

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗАМІЩЕННЯ ГАЗІВ У ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Запропоновано та досліджено математичні моделі взаємозаміщення двох газів. Розглянуто диференціальну, балансову моделі заміщення та модель типу фільтрація-дифузія. Для розрахунку тиску газів та коефіцієнта взаємодифузії побудована зв'язана система диференціальних рівнянь у частинних похідних. Для сталих параметрів середовища та повільної зміни тиску в ньому знайдено розв'язок цієї системи. Отримані результати апробовані під час обчислювального експерименту.

Вступ. Експлуатація підземних сховищ газу (ПСГ) пов'язана зі зберіганням буферного газу, необхідного для підтримання сховища в робочому режимі. Якщо відібрати буферний газ, то відновити акумулювальну здатність сховища буде проблематично. Як правило, об'єм буферного газу є близький до активного (газу, який закачують/відбирають в/зі сховище/а). Тому актуально замінити буферний газ деяким порівняно недорогим інертним газом, зокрема, азотом. Праць, в яких вивчають подібні процеси, небагато. Тому такі дослідження актуальні.

Формулювання задачі. Розглянемо процес заміщення одного газу А (зокрема, метану) іншим газом В (азотом) у пористому середовищі, яким є пласт ПСГ.

У такому випадку можна розглядати три основних зони: перша складається з газу В, який надходить у пористе середовище; друга, проміжна, – зі суміші газів; третя – з газу, який відбирають зі середовища.

Очевидно, що під час заміщення газу змішуватимуться і проміжна зона розшириться. Момент припинення відбирання одного газу і закачування іншого повинен визначатися деяким наперед заданим процентним вмістом закачуваного газу, в газі, що відбирають.

Дифузію двох газів описує диференціальне рівняння

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right), \quad (1)$$

де D – коефіцієнт взаємної дифузії газів А та В. Для його визначення побудовано багато формул, зокрема [1]:

$$D_{AB} = \frac{T^{1.5}}{p(\sigma_A + \sigma_B)^2} \left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} \right)^{0.5}, \quad (2)$$

де p, T – тиск та температура в системі; m_A та m_B – маси газів; σ_A та σ_B – параметри потенціалу Ленард-Джонса.

М. Саксена та С. Саксена для обчислення коефіцієнта взаємної дифузії газів запропонували наступну видозмінену формулу Сезерленда [1]:

$$D_{AB} = \frac{XT^{1.5} \left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} \right)^{0.5}}{p(V_A^{1/3} + V_B^{1/3})[1 + (YT_{AB}/T)]} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}, \quad (2')$$

де $V_{A,B}, T_{A,B}$ – критичні об'єми ($\text{см}^3 / \text{моль}$) і температура (К) газів; p – тиск суміші газів в атмосферах; $T_{A,B} = (T_A T_B)^{0.5}$. Для неполярних газів $X = 0.022023$ і $Y = 1.1756$. Для суміші полярних і неполярних газів $X = 0.022023$ і $Y = 0.90116$.

Якщо відомі коефіцієнти самодифузії газів D_{AA} і D_{BB} , то

$$D_{AB} = \sqrt{\frac{m_A + m_B}{2\sqrt{m_A m_B}}} \sqrt{D_{AA} D_{BB}} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}. \quad (2'')$$

У свою чергу тиск газу в пористому середовищі $\Omega_3 \subset R^3$ описує нелінійне диференціальне рівняння в частинних похідних [2–4]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x h}{\mu \chi} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y h}{\mu \chi} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z h}{\mu \chi} \frac{\partial p^2}{\partial z} \right) = 2\alpha_n m h \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\chi} \right) + 4 m h q p_{st}. \quad (3)$$

Тут k_u – проникність пласта в напрямі u ; μ – динамічна в'язкість газу; χ – коефіцієнт стисливості; h – товщина пласта; m – його пористість; α_n – коефіцієнт газонасиченості; q – густина відбору; p_{st} – атмосферний тиск у стандартних умовах.

Таким чином, для обчислення коефіцієнта дифузії отримали нелінійну систему диференціальних рівнянь у частинних похідних (1)–(3). Знайти її аналітичний розв'язок проблематично. Тому для визначення шуканих величин, як правило, застосовують числові методи. Однак в окремих випадках за певних обмежень на зміну коефіцієнтів вдається його отримати. Зокрема, за повільної зміни пластового тиску за координатою і часом для аналізу заміщення газів під час визначення коефіцієнта взаємної дифузії можна брати середнє значення тиску в розглядуваній області.

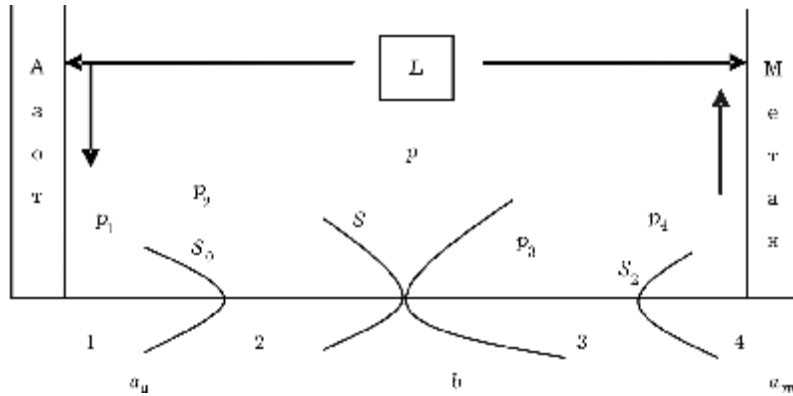


Рис. 1.

Гідравлічна ув'язка процесу замінення метану азотом. Таку гідравлічну ув'язку будуватимемо на базі двох свердловин (рис. 1). Якщо вважати, що відсутнє змішування газів, тобто границя між ними рухається як деяка оболонка, то основними співвідношеннями в напрямі руху газу для цього будуть такі.

У зоні 1 заповнення газу B існує квадратичний закон його руху [2]

$$p_1^2 - p_2^2 = A_a q_a + B_a q_a^2.$$

В області 2 пористого середовища газ B рухається за лінійним законом Дарсі [4]:

$$p_2^2 - p_3^2 = C_a q_a.$$

Аналогічні співвідношення і в області відбирання газу A , тобто в областях 3

$$p_3^2 - p_4^2 = C_m q_m,$$

та 4

$$p_3^2 - p_4^2 = A_m q_m + B_m q_m^2.$$

Якщо додати ліві та праві частини останніх чотирьох рівностей, то отримаємо зв'язок між гирловими тисками:

$$p_1^2 - p_4^2 = A_a q_a + B_a q_a^2 + C_a q_a + C_m q_m + A_m q_m + B_m q_m^2.$$

Тут $A_{a,m}$ та $B_{a,m}$ - коефіцієнти фільтрації відповідних газів, а коефіцієнти C_a і C_m визначають із розв'язку рівняння фільтрації відповідних газів у поровому середовищі [2].

Балансова модель процесу замінення метану азотом. Пласт ПСГ моделюємо циліндричною трубою, в якій розміщена свердловина, навколо якої розглянемо циліндричні області зі спільною віссю (рис. 2): зона I заповнена газом, що відбирається; зона II виникає внаслідок руху закачуваного газу, який защемляє деяку кількість пор; зона III заповнена закачуваним газом. Позначимо через m_1 та m_3 пористість пласта у відповідних зонах. Параметр m_2 характеризує частину пласта, зі защемленими порами. Поровий об'єм зон

$$\Omega_1 = \pi h m_1 (r_2^2 - r_1^2), \quad \Omega_2 = \pi h m_2 (r_3^2 - r_2^2), \quad \Omega_3 = \pi h m_3 (r_4^2 - r_3^2).$$

Тут r_4 - радіус зовнішньої циліндричної труби. На початок періоду відбирання межа розподілу газів проходить по циліндричній поверхні радіуса r_3 . Відповідно початковий запас газу A

$$Q_{gp} = \frac{\pi h m_1}{T_p p_s} \frac{p_1}{z_1} (r_3^2 - r_1^2),$$

а кількість газу B

$$\Omega_{vp} = \pi h m_3 (r_4^2 - r_3^2).$$

Якщо через деякий час відібрано об'єм ΔQ газу A , то межа газу B переміститься на циліндричну поверхню з радіусом r_2 . Під час руху газ B защемить деяку кількість пор, в яких знаходиться газ A об'ємом

$$Q_2 = \frac{\pi h m_2}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_3^2 - r_2^2).$$

Кількість газу B , що надійшла в зону II, буде:

$$Q_v = \pi h (m_1 - m_2) (r_3^2 - r_2^2).$$

Оскільки початковий об'єм Q_{vp} та об'єм ΔQ відібраного газу A відомі, то балансова рівність буде:

$$Q_{vp} = Q_1 + Q_2 + \Delta Q,$$

де

$$Q_1 = \frac{\pi h m_1}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_2^2 - r_1^2)$$

- кількість газу A , що є в циліндричній трубці із радіусами r_1 та r_2 і висотою h . Тому

$$Q_{vp} = \frac{\pi h m_1}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{\pi h m_2}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_3^2 - r_2^2) + \Delta Q,$$

або

$$\frac{\pi h m_1}{T_p p_s} \frac{p_1}{z_1} (r_3^2 - r_1^2) = \frac{\pi h m_1}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{\pi h m_2}{T_p p_s} \frac{p}{z} (r_3^2 - r_2^2) + \Delta Q,$$

звідки

$$\frac{p_1}{z_1} m_1 (r_3^2 - r_1^2) = \frac{p}{z} m_1 (r_2^2 - r_1^2) + \frac{p}{z} m_2 (r_3^2 - r_2^2) + \frac{T_p p_s}{\pi h} \Delta Q.$$

Таким чином, за відомими значеннями параметрів $r_i, i = \overline{1,4}, m_1, m_2, p_1, T_p, h$ для знаходження параметрів m_2 та r_2 отримали систему

$$\begin{cases} Q_v = \pi h (m_1 - m_2) (r_3^2 - r_2^2), \\ \left[\frac{p_1}{z_1} m_1 (r_3^2 - r_1^2) = \frac{p}{z} m_1 (r_2^2 - r_1^2) + \frac{p}{z} m_2 (r_3^2 - r_2^2) + \frac{T_p p_s}{\pi h} \Delta Q \right]. \end{cases} \quad (4)$$

Під час відбору газу A тиск p падає. Оскільки змінними є тільки параметри p та r_2 , то зі зменшенням тиску зменшується і радіус r_2 . З першого рівняння системи отримуємо формулу

$$Q_v = \pi h (m_1 - m_2) r_3^2 - \pi h (m_1 - m_2) r_2^2,$$

звідки

$$r_2^2 = r_3^2 - \frac{Q_v}{\pi h (m_1 - m_2)}. \quad (5)$$

Якщо позначити $\bar{p} = p/z$, то з другого рівняння системи дістаємо рівність для визначення параметра m_2 :

$$m_1 (r_3^2 - r_1^2) \frac{\bar{p}_1}{p} = \bar{p} (m_1 - m_2) \left(r_3^2 - \frac{Q_v}{\pi h (m_1 - m_2)} \right) + m_2 r_3^2 - m_1 r_1^2 + \frac{T_p p_s}{\pi h} \Delta Q.$$

Останнє рівняння дає можливість за кількістю газу, що надійшов у пористе середовище Q_v , визначити кількість відібраного газу $A \Delta Q$. При цьому вважаємо, що значення параметрів $r_i, i = \overline{1,4}, m_1, m_2, p_1, T_p, h$ відомі. За величинами Q_v та ΔQ з останнього рівняння можна визначити параметр m_2 , а за ним - кількість Q_2 заземленого газу A в області, обмеженій циліндричними поверхнями з радіусами r_2 та r_3 ($r_3 > r_2$).

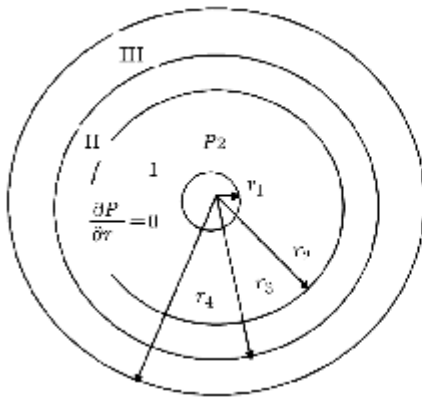


Рис. 2.

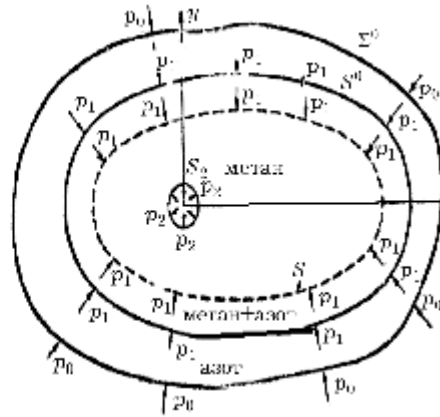


Рис. 3.

Диференціальна модель процесу замінення газу. Область пласта, в якій знаходиться азот, обмежена контуром Σ_0 (рис. 3). Тиск азоту на цьому контурі p_0 . У початковий момент часу азот і метан розмежовані контуром S^0 з тиском p_0^1 . У довільний момент часу азот і метан розмежовані контуром S з тиском p_1 . Тиск на контурі S_2 рівний p_2 . Тиск азоту задовольняє рівняння $\Delta p = 0$. Компоненти швидкості азоту

$$u = -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Тут μ_1 – абсолютна в'язкість азоту; k – проникність пласта, зайнятого азотом.

Для азоту крайові умови такі:

- 1) $p = p_0$ на контурі живлення;
- 2) $p = p_1$ на рухомому контурі;
- 3) рівняння витрати на рухомому контурі

$$m \frac{\partial n_0}{\partial t} = -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial n_0},$$

dn_0 – елемент зовнішньої нормалі до контуру S . Дифузій метану в неусталеному режимі описує рівняння

$$\Delta P = \frac{D}{p} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Тут $D = \frac{m\mu}{k}$, μ – абсолютна в'язкість метану; компоненти швидкостей

$$\rho u = -\frac{k}{2\beta\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \rho v = -\frac{k}{2\beta\mu} \frac{\partial P}{\partial y}.$$

Крайові умови для метану:

- 1) $P = P_1 = p_1^2$ на рухомому контурі;
- 2) $p = p_2$ на контурі свердловини;
- 3) рівняння витрати на рухомому контурі

$$m \frac{\partial n_0}{\partial t} = -\frac{k}{2\mu p} \frac{\partial P}{\partial n_0}.$$

Початкова умова для азоту та метану буде $p = p_0$.

Визначення розподілу тиску в околі свердловини. Якщо середовище заповнюють через свердловину, то розподіл тиску в її околі доцільно описати рівнянням у циліндричній системі координат [2,3]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{D}{p_0} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (6)$$

де r – радіус-вектор, проведений з центра свердловини, за Лейбензоном

$$\tau = \frac{p_2}{p_0} t + \left(1 - \frac{p_2}{p_0}\right) \frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta}, \quad D = \frac{m\mu}{k}, \quad \beta = \frac{p_0 k \lambda_m^2}{2m\mu}.$$

Тут p_0, p_2 – початковий тиск, та тиск на межі області.

Нехай радіус зовнішнього кола S рівний b , а концентричного внутрішнього кола S_0 рівний a . Задамо крайові умови: на зовнішній межі S $\partial P / \partial r = 0$; на внутрішній – $P = P_1 \equiv \text{const}$. Тут $P = p^2$, $P_2 = p_2^2$, $P_0 = p_0^2$. Початковий розподіл тиску сталий і рівний P_0 . За таких умов розв'язок рівняння (2) буде:

$$P = P_1 - 2(P_0 - P_1) \sum_{m=1}^{\infty} D_m \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right). \quad (7)$$

Тут

$$D_m = \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) Z_0(r\lambda_m)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}; \quad Z_0(\lambda_m r) = J_0(\lambda_m r) + A_m N_0(\lambda_m r);$$

$$Z_1(\lambda_m r) = J_1(\lambda_m r) + A_m N_1(\lambda_m r); \quad A_m = -\frac{J_0(\lambda_m b)}{N_0(\lambda_m b)} = -\frac{J_1(\lambda_m a)}{N_1(\lambda_m a)};$$

$J_i(\lambda_m r)$ – функція Бесселя дійсного аргументу порядку i ; $N_i(\lambda_m r)$ – функція Неймана порядку i ; λ_m – корені рівняння

$$J_0(\mu x) N_1(x) - J_1(x) N_0(\mu x) = 0, \quad \mu = b/a, \quad a\lambda_m = x, \quad b\lambda_m = \mu x.$$

Визначення середнього пластового тиску. Загалом його визначають так:

$$\bar{p} = \frac{1}{\Omega} \int_V p dV,$$

де Ω – область, в якій є газ. Розподіл тиску в циліндричній області знаходять за формулою (7). Оскільки в нашому випадку $dV = 2\pi h r_1 dr$, то середній тиск

$$\bar{p} = \frac{2(r_2 - r_1) P_1}{\pi h (r_2^2 - r_1^2)} - \frac{4(P_0 - P_1)}{\pi h (r_2^2 - r_1^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)} \int_{r_1}^{r_2} Z_0(r\lambda_m) r dr.$$

Інтеграл в останній рівності визначимо так:

$$Z(m, r_1, r_2) = \frac{1}{\lambda_m} \{r_2 [J_1(\lambda_m r_2) + A_m N_1(\lambda_m r_2)] - r_1 [J_1(\lambda_m r_1) + A_m N_1(\lambda_m r_1)]\}.$$

Отже,

$$\bar{p} = \frac{2P_1}{(r_2 + r_1)} - \frac{4(P_0 - P_1)}{(r_2^2 - r_1^2)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)} Z(m, r_1, r_2),$$

звідки $\bar{p} = \sqrt{\bar{P}}$.

Взаємодифузія газів. Аналогічно, як і для тиску, для опису взаємодифузії газів доцільно застосувати циліндричну систему координат, в якій рівняння дифузії має вигляд [1]

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right). \quad (8)$$

Вважаємо, що змішування відбувається в порожнистому циліндрі з радіусами a та b , тобто $a < r < b$. Початкову концентрацію в ньому задає функція $f(r)$. На поверхнях $r = a$ та $r = b$ задані значення сталих концентрацій c_1 та c_2 .

За нульової початкової умови та сталої концентрації $c = c_2$ на зовнішній поверхні $r = b$ розв'язок рівняння (8) для $0 \leq r < a$, $t > 0$ має вигляд

$$c = V - \frac{2V}{a} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\kappa \alpha_n^2 t} \frac{J_0(r\alpha_n)}{\alpha_n J_1(r\alpha_n)}, \quad (9)$$

де $\kappa = p_0/D$, а α_n – корені рівняння $J_0(r\alpha) = 0$. Якщо $a < r < b$, розв'язок рівняння (8) буде:

$$c = \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 J_0^2(a\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} e^{-D\alpha_n^2 t} U_0(r\alpha_n) \int_a^b r f(r) U_0(r\alpha_n) dr - \\ - \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[c_2 J_0(a\alpha_n) - c_1 J_0(b\alpha_n)] J_0(a\alpha_n) U(r\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} e^{-D\alpha_n^2 t} + \frac{c_1 \ln(b/r) + c_2 \ln(r/a)}{\ln(b/a)}. \quad (10)$$

Тут $U_0(\alpha r) = J_0(\alpha r) Y_0(\alpha b) - J_0(\alpha b) Y_0(\alpha r)$, а α_n - додатні корені рівняння

$$J_0(\alpha a) Y_0(\alpha b) - J_0(\alpha b) Y_0(\alpha a) = 0.$$

Вважаємо, що в початковий момент часу концентрація $f(r) = c_1$. За крайові умови під час поширення азоту доцільно взяти $c_1 = 1$ та $c_2 = 0$. Тоді радіальний розподіл концентрації

$$c = \frac{\pi^2 c_1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 J_0^2(a \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t} U_0(r \alpha_n) \frac{2[J_0(a \alpha_n) - J_0(b \alpha_n)]}{\pi \alpha_n^2 J_0(a \alpha_n)} - \pi c_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(b \alpha_n) J_0(a \alpha_n) U(r \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t} + c_1 \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)}.$$

Після тотожних перетворень отримуємо:

$$c = \frac{c_1 \ln(b/r)}{\ln(b/a)} - \pi c_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0^2(a \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) + J_0^2(b \alpha_n)} [J_0(\alpha_n r) Y_0(\alpha_n b) - J_0(\alpha_n b) Y_0(\alpha_n r)] e^{-D \alpha_n^2 t}. \quad (11)$$

Розглянемо випадок, коли в початковий момент часу азот у порожнистому циліндрі відсутній, тобто $f(r) = 0$. Тоді

$$c = \frac{c_1 \ln(b/r) + c_2 \ln(r/a)}{\ln(b/a)} - \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[c_2 J_0(a \alpha_n) - c_1 J_0(b \alpha_n)] J_0(a \alpha_n) U(r \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t}.$$

За граничних умов, які задали вище, отримуємо:

$$c = -\pi c_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(b \alpha_n) J_0(a \alpha_n) U(r \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t} + c_1 \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)},$$

або

$$c = c_1 \left[-\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(b \alpha_n) J_0(a \alpha_n) U(r \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t} + \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)} \right].$$

Критерієм закінчення відбору метану можна вважати збільшення концентрації азоту біля поверхні $r = b$ в деяку кількість разів η , тобто

$$\eta = \frac{c}{c_1} = -\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(b \alpha_n) J_0(a \alpha_n) U(r \alpha_n)}{J_0^2(a \alpha_n) - J_0^2(b \alpha_n)} e^{-D \alpha_n^2 t} + \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)}.$$

Обчислювальний експеримент виконували для замінення метану азотом для різних значень радіусів внутрішньої циліндричної поверхні $a = \{1.; 10.; 300.\}$ м та радіуса зовнішньої циліндричної поверхні 350 м (рис. 4-7). Побудовано залежність (рис. 4) коефіцієнта взаємодифузії від радіуса r для $a = 1$ та різних значень часу $t = \{0.5; 5; 20; 35\}$, а також (рис. 5-7) залежності коефіцієнта взаємодифузії від часу t (тут і вище час вимірюється в місяцях) для різних значень a та r : $a = 1$, $r = \{3; 41; 91; 151\}$ (рис. 5); $a = 10$, $r = \{100; 120; 200; 250\}$ (рис. 6); $a = 300$, $r = \{302; 310; 330; 340\}$ (рис. 7). Тут значення параметрів a та r подано в метрах, а їх відповідність кривим показано на рисунках. Для визначення радіуса внутрішньої циліндричної

поверхні можна скористатися балансовою моделлю заміщення газів (формула (4)). Виявлено, що зі збільшенням об'єму закачуваного в середовище газу змінюється характер взаємодифузії газів.

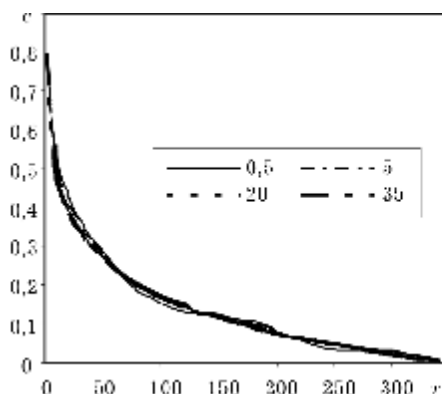


Рис. 4.

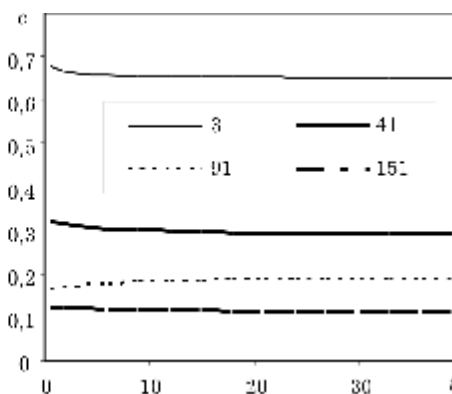


Рис. 5.

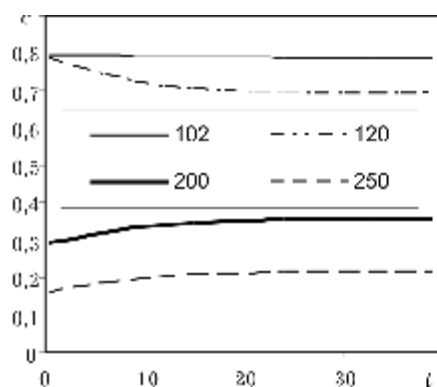


Рис. 6.

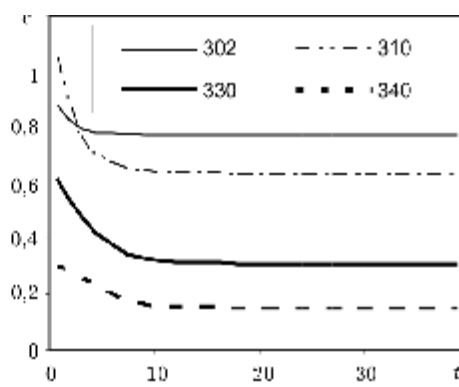


Рис. 7.

Висновки

1. Побудовані моделі взаємодифузії газів дають можливість за поведінкою коефіцієнтів взаємодифузії визначити швидкість поширення закачуваного газу, розміри областей змішування газів та можливий час відбирання одного з газів.
2. Коефіцієнт взаємодифузії мало залежить від часу дифузії (рис. 4).
3. Зі зміною внутрішнього радіуса циліндричної труби змінюється і коефіцієнт взаємодифузії, і характер його поведінки (рис. 5–7).
4. Знаючи коефіцієнт взаємодифузії та висоту пористого середовища, можна обчислити об'єми газів, які містяться в області взаємодифузії.

1. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
2. Вечерік Р. Л., П'янило Я. Д., Притула М. Г., Хасцький Ю. Б. Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу–магістральний газопровід // Нефть и газ. – 2004. – № 6. – С. 83–89.
3. Лапук Б. Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. – М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 296 с.
4. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.: Изд-во техн.-теорет. лит., 1947. – 245 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАМЕЩЕНИЯ ГАЗОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Предложены и исследованы математические модели взаимозамещения двух газов. Рассмотрено дифференциальную, балансовую модели замещения и модель типа фильтрации-диффузии. Для расчета давления газов и коэффициента взаимодиффузии построена связанная система дифференциальных уравнений в частных производных. Для постоянных параметров среды и медленного изменения давления в нем найдено решение этой системы. Полученные результаты апробированы в ходе вычислительного эксперимента.

SIMULATION OF THE SUBSTITUTION OF GASES IN POROUS MEDIA

Proposed and investigated mathematical models of mutual substitution of the two gases. Consider the differential, carrying the substitution model and model-type diffusion filtering. To calculate the gas pressure and the coefficient of interdiffusion constructed associated system of differential equations in partial derivatives. For constant parameters of the medium and slow change of pressure in it a solution of the constructed system. The results are tested in numerical experiments.

Центр математичного моделювання
Ін-ту прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
08.09.11