

ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ У РОТОРІ ПАРОВОЇ ТУРБИНИ ЗА ТЕОРІЄЮ ПЛАСТИЧНОГО ТЕЧІННЯ

Досліджено наближене розв'язування нестационарних нелінійних задач теплопровідності і термопластичності для суцільного ротора парової турбіни. Для лінеаризації цих задач застосовано метод Ньютона–Рафсона. Пластичні деформації обчислено за теорією пластичного течіння. На основі методу проміжної точки побудовано безумовно стійку числову схему дискретизації задачі термопластичності. Порівняно числові результати розв'язування задачі із результатами, наведеними у працях [1, 8] за теорією малих пружно-пластичних деформацій.

Нелінійні задачі визначення термопружнопластичного напружено-деформованого стану (НДС) із урахуванням залежності теплофізичних і механічних характеристик матеріалу від температури є складні і актуальні. Дослідженню термосилового деформування складних тіл присвячені оглядові праці [3, 6]. Розв'язано [7] задачу знаходження залишкових переміщень у пустотілому циліндрі, спричинених рухомим джерелом тепла.

Описано [9] два напіваналітичні методи розв'язування задачі пружно-пластичності за теорією малих пружно-пластичних деформацій, коли швидкості деформацій і напружень незмінні. На тестовому прикладі виявлено більшу точність запропонованого числового алгоритму розв'язування задачі пружнопластичності. За допомогою напіваналітичного методу скінченних елементів та модифікованого методу послідовних наближень досліджено [11] термопружнопластичний НДС складених тіл обертання за неосесиметричного навантаження та нагрівання. Для визначення температурного поля у кожний конкретний момент часу розв'язано задачу нестационарної теплопровідності. Подано [10] системний підхід для числового обчислення процесів пластичного течіння та побудови числової схеми ітераційного процесу Ньютона.

Нижче виконано числовий порівняльний аналіз температурного поля і термопружнопластичного НДС, спричиненого цим полем у суцільному роторі парової турбіни, із числовими результатами інших авторів.

Формулювання задачі і основні співвідношення. Розглянемо термопластичне деформування твердого ізотропного тіла, яке піддається дії силових і теплових навантажень, що не призводять до втрати його тривкості. Використаємо математичну модель, що ґрунтується на теорії неізоермічного пружнопластичного течіння. Враховуватимемо залежність механічних властивостей матеріалу від температури. Припустимо, що процеси термосилового деформування протікають достатньо повільно, через що можна використовувати квазістатичні співвідношення термодинаміки. Рівновагу тіла визначатимемо за принципом віртуальних робіт. Фізичні співвідношення запишемо у вигляді узагальненого закону Гука:

$$\sigma_{ij}(\bar{u}, T) = a_{ijkl}(T) \varepsilon_{ks}^e(\bar{u}, T). \quad (1)$$

Тут $a_{ijkl}(T)$ – компоненти матриці пружних констант матеріалу \mathbf{A} при температурі T ; ε^e – пружна компонента тензора деформацій, яку можна подати як різницю $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^{th}$, де ε^p – пластична компонента, ε^{th} – температурна.

Співвідношення (1) зручно подати у вигляді

$$\sigma_{ij}(\bar{u} + \delta\bar{u}, T + \delta T) =$$

$$= \sigma_{ij}^+(\bar{u}, T, \delta T) + a_{ijks}(T + \delta T) \left(\delta \varepsilon_{ks}(\bar{u} + \delta \bar{u}) - \delta \varepsilon_{ks}^p(\bar{u} + \delta \bar{u}, T + \delta T) \right),$$

$$\text{де } \sigma_{ij}^+(\bar{u}, T, \delta T) = a_{ijks}(T + \delta T) \left(\left[\mathbf{A}^{-1}(T) \right]_{kspt} \sigma_{pt}(\bar{u}, T) - \delta \varepsilon_{ks}^{th}(\bar{u}, T + \delta T) \right).$$

Нескінченно малий приріст пластичної компоненти тензора деформації визначимо згідно з законом пластичного течіння:

$$\delta \varepsilon_{ks}^p(\bar{u} + \delta \bar{u}, T + \delta T) = \begin{cases} \delta \lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}(\bar{u} + \delta \bar{u}, T + \delta T), T + \delta T)}{\partial \sigma_{ks}}, & \text{якщо } \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}^p > 0, \\ 0, & \text{якщо } \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}^p \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Тут

$$F(\sigma, T) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 \right] + 6\sigma_{12}^2 + 6\sigma_{13}^2 + 6\sigma_{23}^2} - \sigma_*(T),$$

$\sigma_*(T)$ – границя текучості при температурі T . Рівняння $F(\sigma, T) = 0$ визначає поверхню пластичного течіння.

Варіаційне формулювання задачі. Увесь процес навантаження розділимо на ряд достатньо малих етапів, кількість і тривалість яких дає можливість із необхідною точністю описати деформування як низку послідовних рівноважних станів. Розв'язок задачі за часом шукатимемо у точках $0 < \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_m < \tau_{m+1} < \dots < \tau_M = t$. Нехай задача теплопровідності уже

розв'язана [5] і відомий розподіл поля температури $\overset{\circ}{T}^{(m)}$ у моменти часу τ_m . Припустимо далі, що розв'язана і задача про деформування тіла у момент часу τ_m і у попередні моменти часу. Тоді у тілі, яке знаходиться у стані рівноваги, присутні переміщення точок $\overset{\circ}{\bar{u}}^{(m)}$, повні деформації $\overset{\square}{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(m)}$ і напруження $\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)}$, які виникли під дією температурного поля $\overset{\circ}{T}^{(m)}$, масових сил $\overset{\circ}{\bar{Q}}^{(m)}$ і поверхневих навантажень $\overset{\circ}{\bar{\sigma}}_v^{(m)}$ на частині поверхні S_σ . Переміщення $\overset{\circ}{\bar{u}}^{(m)}$ також задовольняють головні крайові умови на частині поверхні S_u . Нехай далі за час $\Delta \tau_m = \tau_{m+1} - \tau_m$ на тіло подіяли додаткові масові сили $\bar{Q}^{(m)}$, поверхневі навантаження $\bar{\sigma}_v^{(m)}$ і точки тіла змінили свою температуру на $T^{(m)}$. Під дією цих факторів тіло змінило свою конфігурацію, у ньому виникли додаткові переміщення $\bar{u}^{(m)}$, деформації $\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)}$ і напруження $\boldsymbol{\sigma}^{(m)}$.

Рівновагу тіла після довантаження визначатимемо, виходячи із принципу віртуальних робіт:

$$\int_V (\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} + \sigma_{ij}^{(m)}) \delta \varepsilon_{ij}^{(m)} dV = \int_V (\overset{\circ}{Q}_i^{(m)} + Q_i^{(m)}) \delta u_i^{(m)} dV + \int_{S_\sigma} (\overset{\circ}{\sigma}_{vi}^{(m)} + \sigma_{vi}^{(m)}) \delta u_i^{(m)} dS. \quad (3)$$

Для знаходження малих скінченних приростів пластичних деформацій використаємо метод проміжної точки [4, 12]. Суть його у тому, що за переходу від нескінченно малих величин до скінченних приростів праву частину (2) запишемо у деякій проміжній точці

$$\varepsilon_{ks}^{p(m)} = \lambda^{(m)} \frac{\partial F \left(\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\circ}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks}}. \quad (4)$$

Доповнимо це співвідношення узагальненим законом Гука:

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m+1)} = \overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} + \sigma_{ij}^{(m)} = \overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} + a_{ijks} (\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) (\varepsilon_{ks}^{(m)}(\bar{u}^{(m)}) - \varepsilon_{ks}^{p(m)}), \quad (5)$$

де $\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} = a_{ijks} (\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) \left(\left[\mathbf{A}^{-1}(\overset{\circ}{T}^{(m)}) \right]_{kspt} \overset{\circ}{\sigma}_{pt}^{(m)} - \varepsilon_{ks}^{th}(\overset{\circ}{T}^{(m)}) \right)$.

Для лінеаризації співвідношення (4) застосуємо метод Ньютона-Канторовича, суть якого полягає у повній лінеаризації оператора задачі в околі наближеного значення і послідовному наближенні розв'язку нелінійної задачі послідовністю лінійних задач. Нехай $\bar{u}^{(mq)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{l(mq)}$, $\boldsymbol{\sigma}^{l(mq)}$ і $\lambda^{(mq)}$ – деякі наближення шуканих полів $\bar{u}^{(m)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{l(m)}$, $\boldsymbol{\sigma}^{l(m)}$ і $\lambda^{(m)}$ на q -ій ітерації. Тоді для значень цих величин на $q + 1$ -ій ітерації запишемо:

$$\begin{aligned} \bar{u}^{(m,q+1)} &= \bar{u}^{(mq)} + \Delta \bar{u}^{(mq)}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{l(m,q+1)} = \boldsymbol{\varepsilon}^{l(mq)} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{l(mq)}, \\ \boldsymbol{\sigma}^{l(m,q+1)} &= \boldsymbol{\sigma}^{l(mq)} + \Delta \boldsymbol{\sigma}^{l(mq)}, \quad \lambda^{(m,q+1)} = \lambda^{(mq)} + \Delta \lambda^{(mq)}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $\Delta \bar{u}^{(mq)}$, $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{l(mq)}$, $\Delta \boldsymbol{\sigma}^{l(mq)}$, $\Delta \lambda^{(mq)}$ – величини вищого порядку мализни порівняно із $\bar{u}^{(mq)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{l(mq)}$, $\boldsymbol{\sigma}^{l(mq)}$ і $\lambda^{(mq)}$ відповідно.

Підставимо (6) в (4) і (5). Отримаємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ks}^{p(mq)} + \Delta \varepsilon_{ks}^{p(mq)} &= (\lambda^{(mq)} + \Delta \lambda^{(mq)}) \frac{\partial F \left(\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)} + \theta \Delta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks}}, \\ \sigma_{ij}^{(mq)} + \Delta \sigma_{ij}^{(mq)} &= \sigma_{ij}^{(mq)} + a_{ijks} (\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) (\Delta \varepsilon_{ks}^{(mq)} (\Delta \bar{u}^{(mq)}) - \Delta \varepsilon_{ks}^{p(mq)}). \end{aligned} \quad (7)$$

Припустимо, що $\Delta \bar{u}^{(mq)}$ відоме. Розкладемо $\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ks}}$ у ряд Тейлора в

околі $\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)}$, $\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}$ і залишимо тільки члени порядку $O(\Delta u)$. Отримаємо:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{ks}^{p(mq)} &= -\varepsilon_{ks}^{p(mq)} + (\lambda^{(mq)} + \Delta \lambda^{(mq)}) \frac{\partial F \left(\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks}} + \\ &+ \lambda^{(mq)} \frac{\partial^2 F \left(\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks} \partial \sigma_{pt}} \theta \Delta \sigma_{pt}^{(mq)}. \end{aligned}$$

Тепер рівняння (7) можна подати так:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{pt}^{(mq)} \left(\delta_{ip} \delta_{jt} + \theta a_{ijks} (\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) \lambda^{(mq)} \frac{\partial^2 F \left(\overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\boldsymbol{\sigma}}^{l(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks} \partial \sigma_{pt}} \right) &= \\ = a_{ijks} (\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) (\Delta \varepsilon_{ks}^{(mq)} (\Delta \bar{u}^{(mq)}) + \varepsilon_{ks}^{p(mq)} - \end{aligned}$$

$$-(\lambda^{(mq)} + \Delta\lambda^{(mq)}) \frac{\partial F \left(\overset{\square}{\sigma}^{(m)} + \theta \overset{\square}{\sigma}^{(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right)}{\partial \sigma_{ks}} \quad (8)$$

Підставимо $\Delta \overset{\square}{\sigma}^{(mq)}$ із (8) у рівняння поверхні течіння

$$F \left(\overset{\square}{\sigma}^{(m)} + \overset{\square}{\sigma}^{(mq)} + \Delta \overset{\square}{\sigma}^{(mq)}, \overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)} \right) = 0 \quad (9)$$

та отримаємо нелінійне алгебричне рівняння для визначення $\Delta\lambda^{(mq)}$, яке розв'яжемо методом Ньютона. Після цього із (8) можна визначити $\Delta \overset{\square}{\sigma}^{(mq)}$.

Для знаходження переміщення $\Delta \bar{u}^{(mq)}$ звернемося до варіаційного рівняння (3). Перепишемо його так:

$$\begin{aligned} & \int_V (\overset{\circ}{\sigma}_{ij}^{(m)} + \sigma_{ij}^{(mq)} + \Delta \sigma_{ij}^{(mq)}) \delta \varepsilon_{ij}^{(m)} dV = \\ & = \int_V (\overset{\circ}{Q}_i^{(m)} + Q_i^{(mq)}) \delta u_i^{(m)} dV + \int_{S_\sigma} (\overset{\circ}{\sigma}_{vi}^{(m)} + \sigma_{vi}^{(mq)}) \delta u_i^{(m)} dS. \end{aligned} \quad (10)$$

Повна лінеаризація варіаційного рівняння (10) ускладнюється через необхідність обчислення матриці дотичних жорсткостей на кожній ітерації. Тому скористаємося методом Ньютона-Рафсона, згідно з яким замінимо $\Delta \overset{\square}{\sigma}^{(mq)}$ на $\overset{\square}{\Delta \tilde{\sigma}}^{(mq)}$, де $\overset{\square}{\Delta \tilde{\sigma}}_{ij}^{(mq)} = a_{ijks}(\overset{\circ}{T}^{(m)} + T^{(m)}) (\Delta \varepsilon_{ks}^{(mq)}(\Delta \bar{u}^{(mq)}))$.

Тоді варіаційне рівняння (10) є рівнянням для знаходження $\Delta \bar{u}^{(mq)}$. Проте для переходу до наступної ітерації $\Delta\lambda^{(mq)}$ визначають із рівняння (9), і потім $\overset{\square}{\Delta \tilde{\sigma}}^{(mq)}$ – з рівняння (8). Далі $\overset{\square}{\sigma}^{(m,q+1)} = \overset{\square}{\sigma}^{(mq)} + \overset{\square}{\Delta \tilde{\sigma}}^{(mq)}$ і можна здійснити ітерацію $(q+1)$. Ітерації припиняються за виконання умов $\|\Delta \bar{u}^{(mq)}\|_2 \leq \beta \|\overset{\circ}{\bar{u}}^{(m)} + \bar{u}^{(mq)}\|_2$, де β – точність розв'язку задачі. Якщо ітераційний процес розбігається, необхідно повернутися до значень $\overset{\circ}{\bar{u}}^{(m)}$, $\overset{\square}{\sigma}^{(m)}$ і довантажувати дрібнішими кроками.

Аналіз числових експериментів. Дослідимо розподіл температурного поля, теплових напружень і пластичних деформацій у роторі парової турбіни. Ротор виготовлений із сталі 35ХМА [2] із такими механічними характеристиками:

Аналіз числових експериментів. Дослідимо розподіл температурного поля, теплових напружень і пластичних деформацій у роторі парової турбіни. Ротор виготовлений із сталі 35ХМА [2] із такими механічними характеристиками:

$\frac{\Gamma}{2} \cdot 10^2$	$\sigma_{int}, \text{МПа}$						
	20	100	200	300	400	500	600
0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	642.9	535.7	525.2	509.6	492.4	460.1	394.9
0.25	676.7	669.6	656.5	643.2	598.4	551.2	431.1
0.3	811.4	803.6	788.0	759.1	670.3	615.0	443.2
0.35	946.8	936.6	903.6	847.6	764.9	690.1	445.5
0.4	959.9	947.8	914.2	854.7	775.2	698.4	446.0
0.45	987.4	963.1	930.1	863.2	793.7	715.6	447.2
0.5	992.8	993.3	931.2	862.9	796.1	720.0	448.6
0.6	998.8	969.4	937.8	870.0	802.1	725.6	451.1
8	1452.9	1423.4	1408.8	1398.4	1239.4	1146.2	644.3
$\alpha_T \cdot 10^4, \text{град}^{-1}$	0.122	0.123	0.125	0.129	0.139	0.142	0.144

Тут $\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + (\epsilon_{22} - \epsilon_{33})^2 + (\epsilon_{11} - \epsilon_{33})^2 + \frac{3}{2}(\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{23}^2 + \epsilon_{13}^2)}}$ – інтенсивність деформацій зсуву;

$\sigma_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)}$ – інтенсивність напружень; α_T – коефіцієнт лінійного температурного розширення. Коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$.

Як розрахункову схему ротора розглядаємо суцільний циліндр радіусом $R = 0.2$ м і довжиною $L = 0.3$ м (рис. 1), який знаходиться у нестационарному несиметричному відносно середньої площини циліндра температурному полі. Для числового розв'язування задачі використаємо ізопараметричні скінченні елементи. Побудуємо 100 скінченних елементів другого порядку за осовою координатою та 150 першого порядку – за радіальною. Крок за часом задаємо $\Delta t = 2.5$ с.

Розподіл температурного поля у роторі отримаємо як розв'язок задачі теплопровідності за числовою схемою, поданою у праці [5]. На поверхні циліндра здійснюється конвективний теплообмін за Ньютоном із середовищем, температура якого на межі із циліндричною поверхнею змінюється за законом

$$T_s = \left[20 + \left(0.93 - 0.33 \frac{\alpha_1}{0.3} \right) t \right] \text{ град.}$$

На інших поверхнях циліндр теплоізований. Його теплофізичні характеристики такі:

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_v &= 4.422 \times 10^6 \text{ джоуль/м}^3 \cdot \text{град,} \\ \lambda &= 30.9542 \text{ джоуль/м} \cdot \text{град} \cdot \text{с,} \\ \alpha &= 3496.988 \text{ джоуль/м}^2 \cdot \text{град} \cdot \text{с.} \end{aligned}$$

Тут ρ – густина тіла; c_v – теплоємність одиниці маси матеріалу за сталого об'єму; λ – коефіцієнт теплопровідності; α – коефіцієнт теплообміну на циліндричній поверхні.

На рис. 2–4 зображено розподіл температурного поля вздовж радіуса r за таких значень осової координати: $\alpha_1 = 0; 0,12$ та $0,3$. Тут і надалі штрихові лінії описують результати праць [1, 8], а суцільні – результати, отримані за поданою тут числовою схемою. Криві 1–3 відтворюють розподіл температурного поля у моменти часу $t = 400; 600$ та 700 с.

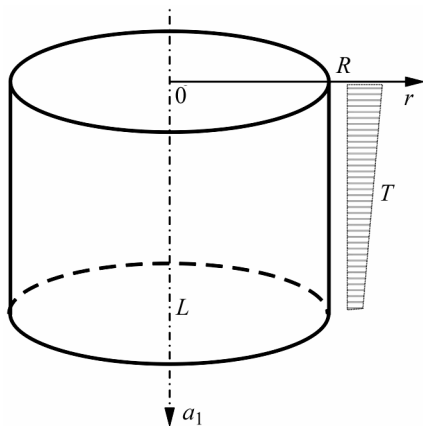


Рис. 1.

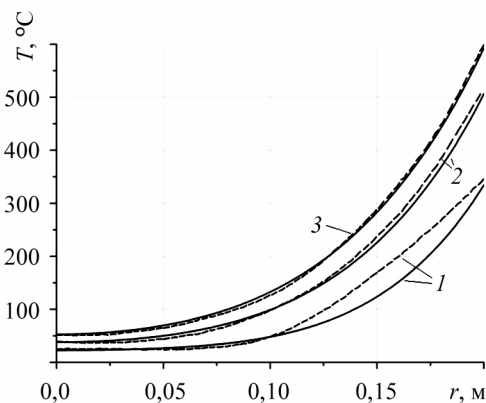


Рис. 2.

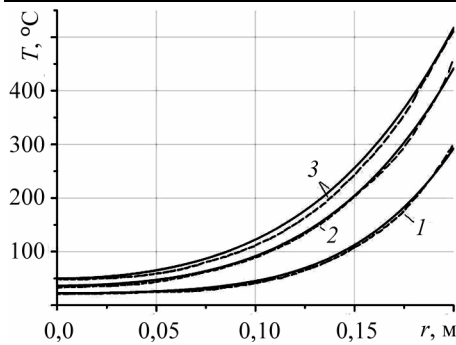


Рис. 3.

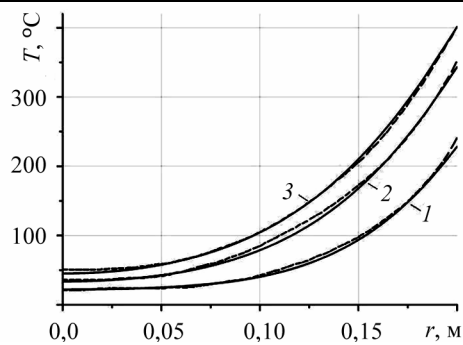


Рис. 4.

Найбільші значення температурного поля досягаються на лівому торці біля циліндричної поверхні, оскільки температура середовища на межі цієї частини найвища. У момент часу $t = 400$ с на лівому торці ($\alpha_1 = 0$) (криві 1, на рис. 2) за значень радіальної координати $0,11 < r < 0,2$ відхилення розподілу температурного поля порівняно зі значеннями, поданими у працях [1, 8], суттєве і становить до 28%. В інших випадках розв'язки добре узгоджуються.

Визначимо термопружнопластичний НДС, спричинений цим температурним полем. Циліндр вільний від зовнішніх навантажень.

На рис. 5–7 зображено розподіл радіальних напружень σ_{rr} у моменти часу $t = 400$; 600 та 700 с. На рис. 8–10 – розподіл колових напружень σ_{22} і колових пластичних деформацій ε_{22}^p у моменти часу $t = 400$; 600 та 700 с. На рис. 5–10 криві 1–3 описують напруження за таких значень радіальної координати: $r = 0,04$; 0,16 та 0,2. Криві 4 на рис. 9 і 10 відтворюють пластичні колові деформації на циліндричній поверхні.

Протягом усього процесу деформування найбільші є колові напруження. Їх значення на частині, близькій до лівого торця, де вони максимальні, добре узгоджуються впродовж усього процесу. Найбільші відхилення розв'язків, отриманих за двома моделями, спостерігаються на циліндричній поверхні за $t = 600$ та 700 с. Тут максимальна різниця між розв'язками становить близько 11% у момент часу $t = 600$ с та близько 8% – за $t = 700$ с. В інших випадках розходження значень колових напружень незначне.

У момент часу $t = 700$ с на частині циліндричної поверхні, близькій до лівого торця, зафіксовано більший градієнт колових пластичних деформацій порівняно із результатами, поданими раніше [1, 8]. Пластичні колові деформації на проміжку $0,1 < \alpha_1 < 0,17$, де вони малі проти відповідних значень на частині, близькій до лівого торця, відрізняються до 40 %.

Для радіальних напружень найбільші відхилення (близько 40%) виявлено на лівому торці циліндра у момент часу $t = 700$ с. Проте ці напруження малі порівняно із коловими.

На рис. 11 криві 1–4 описують розподіл пластичних деформацій за часом на циліндричній поверхні при $\alpha_1 = 0$; 0,03; 0,06 та $\alpha_1 = 0,3$ відповідно. Зазначимо, що найбільший градієнт колових пластичних деформацій впродовж усього процесу деформування спостерігається на лівому торці циліндра, де вони найбільші.

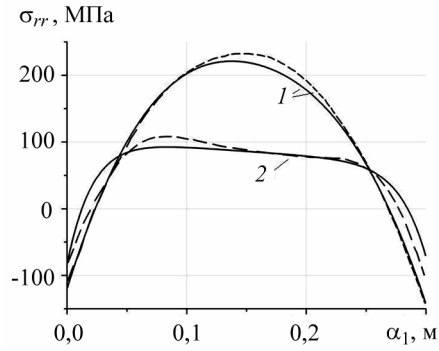


Рис. 5.

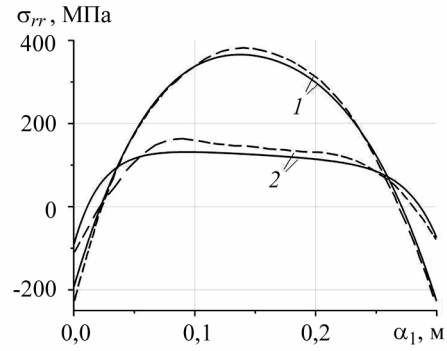


Рис. 6.

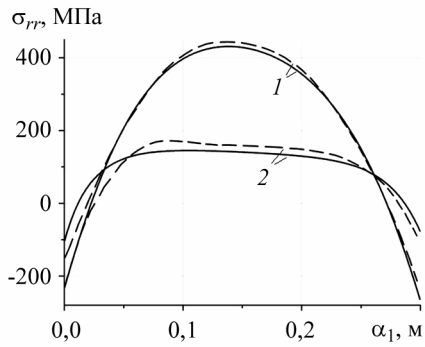


Рис. 7.

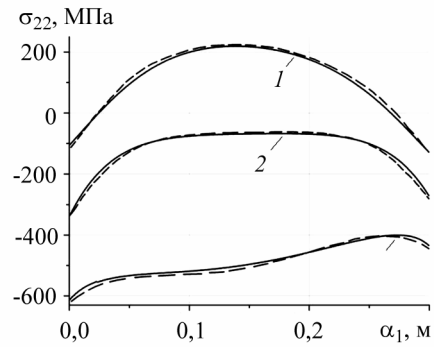


Рис. 8.

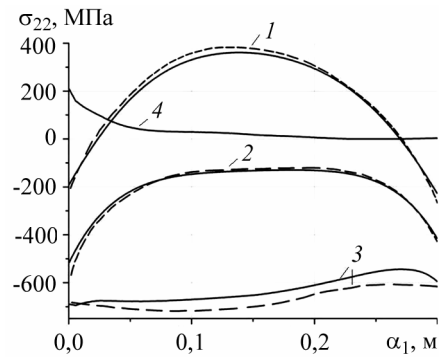


Рис. 9.

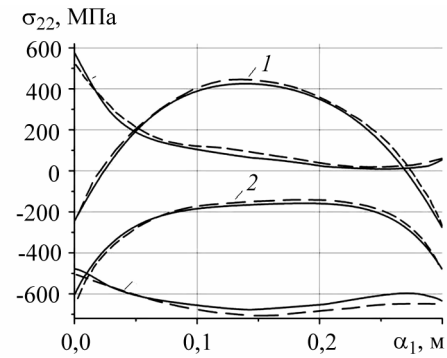


Рис. 10.

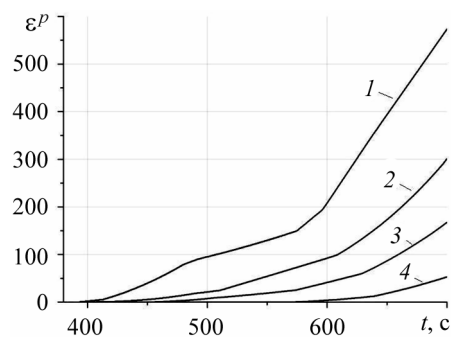


Рис. 11.

Висновки. Числово досліджено розподіл температурного поля та НДС за теорією пластичного течіння у роторі парової турбіни. Для цього розв'язані відповідні нестационарні нелінійні задачі теплопровідності і термопластичності.

Здійснено порівняльний аналіз із результатами праць [1, 8]. Показано узгодженість розв'язків задач теплопровідності і термопластичності за двома числовими схемами.

1. *Бабешко М. Е., Стрюк В.К.* Термопластичность цилиндров конечной длины. – К.: Изд. при Киев. гос. ун-те объединения «Вища школа», 1982. – С. 119–127.
2. *Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И. и др.* Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. – М.: Машиностроение, 1965. – 586 с.
3. *Карнаухов В. Г., Сенченков И. К.* Обобщенные модели термомеханического поведения вязкоупругих материалов с учетом взаимодействия механических и тепловых полей // Прикл. механика. – 2000. – **36**, № 1. – С. 53–76.
4. *Муха І. С.* Лінеаризовані задачі квазістатичного термов'язкопластичного деформування твердих тіл. – К.: ІСДО, 1995. – 52 с.
5. *Неспляк Д. М., Муха І. С.* Дослідження процесів нелінійної теплопровідності у товстостінних складових тілах // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2007. – **50**, № 2. – С. 176–182.
6. *Савченко В. Г., Шевченко Ю. Н.* Пространственные задачи термовязкопластичности // Прикл. механика. – 2000. – **36**, № 11. – С. 3–38.
7. *Сенченков И. К., Табиева Г. А.* Об остаточных перемещениях в полом вязкопластическом цилиндре под действием подвижного теплового источника // Там же. – 2001. – **37**, № 3. – С. 97–104.
8. *Шевченко Ю. Н., Бабешко М. Е., Пискун В. В., Савченко В. Г.* Пространственные задачи термопластичности. – К.: Наук. думка, 1980. – С. 135–194.
9. *Attila Kossa, Lbszly Szaby* Exact integration of the von Mises elastoplasticity model with combined linear isotropic-kinematic hardening // Int. J. of Plasticity. – 2009. – **25**, Issue 6. – P. 1083–1106.
10. *Christophe Kassiotis, Adnan Ibrahimbegovic, Hermann G. Matthies, Bostjan Brank.* Stable splitting scheme for general form of associated plasticity including different scales of place and time // Comp. Meth. Appl. Mech. Ing. – 2010. – **199**. – P. 1254–1264.
11. *Savchenko V. G.* A method to study the nonaxisymmetric plastic deformation of solids of revolution with allowance for the stress mode // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, № 9. – P. 975–981.
12. *Simo J. C., Taylor R. K.* Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity // Comp. Meth. Appl. Mech. Ing. – 1985. – **48**, Issue 1. – P. 101–118.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ В РОТОРЕ ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ ПО ТЕОРИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Изучено приближенное решение нестационарных нелинейных задач теплопроводности и термопластичности для сплошного ротора паровой турбины. Для линеаризации задач использован метод Ньютона–Рафсона. Пластические деформации определены согласно теории пластического течения. На основе метода промежуточной точки построена безусловно устойчивая численная схема дискретизации задачи термопластичности. Представлен сравнительный анализ численных результатов решения задачи с результатами, полученными другими авторами по теории малых упругопластических деформаций.

NUMERICAL ANALYSIS OF PROCESSES OF THERMOPLASTICITY IN ROTOR OF STEAM TURBINE USING THEORY OF PLASTIC YIELDING

The present paper is focused on approximate solution non-stationary non-linear problems of thermal conductivity and thermoplasticity in solid steam turbine rotor. For linearization of presented problem Newton-Raphson approach is applied. Computation of plastic deformation is performed with using theory of plastic yielding. Unconditional stable numerical scheme for discretization of thermoplastic problem based on approach of passing point was build. The comparative analysis of numerical results for presented problem's resolving with results obtained by another authors using theory of small elastoplastic strains is shown.

Львів. державний ун-т внутрішніх справ, Львів;
Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано
07.10.10