nu(t)[Y(t) - Y_\nu(t)] + \\ + F(x) - F_\nu(x) + F_\nu(a) - F(a), \tag{6}$$

яка матиме сенс (а не буде лише формальною) за умови існування інтеграла $\int_a^x dC_\nu(t)Y(t)$. Для встановлення цього факту достатньо показати, що добуток $C_\nu'(x)Y(x)$ коректний в узагальненому сенсі. Дійсно, на підставі другої умови теореми маємо:

$$\Delta C_\nu(x)\Delta Y(x) = \Delta C_\nu(x)[\Delta C(x)Y(x) + \Delta F(x)] = 0.$$

Перехід до норм у (6) призводить до нерівності

$$|Y(x) - Y_\nu(x)| \le \left|\int_a^x dC(t)Y(t) - \int_a^x dC_\nu(t)Y(t)\right| + \int_a^x |dC_\nu(t)||Y(t) - Y_\nu(t)| + \\ + |F(x) - F_\nu(x)| + |F(a) - F_\nu(a)|. \tag{7}$$

Із третьої умови теореми випливає, що для довільного $\varepsilon > 0$ знайдеться таке натуральне число $N_1(\varepsilon)$, що для всіх $\nu > N_1(\varepsilon)$ і довільного $x \in [a;b]$ виконуються нерівності

$$\left|f_j(x) - f_j^\nu(x)\right| < \frac{\varepsilon}{3p},\ j = \overline{1,p}.$$

Тоді, враховуючи вигляд норми вектора, отримаємо:

$$|F(x)-F_\nu(x)| = \sum_{j=1}^{p}\left|f_j(x)-f_j^\nu(x)\right| < p\cdot\frac{\varepsilon}{3p} = \frac{\varepsilon}{3}. \tag{8}$$

За аналогією маємо:

$$|F(a)-F_\nu(a)| < \frac{\varepsilon}{3}. \tag{9}$$

Оцінимо перший доданок у нерівності (7):

$$\left|\int_a^x dC(t)Y(t) - \int_a^x dC_\nu(t)Y(t)\right| = \sum_{i=1}^{p}\left|\int_a^x\sum_{j=1}^{p} y_j(t)dc_{ij}(t) - \int_a^x\sum_{j=1}^{p} y_j(t)dc_{ij}^\nu(t)\right| \le$$
$$\le \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\left|\int_a^x y_j(t)dc_{ij}(t) - \int_a^x y_j(t)dc_{ij}^\nu(t)\right|.$$

На основі теореми 1 для довільного $\varepsilon > 0$ знайдеться таке натуральне число $N_2(\varepsilon)$, що для всіх $\nu > N_2(\varepsilon)$ і довільного $x \in [a;b]$ справджуються нерівності

$$\left|\int_a^x y_j(t)dc_{ij}(t) - \int_a^x y_j(t)dc_{ij}^\nu(t)\right| \le \frac{\varepsilon}{3p^2},\ i,j=\overline{1,p},$$

тоді

$$\left|\int_a^x dC(t)Y(t) - \int_a^x dC_\nu(t)Y(t)\right| < \frac{\varepsilon}{3}. \tag{10}$$

Таким чином, якщо врахувати оцінки (8)–(10) і вибрати $N(\varepsilon) = \max\{N_1(\varepsilon), N_2(\varepsilon)\}$, то з нерівності (7) отримаємо:

$$|Y(x)-Y_\nu(x)| \le \varepsilon + \int_a^x |dC_\nu(t)|\,|Y(t)-Y_\nu(t)|.$$

На підставі узагальненої леми Гронуолла–Беллмана [10] для $\nu > N(\varepsilon)$ і $x \in [a;b]$ маємо оцінку

$$|Y(x)-Y_\nu(x)| \le \varepsilon\exp\left(\bigvee_a^b (C_\nu)\right),$$

звідки згідно з п'ятою умовою теореми випливає:

$$\sup_{x\in[a;b]}|Y(x)-Y_\nu(x)| \le \varepsilon e^V.$$

Остання нерівність через довільність вибору ε якраз і означає рівномірну збіжність $Y_\nu(x)$ до $Y(x)$ на $[a;b]$. Теорему доведено.

Приклад застосування теореми. Розглянемо задачу про вимушені поздовжні коливання стрижня довжиною $l=\pi$ із закріпленими кінцями, який, окрім неперервно розподіленої маси $m(x) = 1+\sin x$, несе на собі зосереджені маси $M_k = M = 1, k = 1,2,3,$ у точках $x_1^* = \frac{\pi}{4}, x_2^* = \frac{\pi}{2}, x_3^* = \frac{3\pi}{4}$, а також зазнає в цих точках впливу узагальнених зовнішніх навантажень:

$$y'' + \left(1+\sin x + \delta\left(x-\frac{\pi}{4}\right) + \delta\left(x-\frac{\pi}{2}\right) + \delta\left(x-\frac{3\pi}{4}\right)\right)y = \delta\left(x-\frac{\pi}{4}\right) - \delta\left(x-\frac{\pi}{2}\right) + \delta\left(x-\frac{3\pi}{4}\right); \tag{11}$$

$$y(0) = y(\pi) = 0. \tag{12}$$

За допомогою вектора $Y(x) = (y, y')^{\mathrm{T}}$ рівняння (11) зводимо до системи виду (1):

$$Y' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 + \sin x + \sum\limits_{k=1}^{3} M\delta\left(x - x_k^*\right) & 0 \end{pmatrix} Y + \begin{pmatrix} 0 \\ \sum\limits_{k=1}^{3} s_k \delta\left(x - x_k^*\right) \end{pmatrix}, \tag{13}$$

де $s_1 = s_3 = 1, s_2 = -1$.

Для системи (1) крайові умови, що відповідають (12), матимуть вигляд

$$PY(0) = QY(\pi),\ P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Неважко переконатися у коректності системи (13), тобто у виконанні умов (3).

Знайдемо наближений розв'язок задачі (13), (14), скориставшись апроксимацією змінних коефіцієнтів вихідної задачі. На відрізку $[0;\pi]$ введемо розбиття $\omega_n = \{0 \equiv x_0 < x_1 < \ldots x_k < x_{k+1} < \ldots < x_n \equiv \pi\}$ так, щоб точки $x_k^*, k = 1,2,3$, входили у це розбиття. Множину носіїв узагальнених коефіцієнтів позначатимемо $\omega^* = \left\{x_k^*, k = 1,2,3\right\}$. Розташування точок зосередження мас на стрижні дає можливість вибрати сітку ω_n рівномірною з кроком $x_{k+1} - x_k = h = \dfrac{\pi}{n}, k = \overline{0, n-1}$. До коефіцієнта $m(x) = 1 + \sin x$ застосуємо так звану D-апроксимацію [12]. На кожному з інтервалів $[x_k; x_{k+1})$, $k = \overline{0, n-1}$ апроксимуємо функцію $\mu(x) = \int\limits_0^x (1 + \sin t)dt = x - \cos x$ сталою функцією $\tilde{\mu} = \mu(x_k) = x_k - \cos x_k$, тоді на всьому відрізку $[a;b]$ функція $\mu(x)$ апроксимуємо так

$$\mu(x) \approx \tilde{\mu}(x) = \sum_{k=0}^{n-1} (x_k - \cos x_k)\Theta_k(x).$$

У точці $x = x_k$ функція $\tilde{\mu}(x)$ має стрибок

$$\Delta\tilde{\mu}(x_k) = \tilde{\mu}(x_k) - \tilde{\mu}(x_{k-1}) = x_k - \cos x_k - (x_{k-1} - \cos x_{k-1}) = h - \cos x_k + \cos x_{k-1}.$$

Позначатимемо цю величину M_k, тобто $M_k = h - \cos x_k + \cos x_{k-1}$. Тоді коефіцієнт $m(x)$ на $[a;b]$ апроксимуємо узагальненою функцією

$$m(x) \approx \tilde{m}(x) = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tilde{\mu}(x_k)\delta_k(x) = \sum_{k=1}^{n} M_k \delta_k(x).$$

А отже, система, яка є наближеною до системи (13), матиме вигляд

$$Y_\nu' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \sum\limits_{k=1}^{n} M_k^* \delta\left(x - x_k^*\right) & 0 \end{pmatrix} Y_\nu + \begin{pmatrix} 0 \\ \sum\limits_{k=1}^{3} s_k \delta\left(x - x_k^*\right) \end{pmatrix}, \tag{15}$$

де $M_k^* = \begin{cases} M_k + 1, x_k \in \left\{x_k^*, k = 1,2,3\right\} \\ M_k, x_k \notin \left\{x_k^*, k = 1,2,3\right\} \end{cases}$.

Для системи (15) ставимо крайові умови, що відповідають (14):

$$PY_\nu(0) = QY_\nu(\pi). \tag{16}$$

Запропонована апроксимація задовольняє всі умови теореми 2, а тому її розв'язок $Y_\nu(x)$ рівномірно збігатиметься до розв'язку задачі (13), (14) на відрізку $[0;\pi]$. Зауважимо, що вигляд системи (15) дає можливість побудувати розв'язок задачі (15), (16) за рекурентними формулами [2].

Визначальною [2] для системи (15) є елементарна система $Y'=0$ і її фундаментальна матриця $\tilde{B}(x,s)$ на всьому проміжку $[0;\pi]$ матиме вигляд

$$\tilde{B}(x,s)=\begin{pmatrix}1 & x-s\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Для системи (15) стрибок матриці-коефіцієнта $C(x)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \sum\limits_{k=1}^{n} M_k^*\delta\left(x-x_k^*\right) & 0\end{pmatrix}$ у точці $x=x_k$ має вигляд $\Delta C(x_k)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ -M_k^* & 0\end{pmatrix}$.

Позначимо через $Y_k(x)$ – розв'язок задачі (15), (16) на проміжку $[x_k;x_{k+1})$. Тоді

$$Y_0(x)=\tilde{B}(x,x_0)Y_0,\ x\in[x_0;x_1);$$

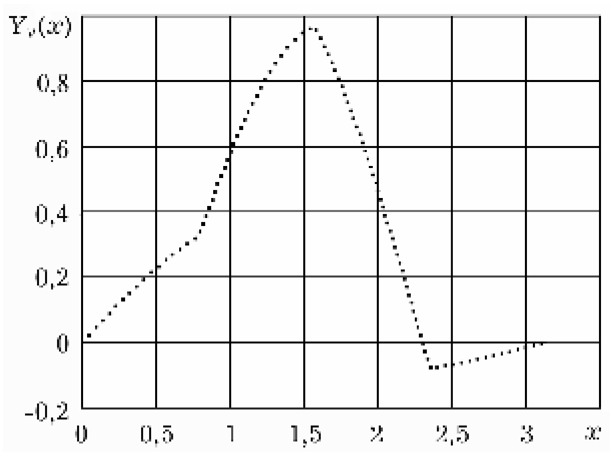
$$Y_k(x)=\tilde{B}(x,x_k)\left[\tilde{C}_k Y_{k-1}(x_k-0)+S_k\right],\ x\in[x_k;x_{k+1}),\ k=\overline{1,n-1};$$

де $\tilde{C}_k=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -M_k^* & 1\end{pmatrix}$, $S_k=\begin{pmatrix}0\\ s_k^*\end{pmatrix}$, $s_k^*=\begin{cases}1, & x_k\in\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}\\ -1, & x_k=\frac{\pi}{2}\\ 0, & x_k\notin\omega^*\end{cases}$.

Початковий ветор Y_0, який відповідає крайовій задачі (15), (16), знайдемо за формулами:

$$Y_0=[P-QB_n(x_n,x_0)]^{-1}\left[-\sum_{j=1}^{n}B_n(x_n,x_j)S_j\right],$$

$$B_n(x_n,x_j)=\prod_{i=0}^{n-j-1}\tilde{C}_{n-i}\tilde{B}(x_{n-i},x_{n-i-1}).$$



Графік наближеного розв'язку задачі (13), (14).

Розраховували з точністю 10^{-6}, що відповідає розбиттю відрізка $[0;\pi]$ на 2^{10} рівних частин. Побудовано (див. рисунок) графік розв'язку $y_\nu(x)$ задачі (15), (16), який є наближеним розв'язком задачі (13), (14). Відзначимо, що в точках $x_k^*, k = 1,2,3,$ зосередження мас і узагальнених навантажень перша похідна розв'язку задачі (13), (14) є розривною і має стрибок ($\Delta y'(x_k) = -M + s_k$), що добре ілюструє графік.

Висновки. Актуально розробити наближені методи розв'язування узагальнених диференціальних систем першого порядку та відповідних їм квазідиференціальних рівнянь. Доведено теорему, що встановлює умови, за яких розв'язки апроксимувальних задач збігаються з розв'язками вихідних задач. Отримані результати проілюстровано на прикладі задачі про вимушені поздовжні коливання стрижня зі зосередженими масами та узагальненими зовнішніми навантаженнями. Точність розрахунків дає підстави пропонувати описаний метод знаходження наближених розв'язків узагальнених диференціальних систем для розв'язання широко класу прикладних задач, які моделюють фізичні процеси та явища дискретно-неперервного характеру.

1. *Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
2. *Власій О. О., Стасюк М. Ф., Тацій Р. М.* Структура розв'язків узагальнених систем з кусково-змінними коефіцієнтами // Вісник НУ "Львівська політехніка": Фіз.-мат. науки. – 2009. – №.660 – С. 34–38.
3. *Гащук П. Зорій Л.* Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем. – Львів: Укр. технології, 1999. – 372 с.
4. *Кеч В., Теодореску П.* Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. – М.: Мир, 1978. – 518 с.
5. *Коллатц Л.* Задачи на собственные значения с техническими приложениями: Пер. с нем. – М.: Наука, 1968. – 503 с.
6. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 543 с.
7. *Корнеев С. А.* Техническая теория стержней. Применение обобщенных функций для решения задач сопротивления материалов: Уч. пос. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. – 84 с.
8. *Лукашенко Т. П., Скворцов В. А., Солодов А. П.* Обобщенные интегралы. – М.: Едиториал УРСС, 2011. – 280 с.
9. *Образцов И.Ф., Онанов Г. Г.* Строительная механика скошенных тонкостенных систем. – М.: Машиностроение, 1973. – 659 с.
10. *Пахолок Б. Б.* Об одном неравенстве типа Гронуолла–Беллмана // Вестн. Львов. политехн. ин-та: Дифференц. уравнения и их приложения. – 1989. – № 232. – С. 109–110.
11. *Стасюк М. Ф., Тацій Р. М.* Матричні інтегральні рівняння та диференціальні системи з мірами // Вісник НУ "Львів. політехніка": Фіз.-мат. науки. – 2006. – Вип. 566. – С. 33–40.
12. *Тацій Р. М., Власій О. О.* Еквівалентна рекурентна формула для узагальненого квазідиференціального рівняння та її застосування // Доп. НАН України. – 2007. – № 9. – С. 17–20.
13. *Тацій Р.М., Стасюк М. Ф., Мазуренко В. В. Власій О. О.* Узагальнені квазідиференціальні рівняння. – Дрогобич: Коло, 2011. – 301 с.
14. *Тацій Р.М., Стасюк М. Ф., Мазуренко В. В.* Моделювання дискретно-континуальних систем. Основи концепції квазіпохідних // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 10. – С. 7–37.

15. *Gomez B. J., Repetto C. E., Stia C. R., Welti R.* Oscillations of a string with concentrated masses // European J. of Physics. – 2007. – № 28. – P. 961–975.
16. *Halas Z., Tvrdý M.* Continuous dependence of solutions of generalized linear differential equations on a parameter // Funct. Differ. Equ. – 2009. – 16, № 2. – P. 299–313.

АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ КОРРЕКТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Для обобщенных корректных дифференциальных систем первого порядка доказана теорема о сходимости решений последовательности аппроксимирующих задач к решению исходной задачи. Применение теоремы проиллюстрировано на примере задачи о вынужденных продольных колебаниях стержня с насаженными массами и обобщенными внешними нагрузками.

APPROXIMATION OF SOLUTIONS OF GENERALIZED CORRECT DIFFERENTIAL SYSTEMS

To correct generalized differential systems of first-order theorem about the convergence of solutions of a sequence of approximating problems to the solution of the original problem is proved. Application of the theorem is illustrated on the example of the problem of forced longitudinal vibrations of a rod fitted masses and generalized external loads.

[1] Прикарпатський нац. ун-т
імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ
[2] Львів. державний ун-т безпеки життєдіяльності, Львів

Одержано
08.10.12