УДК 539.3

Г. Ю. Гарматій

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ТЕРМОЧУТЛИВОГО ПРОСТОРУ ЗІ СФЕРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ ЗА УМОВИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ З СЕРЕДОВИЩЕМ ЗМІННОЇ В ЧАСІ ТЕМПЕРАТУРИ

Знайдено розв'язок незв'язаної квазістатичної задачі термопружності для простору зі сферичною порожниною, через поверхню якої відбувається конвективний теплообмін зі середовищем змінної з часом температури з урахуванням залежності термомеханічних характеристик матеріалу від температури. Проаналізовано вплив швидкості нагрівання середовища та термочутливості матеріалу на термонапружений стан тіла

Важливе значення в інженерній практиці під час визначення термонапруженого стану елементів конструкцій, які працюють в умовах високотемпературного нагрівання за складного теплообміну, має врахування реальних термомеханічних характеристик матеріалів. Нехтування залежністю термомеханічних характеристик матеріалу від температури неадекватно відображає тепломеханічні властивості пружних тіл, що в деяких випадках може призвести до руйнування конструкції. Тому доцільно використовувати математичні моделі, які повніше враховують реальні зовнішні умови та зміну властивостей матеріалів зі зміною температури [3, 8, 9]. Досліджено [6] термонапружений стан термочутливого простору зі сферичною порожниною за умови конвективно-променевого теплообміну.

Тут побудуємо розв'язок незв'язаної квазістатичної задачі термопружності для простору зі сферичною порожниною, через поверхню якої відбувається конкективний теплообмін зі середовищем змінної з часом температури. Під час визначення температурного поля і термонапруженого стану простору враховано залежність від температури теплофізичних і механічних характеристик матеріалу. Сформульовану задачу розглянемо для центральної симетрії.

Для визначення **температурного поля** математична модель є нелінійна і має вигляд

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda_t(t)\frac{\partial t}{\partial r}\right) = c_v(t)\frac{\partial t}{\partial \tau}, \tag{1}$$

$$\left[\lambda_t(t)\frac{\partial t}{\partial r} - \alpha\left(t - t_c(\tau)\right)\right]\Big|_{r=R} = 0, \tag{2}$$

$$\lim_{r\to\infty} t < \infty, \qquad t\big|_{\tau=0} = t_p, \tag{3}$$

де t − температура простору; t_p − початкова його температура; τ − час; $t_c(\tau)$ − температура середовища; r − радіальна координата; $c_v(t)$, $\lambda_t(t)$ − залежні від температури об'ємна теплоємність та коефіцієнт теплопровідності матеріалу простору; α − коефіцієнт теплообміну через поверхню $r = R$ (R − радіус порожнини).

Перейдемо до безрозмірних величин $T = \frac{t}{t_0}$, $T_p = \frac{t_p}{t_0}, \rho = \frac{r}{R}$, де t_0 − вибрана температура. Характеристики матеріалу подамо у вигляді $\chi(t) = \chi_0\chi^*(T)$, де величини з індексом „0" мають відповідні розмірності, а з індексом „*" − функції безрозмірної температури T.

Приймемо, що температура середовища $t_c(\tau)$ змінюється зі зміною часу за лінійним законом $t_c(\tau) = t_n + b\tau$, де t_n – початкова температура середовища, b – швидкість його нагрівання.

Введемо безрозмірний час $\mathrm{Fo} = \dfrac{a_0\tau}{R^2}$ ($a_0 = \dfrac{\lambda_{t0}}{c_{v0}}$), критерії Біо $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha R}{\lambda_{t0}}$ і Предводітєлєва $\mathrm{Pd} = \dfrac{bR^2}{a_0 t_0}$.

Врахувавши сказане, задачу (1)–(3) запишемо так:

$$\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho^2\lambda_t^*(T)\frac{\partial T}{\partial\rho}\right) = c_v^*(T)\frac{\partial T}{\partial \mathrm{Fo}}, \tag{4}$$

$$\left[\lambda_t^*(T)\frac{\partial T}{\partial\rho} - \mathrm{Bi}\left(T - (T_n + \mathrm{Pd}\cdot\mathrm{Fo})\right)\right]_{\rho=1} = 0, \tag{5}$$

$$\lim_{\rho\to\infty} T < \infty, \quad T\big|_{Fo=0} = T_p, \tag{6}$$

де $T_n = t_n/t_0$.

Для багатьох чистих металів, графіту, теплоізоляційних матеріалів коефіцієнт температуропровідності $a(t) = \lambda_t(t)/c_v(t)$ незначно змінюється зі зміною температури. Тому вважатимемо його сталим.

Для лінеаризації задачі (4)–(6) застосуємо перетворення Кірхгофа:

$$\theta = \int_{T_p}^{T} \lambda_t^*(T)\,dT. \tag{7}$$

Отримаємо крайову задачу на змінну θ:

$$\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho^2\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\right) = \frac{\partial\theta}{\partial Fo}, \tag{8}$$

$$\left[\frac{\partial\theta}{\partial\rho} - \mathrm{Bi}\left(T(\theta) - (T_n + \mathrm{Pd}\cdot\mathrm{Fo})\right)\right]\Bigg|_{\rho=1} = 0, \tag{9}$$

$$\lim_{\rho\to\infty} \theta < \infty, \quad \theta\big|_{\mathrm{Fo}=0} = 0, \tag{10}$$

де $T(\theta)$ – вираз для обчислення температури через змінну Кірхгофа, який для заданої температурної залежності коефіцієнта теплопровідності $\lambda_t^*(T)$ знаходимо з (7). Після введення змінної Кірхгофа лінеаризували рівняння (4), а граничну умову (5) – частково. Для повної лінеаризації умови (9) зробимо заміну $T(\theta)\big|_{\rho=1} = (1+\mu)\theta\big|_{\rho=1} + T_p$, де μ – поки що невідома величина [5]. Лінеаризована задача для визначення змінної Кірхгофа θ матиме вигляд

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial\theta}{\partial\rho} = \frac{\partial\theta}{\partial\mathrm{Fo}}, \tag{11}$$

$$\left[\frac{\partial\theta}{\partial\rho} - \mathrm{Bi}^*\left(\theta - \left(T_n^* + \mathrm{Pd}^*\cdot\mathrm{Fo}\right)\right)\right]\Bigg|_{\rho=1} = 0, \tag{12}$$

$$\lim_{\rho\to\infty} \theta < \infty, \quad \theta\big|_{\mathrm{Fo}=0} = 0, \tag{13}$$

де $\mathrm{Bi}^* = (1+\mu)\mathrm{Bi}$; $T_n^* = \dfrac{T_n - T_p}{1+\mu}$; $\mathrm{Pd}^* = \dfrac{\mathrm{Pd}}{1+\mu}$.

Розв'язок задачі (11)–(13) знайдемо за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за змінною Fo. Гранична задача в зображеннях має вигляд

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \rho} - s\tilde{\theta} = 0\,, \tag{14}$$

$$\left[\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \rho} - \mathrm{Bi}^*\left(\tilde{\theta} - \left(\frac{T_n^*}{s} + \frac{\mathrm{Pd}^*}{s^2}\right)\right)\right]\Bigg|_{\rho=1} = 0\,, \tag{15}$$

$$\lim_{\rho\to\infty} \tilde{\theta} < \infty\,, \tag{16}$$

де $\tilde{\theta} = \int\limits_0^\infty \theta e^{-s\mathrm{Fo}} d\mathrm{Fo}$, s – параметр перетворення Лапласа.

Розв'язок рівняння (14) візьмемо у вигляді

$$\tilde{\theta} = A\frac{e^{\sqrt{s}\rho}}{\rho} + B\frac{e^{-\sqrt{s}\rho}}{\rho}\,, \tag{17}$$

а після визначення сталих A і B з умов (15), (16) запишемо:

$$\tilde{\theta} = \frac{\mathrm{Bi}\left[s(T_n - T_p) + \mathrm{Pd}\right]e^{-(\rho-1)\sqrt{s}}}{s^2\left(1 + \mathrm{Bi}^* + \sqrt{s}\right)\rho}. \tag{18}$$

Після оберненого перетворення Лапласа змінна Кірхгофа θ набуває вигляду [1,7]

$$\theta = \frac{\mathrm{Bi}}{\rho(1+\mathrm{Bi}^*)}\left\{\left(-(T_n - T_p) - \frac{\mathrm{Pd}}{(1+\mathrm{Bi}^*)^2}\right)e^{(1+\mathrm{Bi}^*)\left[(\rho-1)+(1+\mathrm{Bi}^*)\mathrm{Fo}\right]}\times\right.$$
$$\times erfc\left[(1+\mathrm{Bi}^*)\sqrt{\mathrm{Fo}} + \frac{\rho-1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}}}\right] +$$
$$+\left[T_n - T_p + \mathrm{Pd}\left(\mathrm{Fo} + (\rho-1)\left(\frac{1}{2}(\rho-1) + \frac{1}{1+\mathrm{Bi}^*}\right) + \frac{1}{(1+\mathrm{Bi}^*)^2}\right)\right]\times$$
$$\left.\times erfc\frac{\rho-1}{2\sqrt{\mathrm{Fo}}} - \mathrm{Pd}\sqrt{\frac{\mathrm{Fo}}{\pi}}\left[(\rho-1) + \frac{2}{1+\mathrm{Bi}^*}\right]e^{-\frac{-(\rho-1)^2}{4\mathrm{Fo}}}\right\}. \tag{19}$$

Розподіл температурного поля в просторі знаходимо за виразом $T(\theta)$, який отримуємо з (7), знаючи залежність коефіцієнта теплопровідності від температури для заданого матеріалу. При цьому невідомий параметр лінеаризації μ, що входить у вираз (19) через Bi^*, T_n^*, Pd^*, підбираємо із задоволення з заданою точністю умови $T(\theta) = (1+\mu)\theta$ на поверхні простору.

Термонапружений стан простору зі сферичною порожниною визначають радіальне переміщення u та радіальна і колова компоненти тензора напруження σ_r, σ_φ, які у безрозмірному вигляді запишемо як

$$\sigma_\rho = \bar{G}(T)\left[(1-\nu(T))\,\partial\bar{u}/\partial\rho + 2\nu(T)\,\bar{u}/\rho - (1-\nu(T))\Phi^*(T)\right], \tag{20}$$

$$\sigma_\Phi = \bar{G}(T)\left[\nu(T)\,\partial\bar{u}/\partial\rho + \bar{u}/\rho - (1-\nu(T))\Phi^*(T)\right], \tag{21}$$

де $\bar{u} = u/R\alpha_0 t_0$; $\sigma_\rho = \sigma_r/2G_0\alpha_0 t_0$; $\sigma_\Phi = \sigma_\varphi/2G_0\alpha_0 t_0$; $\Phi^*(T) = \frac{1+\nu(T)}{1-\nu(T)}\int\limits_{T_p}^{T}\alpha_t^*(T)dT$; $\bar{G}(T) = G^*(T)\,/\,(1-2\nu(T))$; G_0 і α_0 – значення модуля зсуву та коефіцієнта лінійного теплового розширення, взяті за опорної температури; $\alpha_t^*(T), G^*(T)$ − функції, що описують залежність коефіцієнта лінійного теплового розширення та модуля зсуву від безрозмірної температури T; $\nu(T)$ − коефіцієнт Пуассона. При цьому напруження σ_r, σ_φ, виражені формулами (20), (21), задовольняють рівняння рівноваги

$$\partial\sigma_\rho/\partial\rho + 2(\sigma_\rho - \sigma_\Phi)/\rho = 0. \tag{22}$$

Підставивши співвідношення (20), (21) у рівняння (22), отримаємо диференціальне рівняння для визначення $\bar{u}$:

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho^2\bar{u})\right) = \frac{\partial\Phi^*}{\partial\rho} - \psi(T)\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\rho} + 2m(T)\frac{\bar{u}}{\rho} - \Phi^*(T)\right), \tag{23}$$

де

$$\psi(T) = \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\ln\left(G^*(T)\frac{1-\nu(T)}{1-2\nu(T)}\right)\right);$$

$$m(T) = \frac{\partial}{\partial\rho}\left(G^*(T)\frac{\nu(T)}{1-2\nu(T)}\right)\Big/\frac{\partial}{\partial\rho}\left(G^*(T)\frac{1-\nu(T)}{1-2\nu(T)}\right).$$

Для побудови розв'язку рівняння (23) методом збурення введемо формальний параметр ε [2,4] і розглянемо рівняння

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho^2\bar{u})\right) = \frac{\partial\Phi^*(T)}{\partial\rho} + \psi(T)\Phi^*(T) - \varepsilon\psi(T)\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\rho} + 2m(T)\frac{\bar{u}}{\rho}\right), \tag{24}$$

яке при $\varepsilon = 1$ збігається з (23).

Розв'язок рівняння (24) подамо у вигляді розвинення за степенями параметра ε:

$$\bar{u} = \sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k\bar{u}_k(\rho, \mathrm{Fo}). \tag{25}$$

Підставивши (25) в рівняння (24) і прирівнявши члени при однакових степенях ε, отримуємо диференціальні рівняння для знаходження $\bar{u}_0$, $\bar{u}_k$ ($k \ge 1$):

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho^2\bar{u}_0)\right) = \frac{\partial\Phi^*(T)}{\partial\rho} + \psi(T)\Phi^*(T), \tag{26}$$

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho^2\bar{u}_k)\right) = -f_{k-1}(\rho, \mathrm{Fo}), \tag{27}$$

де $f_{k-1}(\rho, \mathrm{Fo}) = \psi(T)\left(\dfrac{\partial\bar{u}_{k-1}}{\partial\rho} + 2m(T)\dfrac{\bar{u}_{k-1}}{\rho}\right)$.

Розв'язки рівнянь (26), (27) відповідно мають вигляд

$$\bar{u}_0 = c_{10}\rho + \rho^{-2}(c_{20} + H(\rho) - H_3(\rho)/3) + \rho H_0(\rho)/3, \tag{28}$$

$$\bar{u}_k = c_{1k}\rho + \rho^{-2}(c_{2k} + H_3^{k-1}(\rho)/3) - \rho H_0^{k-1}(\rho)/3. \tag{29}$$

Тут $H(\rho) = \int_1^\rho \xi^2\Phi^*(\xi, \mathrm{Fo})d\xi$; $H_m(\rho) = \int_1^\rho \xi^m\psi(T)\Phi^*(\xi, \mathrm{Fo})d\xi$;

$H_m^{(k-1)}(\rho) = \int_1^\rho \xi^m f_{k-1}(\xi, Fo)d\xi$; c_{ik} $(i = 1, 2)$ − сталі інтегрування.

Враховуючи подання (25), температурні напруження обчислюємо за формулами

$$\sigma_\rho = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{\rho k}, \qquad \sigma_\Phi = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{\Phi k}, \tag{30}$$

де нульові і k-ті складники температурних напружень мають вигляд

$$\sigma_{\rho 0} = G^*(T)[\bar{\nu}(T)(c_{10} + H_0(\rho)/3) - 2\rho^{-3}(c_{20} + H(\rho) - H_3(\rho)/3)], \tag{31}$$

$$\sigma_{\Phi 0} = G^*(T)[\bar{\nu}(T)(c_{10} + H_0(\rho)/3) + \rho^{-3}(c_{20} + H(\rho) - H_3(\rho)/3) - \Phi^*(T)], \tag{32}$$

$$\sigma_{\rho k} = G^*(T)[\bar{\nu}(T)(c_{1k} - H_0^{(k-1)}(\rho)/3) - 2\rho^{-3}(c_{2k} - H_3^{(k-1)}(\rho)/3)], \tag{33}$$

$$\sigma_{\Phi k} = G^*(T)[\bar{\nu}(T)(c_{1k} - H_0^{(k-1)}(\rho)/3) + \rho^{-3}(c_{2k} + H_3^{(k-1)}(\rho)/3)], \tag{34}$$

причому $\bar{\nu}(T) = \dfrac{1 + \nu(T)}{1 - 2\nu(T)}$.

Сталі інтегрування c_{ik} $(i = 1, 2)$ визначаємо з умов задання на поверхні порожнини $\rho = 1$ сталого тиску $\bar{p}$ і заникання напружень на безмежності, тобто

$$\sigma_{\rho k}\Big|_{\rho=1} = -\bar{p}\delta_{0k}, \qquad \lim_{\rho\to\infty}\{\sigma_{\rho k}, \sigma_{\Phi k}\} = 0, \tag{35}$$

де $\bar{p} = p/(2G_0\alpha_{t0}t_0)$; δ_{0k} – символ Кронекера. Врахувавши, що $\lim\limits_{\rho\to\infty}\Phi^*(T) = 0$, отримуємо:

$$c_{10} = -\frac{1}{3}H_0(\rho)\Big|_{\rho=\infty}, \quad c_{1k} = \frac{1}{3}H_0^{k-1}(\rho)\Big|_{\rho=\infty},$$

$$c_{20} = \frac{\bar{p}}{2G^*(T)\big|_{\rho=1}} + \frac{\bar{\nu}(T)\big|_{\rho=1}\cdot c_{10}}{2}, \quad c_{2k} = \frac{1}{2}c_{1k}\,\bar{\nu}(T)\big|_{\rho=1}.$$

Таким чином, термонапружений стан простору за знайденого розподілу температурного поля і заданих граничних умов (35) визначаємо за формулами (25), (28), (29), тобто знаходимо розподіл переміщення $\bar{u}$, а за формулами (30)–(34) – розподіл компонент тензора напружень σ_ρ, σ_Φ.

Числові дослідження. На основі отриманих розв'язків визначено і досліджено температурне поле та термопружний стан простору зі сферичною порожниною, через поверхню якої відбувається конвективний теплообмін з середовищем змінної в часі за лінійним законом температури $t_c(\tau) = t_n + b\tau$. Початкова температура середовища t_p збігається з початковою температурою простору t_n і дорівнює 373К. За опорну взято температуру 873К. За матеріал вибрано сталь У12, теплофізичні і механічні характеристики якої в діапазоні температур від 373 до 873К мають вигляд

$$\lambda_t(t) = 54{,}85 - 0{,}026\,t\ [\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})], \tag{36}$$

$$\alpha_t(t) = (3{,}67 + 0{,}025t - 1\cdot 10^{-5}t^2)\cdot 10^{-6}\ [1/\text{К}], \tag{37}$$

$$G(t) = (0{,}952 - 0{,}7\cdot 10^{-3}t + 1\cdot 10^{-6}t^2 - 7\cdot 10^{-3}t^3)\cdot 10^2\ [\text{ГПа}], \tag{38}$$

$$\nu(t) = 0{,}3415 - 0{,}2\cdot 10^{-3}t + 2\cdot 10^{-7}t^2. \tag{39}$$

Підставивши (36) у (7), знаходимо у безрозмірному вигляді вираз

$$T(\theta)=\frac{\sqrt{1+2k\theta}-1}{k}+T_p \quad (k=-0{,}51) \tag{40}$$

для обчислення температури з урахуванням (19).

Температуру в аналогічному нетермочутливому просторі ($\lambda_t(t)=\text{const}$) обчислено за формулою $T_n=\theta_n+T_p$, де θ_n знайдено за (19) при $\mu=0$.

Визначено розподіл температурного поля в термочутливому і аналогічному нетермочутливому (за сталих характеристик, взятих при початковій температурі) просторах вздовж радіальної координати за вибраних значень Fo і Bi та на поверхні порожнини залежно від Fo для різних значень критерію Предводітєлєва Pd.

Для знайденої температури при Pd=0,6 за формулами (25),(28),(29) визначено розподіл переміщення $\bar{u}$, за формулами (30)–(34) – розподіл компонент тензора напружень σ_ρ, σ_Φ за наявності та відсутності силового навантаження з урахуванням залежності від температури механічних характеристик (36)–(39).

За сталих значень механічних характеристик, взятих за початкової температури, безрозмірні переміщення $\bar{u}_n$ та компоненти тензора напруження $\sigma_{\rho\, n}$, $\sigma_{\Phi\, n}$ обчислено за формулами

$$\bar{u}_n=\frac{1+\nu_0}{1-\nu_0}\frac{1}{\rho^2}\int_R^\rho \rho^2\bar{T}d\rho+\frac{c}{\rho^2}, \qquad \sigma_{\rho\, n}=-\frac{2}{\rho^3}\left(\frac{1+\nu_0}{1-\nu_0}\int_R^\rho \rho^2\bar{T}d\rho+c\right),$$

$$\sigma_{\Phi\, n}=\frac{1}{\rho^3}\left(\frac{1+\nu_0}{1-\nu_0}\int_R^\rho \rho^2\bar{T}d\rho+c\right)-\frac{1+\nu_0}{1-\nu_0}\bar{T},$$

де $c=\dfrac{\bar{p}R^3}{2}$.

Отримані результати наведено у вигляді графіків на рис. 1–5. Суцільні лінії – результати обчислень для термочутливого простору, штрихові – для нетермочутливого за значень термомеханічних характеристик, взятих при початковій температурі.

На рис. 1 зображено розподіл температурного поля простору вздовж радіальної координати при $\text{Fo}=1$, $\text{Bi}=1$ для різних значень критерію Предводітєлєва Pd від 0,2 до 0,8. Як бачимо, зі збільшенням швидкості нагрівання середовища температура простору зростає.

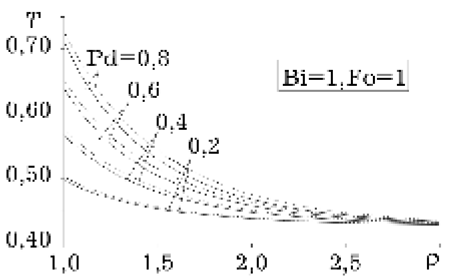

Рис. 1.

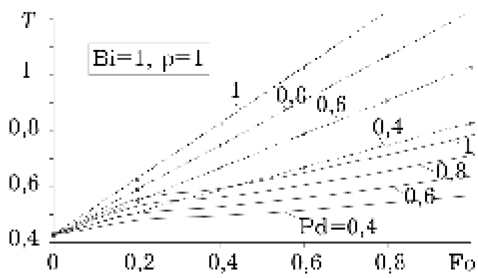

Рис. 2.

На рис. 2 лінії з маркерами описують зміну температури середовища залежно від безрозмірного часу Fo для різних значень критерію Предводітєлєва Pd ($0{,}4\le \text{Pd}\le 1$). Температура на поверхні порожнини для заданих значень Pd не перевищує температури середовища.

Тут розбіжність між значеннями температури в просторі з урахуванням залежності від температури коефіцієнта теплопровідності за (36) та за сталого значення коефіцієнта теплопровідності, взятого за початкової температури, не перевищує 5%.

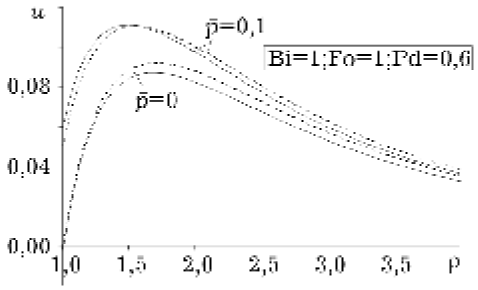

Рис. 3.

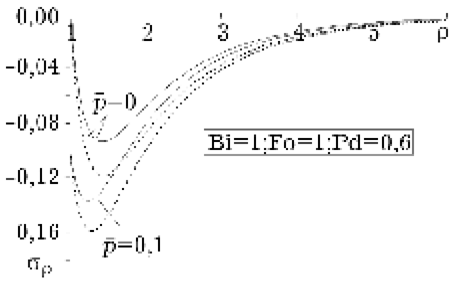

Рис. 4.

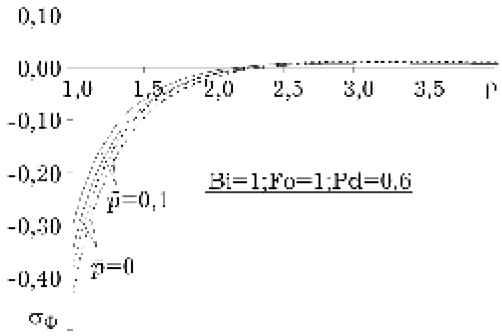

Рис. 5.

Розподіл переміщень $\bar{u}$ та $\bar{u}_n$ за наявності ($\bar{p} = 0{,}1$) та відсутності ($\bar{p} = 0$) силового навантаження залежно від безрозмірної радіальної координати ρ для безрозмірних часу Fo=1 та критерію Предводітєлєва Pd=0,6 ілюструє рис. 3. Значення переміщення, отримані за силового навантаження, перевищують такі самі за його відсутності. За відсутності силового навантаження з урахуванням залежності від температури термомеханічних характеристик матеріалу отримуємо від'ємні значення переміщення на поверхні сферичної порожнини. Максимальна розбіжність між значеннями переміщення в термочутливому і нетермочутливому просторах для цього випадку становить 8%.

Графіки розподілу компонент тензора напружень σ_ρ, σ_Φ та $\sigma_{\rho n}$, $\sigma_{\Phi n}$ для вибраних даних побудовано на рис. 4 і 5. Розбіжність між заченнями σ_ρ та $\sigma_{\rho n}$ для Fo=1, Pd=0,6 не перевищує 30%, а для σ_Φ та $\sigma_{\Phi n}$ – 40%.

Виконані дослідження підтверджують важливість урахування термочутливості термомеханічних характеристик матеріалу та швидкості нагрівання середовища під час визначення термонапруженого стану тіла за конвективного теплообміну.

Дослідження частково підтримали НАН України та РФФД (ВБ-РФФД/351).

1. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
2. *Ломакин В. А.* Теория упругости неоднородных тел. – М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1976. – 367 с.

3. *Моделювання* та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. Т.3: Термопружність термочутливих тіл / Р. М. Кушнір, В. С. Попович. – Львів: СПОЛОМ, 2009. – 412 с.
4. *Моисеев Н. Н.* Асимптотические методы нелинейной механики. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
5. *Попович В. С.* О решении задач теплопроводности термочувствительных тел, нагреваемых путем конвективного теплообмена // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1988. – Вып. 28. – С. 83–86.
6. *Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Вовк О. М.* Термопружний стан термочутливого простору зі сферичною порожниною за умов конвективно-променевого теплообміну // Там же. – 2006. –**49**, № 3.– С. 168–176.
7. *Прудников А., Брычков Ю. А., Марычев О. И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. – М.: Наука, 1983. – 752 с.
8. *Tanigawa Y., Akai T., Kawamura R. and Oka N.* Transient heat conduction and material thermal stress problems of a nonhomogeneous plate with temperature-dependent properties // J. of Thermal Stresses. – 1996. – 19:1. – P. 77–102.
9. *Hakan Argeso, Ahmet N. Eraslan.* On the use of temperature-dependent thermomechanical calculations for solid and hollow cylinders // Int. J. of Thermal Sci. –2008. – **47**. – P. 136–146.

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА СО СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ ПРИ УСЛОВИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА СО СРЕДОЙ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ ТЕМПЕРАТУРЫ

Найдено решение квазистатической несвязанной задачи термоупругости для пространства со сферической полостью, через поверхность которой осуществляется конвективный теплообмен со средой изменяющейся во времени температуры. Проанализировано влияние скорости нагрева среды и термочувствительности материала на термонапряженное состояние тела.

THERMO-STRESSED STATE OF THERMOSENSITIVE SPACE WITH A SPHERICAL CAVITY UNDER CONVECTIVE HEAT EXCHANGE WITH ENVIRONMENT OF TIME-VARYING TEMPERATURE

The solution of uncoupled quasistatic thermoelasticity problem for a space with a spherical cavity has been found. Through the surface of the cavity the convective heat exchange with an environment of time-varying temperature takes. The dependence of thermomechanical characteristics of of material on the temperature is taken in to account. The influence of environment heating velocity and material thermosensitivity on the body's thermoelastic state is analyzed

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
03.10.11