

## ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІВПРОСТОРУ З БАГАТОШАРОВИМ ПОКРИВОМ ЗА ПРОМЕНЕВО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ

*З використанням узагальнених нелінійних граничних умов, методу квазілінеаризації та інтегрального перетворення Лапласа побудовано ітераційну процедуру визначення температурного поля та відповідних термонапружень у системі півпростір–багатошаровий покрив за променево-конвективного теплообміну з довкіллям. Процеси нагрівання та охолодження описано єдиними співвідношеннями. Досліджено вплив умов теплообміну з довкіллям на термомеханічні процеси в системі півпростір–двошаровий зносостійкий покрив під час нагрівання.*

**Вступ.** Під час експлуатації в елементах конструкцій та деталях обладнання з одно- чи багатошаровими покриттями різноманітного функціонального призначення виникають нерівномірні температурні поля і, як наслідок, значні температурні напруження та деформації, які можуть спричинити розтріскування, відшарування покриттів і втрату тримкої здатності таких систем.

Задачі про визначення термонапруженого стану багатошарових структур за променево-конвективного теплообміну з довкіллям розглядали в працях [2–5, 7–12, 18], використовуючи наявні математичні моделі та розв'язуючи відповідні крайові задачі теплопровідності та термопружності з допомогою аналітико-числових та різноманітних числових методів. Для визначення температурних полів у тілах з покриттями застосовують, зокрема, підхід, який ґрунтується на лінійних та нелінійних узагальнених граничних умовах опису для конвективної чи променево-конвективної взаємодії основи зі середовищем через одно- та багатошарові тонкі покриття [6, 16, 19].

За такого підходу отримано розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для півпростору з багатошаровим покриттям за конвективного [13] та променево-конвективного [15] нагрівання. Задача термопружності для півпростору з багатошаровим покриттям за лише конвективного теплообміну розглянута в праці [14].

Нижче процеси нагрівання та охолодження описано єдиними співвідношеннями, на підставі яких побудовано ітераційну процедуру визначення температурного поля в півпросторі з багатошаровим покриттям за променево-конвективного нагрівання. Досліджено термонапружений стан півпростору з двошаровим зносостійким покриттям.

**Формулювання задачі теплопровідності.** Розглянемо променево-конвективний теплообмін півпростору з довкіллям через  $n$ -шаровий покрив товщиною  $\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i$ . Початок координати  $z=0$  розмістимо на контактній поверхні покриття з півпростором, а додатний відлік такої координати спрямуємо вглиб системи.

Одновимірну нелінійну крайову задачу теплопровідності сформулюємо так: рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial T_j}{\partial \tau} = a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2}, \quad j = \text{II}, 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

початкова умова

$$T_j|_{\tau=0} = T_0 = \text{const}, \quad (2)$$

гранична умова променево-конвективного теплообміну між покриттям і середовищем

$$\lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial Z} = \varepsilon \sigma_0 (T_n^4 - T_C^4) + \mu (T_n - T_C) \quad \text{при} \quad z = z_n = -\delta, \quad (3)$$

умови ідеального теплового контакту на поверхнях поділу шарів покриву і покриву з тілом

$$T_i = T_{i-1}, \quad \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial Z} = \lambda_{i-1} \frac{\partial T_{i-1}}{\partial Z}, \quad \text{якщо} \quad z = z_{i-1} = -\sum_{m=1}^{i-1} \delta_m, \quad i = 2, \dots, n, \quad (4)$$

$$T_1 = T_{\Pi}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial Z} = \lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial Z}, \quad \text{якщо} \quad z = z_0 = 0,$$

умова на безмежності

$$T_{\Pi} \rightarrow T_0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty. \quad (5)$$

У формулах (1)–(5) уведені такі позначення:  $T$ ,  $a = \lambda / (\omega\rho)$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ ,  $Z$  – абсолютна температура, температуропровідність, теплопровідність, питома теплоємність, густина, час і координата;  $\mu$  – коефіцієнт теплообміну між поверхнею покриву і середовищем;  $\varepsilon$  – ступінь чорноти зовнішньої поверхні покриву;  $\sigma_0$  – стала Стефана–Больцмана.

Індексми  $i$ ,  $\Pi$  та  $C$  позначено величини, що відносяться до  $i$ -го шару покриву, півпростору та середовища відповідно.

Для розв'язування задачі теплопровідності (1)–(5) використали підхід, який ґрунтується на моделюванні впливу покриву на теплоперенос у системі узагальненими граничними умовами [6, 19].

У цьому випадку така узагальнена нелінійна гранична умова має вигляд [16]

$$\lambda_{\Pi} \left( 1 + \frac{\mu}{H} \right) \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial Z} + \mu (T_C - T_{\Pi}) - \Omega \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial \tau} + \varepsilon \sigma_0 T_C^4 - \varepsilon \sigma_0 \sum_{m=0}^4 (-1)^m C_4^m \left( \frac{\lambda_{\Pi}}{H} \right)^m T_{\Pi}^{4-m} \left( \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial Z} \right)^m = 0, \quad T_{\Pi}|_{\tau=0} = T_0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad (6)$$

де  $\Omega = \sum_{i=1}^n \omega_i \rho_i \delta_i$ ;  $H^{-1} = \sum_{i=1}^n \delta_i / \lambda_i$  – зведені теплоємність і термоопір покриву;  $C_4^m = 4! / (m!(4-m)!)$  – біноміальні коефіцієнти.

Уведемо безрозмірні величини:  $\theta_{\Pi} = T_{\Pi} / T_*$ ,  $\theta_0 = T_0 / T_*$ ,  $\theta_C = T_C / T_*$  – безрозмірні температури, де відлікова температура  $T_* = T_C$  під час нагрівання системи і  $T_* = T_0$  під час її охолодження;  $\bar{z} = z / z_*$  – безрозмірна координата;  $Fo = a_{\Pi} \tau / z_*^2$  – число Фур'є;  $Bi = \mu z_* / \lambda_{\Pi}$  – критерій Біо;  $Sk = \varepsilon \sigma_0 T_*^3 z_* / \lambda_{\Pi}$  – критерій Старка;  $\xi = \lambda_{\Pi} / (H z_*)$  – відносний ефективний термоопір покриву;  $\eta = \Omega / (\omega_{\Pi} \rho_{\Pi} z_*)$  – відносна його ефективна теплоємність. Тут  $z_*$  – масштабний параметр.

Тоді нелінійну крайову задачу теплопровідності (1), (2), (5), (6) для півпростору в безрозмірних величинах подамо так:

$$\frac{\partial^2 \theta_{\Pi}(\bar{z}, Fo)}{\partial \bar{z}^2} = \frac{\partial \theta_{\Pi}(\bar{z}, Fo)}{\partial Fo}, \quad \bar{z} > 0, \quad Fo > 0, \quad (7)$$

$$\theta_{\Pi}(\bar{z}, 0) = \theta_0, \quad (8)$$

$$\lim_{\bar{z} \rightarrow \infty} \theta_{\Pi}(\bar{z}, Fo) = \theta_0, \quad (9)$$

$$(1 + \xi \text{Bi}) \frac{\partial \theta_{\Pi}}{\partial \bar{z}} + \text{Bi}(\theta_C - \theta_{\Pi}) - \eta \frac{\partial \theta_{\Pi}}{\partial \text{Fo}} - \text{Sk} \left[ \sum_{m=0}^4 (-1)^m C_4^m \xi^m \theta_{\Pi}^{4-m} \left( \frac{\partial \theta_{\Pi}}{\partial \bar{z}} \right)^m - \theta_C^4 \right] = 0, \quad \theta_{\Pi|_{\text{Fo}=0}} = \theta_0 \quad \text{при } \bar{z} = 0. \quad (10)$$

Зауважимо, що після введення, як і в праці [17], безрозмірної температури  $\theta_{\Pi}$  узагальнюється постава задачі теплопровідності [15] і вдається сформулювати нелінійну задачу теплопровідності променево-конвективного нагрівання чи охолодження, включаючи охолодження в середовищі з нульовою температурою, однією системою співвідношень.

**Розв'язування задачі теплопровідності.** Температуру в півпросторі  $\theta_{\Pi}$  визначаємо за ітераційною схемою на основі методу квазілінеаризації [1, 17], а температуру  $\theta_i = T_i / T_*$  в  $i$ -му ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) шарі покритву – за формулами відновлення [19], використовуючи значення відповідних величин на останній ітерації.

Тоді розрахунковий алгоритм [15]:

$$\begin{aligned} \theta_{\Pi}^{(0)} &= \theta_0, \quad \theta_{\Pi}^{(k)}(\bar{z}, \text{Fo}) = \Phi_1(\theta_{\Pi}^{(k-1)}, \partial \theta_{\Pi}^{(k-1)} / \partial \bar{z}), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \mathcal{K}, \\ \theta_i(\bar{z}, \text{Fo}) &= \Phi_2(\theta_{\Pi}^{(\mathcal{K})}, \partial \theta_{\Pi}^{(\mathcal{K})} / \partial \bar{z}), \end{aligned} \quad (11)$$

де  $\mathcal{K}$  – кількість ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності розрахунків;  $\Phi_1, \Phi_2$  – оператори, вигляд яких залежить від величин  $\eta$  та  $(\text{Bi}_*^{(k)})^{-2} - 4\Psi^{(k)}$  (див. формули (12)–(17)).

Аналогічно [15] розрахункові формули отримуємо так.

1) Для  $\eta \neq 0$  при  $(\text{Bi}_*^{(k)})^{-2} - 4\Psi^{(k)} \neq 0$

$$\begin{aligned} \theta_{\Pi}^{(k)}(\bar{z}, \text{Fo}) &= \theta_0 - g^{(k)} \{ \text{erfc } \varphi + \\ &+ \frac{1}{2\Delta^{(k)}} [(1 + \Delta^{(k)}) F_1^{(k)}(\bar{z}, \text{Fo}) - (1 - \Delta^{(k)}) F_2^{(k)}(\bar{z}, \text{Fo})] \}, \quad 0 \leq \bar{z} < \infty, \quad (12) \\ \theta_i(\bar{z}, \text{Fo}) &= \theta_0 + g^{(\mathcal{K})} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{1}{2\Delta^{(\mathcal{K})}} \sum_{m=1}^2 ((-1)^{m+1} + \Delta^{(\mathcal{K})}) (1 + r_i(\bar{z}) q_m^{(\mathcal{K})}) F_m^{(\mathcal{K})}(0, \text{Fo}) \right\}, \quad (13) \\ &\bar{z}_i \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

$$\text{Тут} \quad \varphi = \frac{\bar{z}}{2\sqrt{\text{Fo}}}; \quad g^{(k)} = \theta_0 + Q^{(k)} / \text{Bi}_*^{(k)}; \quad \Delta^{(k)} = \sqrt{1 - 4M^{(k)} \text{Bi}_*^{(k)}};$$

$$\Psi^{(k)} = M^{(k)} / \text{Bi}_*^{(k)}; \quad q_{1,2}^{(k)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\Psi^{(k)} (\text{Bi}_*^{(k)})^2}}{2\Psi^{(k)} \text{Bi}_*^{(k)}};$$

$$F_m^{(k)}(\bar{z}, \text{Fo}) = \exp\left(-q_m^{(k)} \bar{z} + (q_m^{(k)})^2 \text{Fo}\right) \text{erfc}\left(\varphi - q_m^{(k)} \sqrt{\text{Fo}}\right), \quad m = 1, 2, 3, 4,$$

$$\text{Bi}_*^{(k)}(\text{Fo}) = \frac{\text{Bi} + \text{Sk} \alpha_2^{(k-1)}(\text{Fo})}{1 + \xi \text{Bi} - \text{Sk} \alpha_1^{(k-1)}(\text{Fo})}; \quad M^{(k)}(\text{Fo}) = \frac{\eta}{1 + \xi \text{Bi} - \text{Sk} \alpha_1^{(k-1)}(\text{Fo})};$$

$$Q^{(k)}(\text{Fo}) = -\frac{\text{Bi} \theta_C + (\theta_C^4 + \alpha_3^{(k-1)}(\text{Fo})) \text{Sk}}{1 + \xi \text{Bi} - \text{Sk} \alpha_1^{(k-1)}(\text{Fo})};$$

$$\alpha_1^{(k-1)} = \sum_{m=1}^4 (-1)^m m C_4^m \xi^m (\theta_{\Pi}^{(k-1)})^{4-m} \left( \frac{\partial \theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial \bar{z}} \right)^{m-1};$$

$$\alpha_2^{(k-1)} = \sum_{m=1}^4 (-1)^{m-1} (5-m) C_4^{m-1} \xi^{m-1} (\theta_{\Pi}^{(k-1)})^{4-m} \left( \frac{\partial \theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial \bar{z}} \right)^{m-1};$$

$$\alpha_3^{(k-1)} = 3 \sum_{m=0}^4 (-1)^m C_4^m \xi^m (\theta_{\Gamma}^{(k-1)})^{4-m} \left( \frac{\partial \theta_{\Gamma}^{(k-1)}}{\partial \bar{z}} \right)^m;$$

$$r_i(\bar{z}) = \lambda_{\Pi} \left( -\sum_{j=1}^{i-1} \delta_j / (z_* \lambda_j) + (\bar{z} - \bar{z}_{i-1}) / \lambda_i \right), \quad \bar{z}_j = z_j / z_*, \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

2) Для  $\eta \neq 0$ , якщо  $(\text{Bi}_*^{(k)})^{-2} - 4\psi^{(k)} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \theta_{\Pi}^{(k)}(\bar{z}, F_0) = \theta_0 - g^{(k)} \{ \text{erfc } \varphi + 2q_3^{(k)} \sqrt{\frac{F_0}{\pi}} \exp(-\varphi^2) + \\ + [2(q_3^{(k)})^2 F_0 - q_3^{(k)} \bar{z} - 1] F_3^{(k)}(\bar{z}, F_0) \}, \quad 0 \leq \bar{z} < \infty; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \theta_i(\bar{z}, F_0) = \theta_0 - g^{(k)} \left\{ 1 + 2 \left( 1 + q_3^{(k)} r_i(\bar{z}) \right) q_3^{(k)} \sqrt{F_0/\pi} - \right. \\ \left. - [1 - 2q_3^{(k)} (1 + q_3^{(k)} r_i(\bar{z})) F_0] F_3^{(k)}(0, F_0) \right\}, \quad \bar{z}_i \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (15)$$

де  $q_3^{(k)} = -0.5 / M^{(k)}$ .

3) Для  $\eta = 0$

$$\theta_{\Pi}^{(k)}(\bar{z}, F_0) = \theta_0 - g^{(k)} [\text{erfc } \varphi - F_4^{(k)}(\bar{z}, F_0)], \quad 0 \leq \bar{z} < \infty; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta_i(\bar{z}, F_0) = \theta_0 - g^{(k)} \left[ 1 - \left( 1 + \text{Bi}_*^{(k)} r_i(\bar{z}) \right) F_4^{(k)}(0, F_0) \right], \\ \bar{z}_i \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (17)$$

де  $q_4^{(k)} = -\text{Bi}_*^{(k)}$ .

**Розв'язок задачі термопружності.** Нерівномірний розподіл температури в системі зумовлює в ній температурні напруження, які визначимо за формулою [14]

$$\sigma_{xx}^{\Pi} = \sigma_{yy}^{\Pi} = \sigma^{\Pi}(z, \tau) = -\frac{E_{\Pi}}{1-\nu_{\Pi}} \beta_{\Pi} [T_{\Pi}(z, \tau) - T_0], \quad 0 \leq z < \infty, \quad (18)$$

$$\sigma_{xx}^i = \sigma_{yy}^i = \sigma^i(z, \tau) = -\frac{E_i}{1-\nu_i} \beta_i [T_i(z, \tau) - T_0], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad z_i \leq z \leq z_{i-1},$$

де  $E_j$  – модулі Юнга;  $\beta_j$  – коефіцієнти лінійного температурного розширення;  $\nu_j$  – коефіцієнти Пуассона.

Увівши безрозмірні напруження за формулою

$$\mathcal{E}^j(\bar{z}, F_0) = \sigma^j(z, \tau) / \frac{E_{\Pi} \beta_{\Pi} (T_C - T_0)}{1-\nu_{\Pi}}, \quad j = \Pi, 1, 2, \dots, n, \quad (19)$$

запишемо співвідношення для визначення температурних напружень у системі: під час нагрівання

$$\mathcal{E}^j(\bar{z}, F_0) = \left( \frac{E_j \beta_j}{1-\nu_j} / \frac{E_{\Pi} \beta_{\Pi}}{1-\nu_{\Pi}} \right) \frac{\theta_0 - \theta_j(\bar{z}, F_0)}{1-\theta_0}, \quad (20)$$

під час охолодження

$$\theta_j^i(\bar{z}, Fo) = \left( \frac{E_j \beta_j}{1 - \nu_j} / \frac{E_{II} \beta_{II}}{1 - \nu_{II}} \right) \theta_j(\bar{z}, Fo) - 1. \quad (21)$$

**Аналіз числових результатів.** Розглянемо променево-конвективне нагрівання півпростору з нержавкої сталі 316L з двошаровим зносостійким покривом із ніхрому Cr–Ni (внутрішній шар) товщиною  $\delta_1 = 0.1$  мм та сплаву WC–Co (зовнішній шар) товщиною  $\delta_2 = 0.3$  мм. Розраховували при  $T_C = 1073$  К;  $T_0 = 293$  К,  $\varepsilon = 0.5$ ,  $z_* = 1$  м. Вхідні параметри задачі вибрали як деякі середні значення в розглянутому діапазоні температури [18] і подали в таблиці (за таких параметрів  $Sk = 2.06$ ).

Термомеханічні параметри	Сталь 316L	Cr–Ni	WC–Co
Теплопровідність $\lambda$ , Вт/(м·К)	17	13	24
Питома теплоємність $\omega$ , Дж/(кг·К)	535	530	166
Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	8031	8050	13900
Модуль Юнга $E$ , ГПа	170	200	367
Коефіцієнт Пуассона $\nu$	0.29	0.29	0.29
Коефіцієнт лінійного температурного розширення $\beta$ , К <sup>-1</sup> × 10 <sup>-6</sup>	18	14	6.5

Рис. 1 ілюструє вплив зростання інтенсивності конвективного (суцільні криві) та променево-конвективного (штрихові) нагрівання на зміну з часом контактної температури  $\theta_{II}(0, Fo)$ . Як бачимо, якщо при ( $Bi \approx 1.18$ ) та  $\mu = 100$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) ( $Bi \approx 5.88$ ) променева складова ( $Sk = 2.06$ ) суттєво підвищує контактну температуру, то при  $\mu \geq 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) (відповідно  $Bi \geq 29.41$ ) її вплив на нагрівання системи незначний (верхні штрихова і суцільна криві практично зливаються).

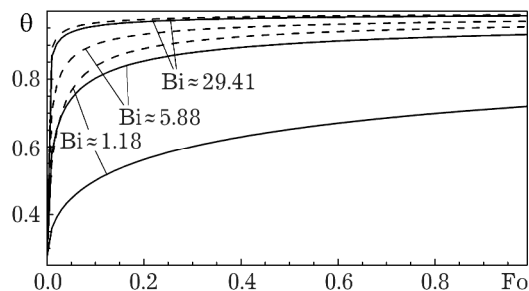


Рис. 1. Вплив інтенсивності нагрівання на зміну контактної температури

$$\theta = \theta_{II}(0, Fo):$$

суцільні криві –  $Sk = 0$ ; штрихові –  $2.06$ .

Зміну температури в системі півпростір–двошаровий покрив уздовж координати  $\bar{z}$  для деяких моментів часу залежно від інтенсивності конвективного та променево-конвективного нагрівання відтворено на рис. 2.

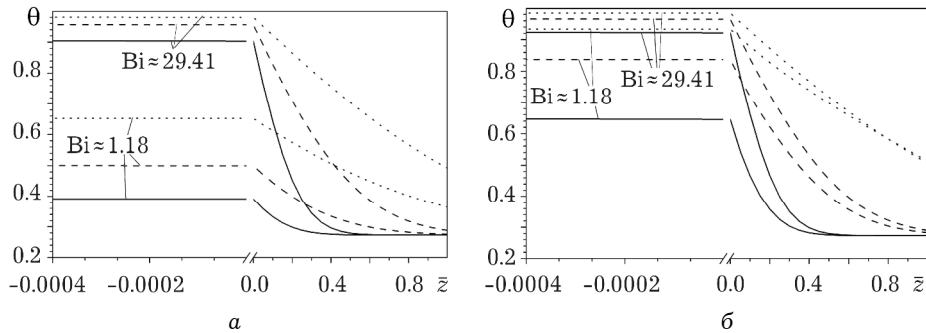


Рис. 2. Розподіл температури  $\theta = \theta_j(\bar{z}, Fo)$  у системі основа–двошаровий покрив для деяких моментів часу:  
 а – конвективне нагрівання ( $Sk = 0$ ); б – променево-конвективне ( $Sk = 2.06$ );  
 суцільні криві –  $Fo = 0.02$ ; штрихові – 0.1; пунктирні – 0.5.

Інтенсифікація нагрівання викликає суттєве зростання перепаду температури за глибиною основи. Зауважимо, що як і за контактної температури (рис. 1), вплив променевої складової на розподіл температури в системі зі збільшенням коефіцієнта теплообміну  $\mu$  до  $500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  ( $Bi \approx 29.41$ ) виявляється несуттєвим. Слід зазначити, що за цього співвідношення характеристик покриву і основи практично відсутній перепад температури за товщиною шарів покриву в розглядуваному діапазоні зміни  $\mu$ . Однак для іншої системи півпростір–багатошаровий покрив інтенсивність теплообміну може спричинити помітний перепад температури за товщиною шарів покриву [15].

Рис. 3 ілюструє зміну з часом безрозмірних напружень  $\sigma_{II}(0, Fo)$  у півпросторі на поверхні контакту з покривом залежно від інтенсивності нагрівання. Як і раніше для рис. 1, це викликає зростання стискальних напружень на поверхні основи, а якщо  $Bi \geq 29.41$  ( $\mu \geq 500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ) вплив променевої складової на контактні напруження незначний.

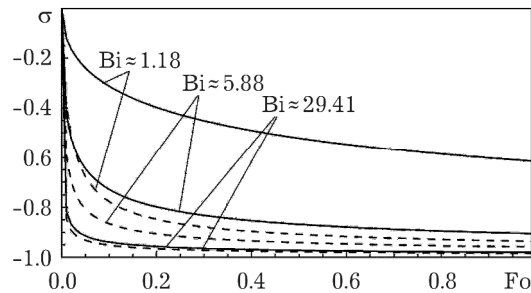


Рис. 3. Вплив інтенсивності нагрівання на контактні напруження  $\sigma = \sigma_{II}(0, Fo)$ :  
 суцільні криві –  $Sk = 0$ ; штрихові – 2.06.

На рис. 4 і 5 подано розподіл напружень за просторовою координатою в системі півпростір–двошаровий покрив для деяких моментів часу за променево-конвективного нагрівання при  $Bi \approx 1.18$ ,  $Sk = 2.06$  (рис. 4) та для різних значень  $Bi$  та  $Sk$  при  $Fo = 0.02$  (рис. 5).

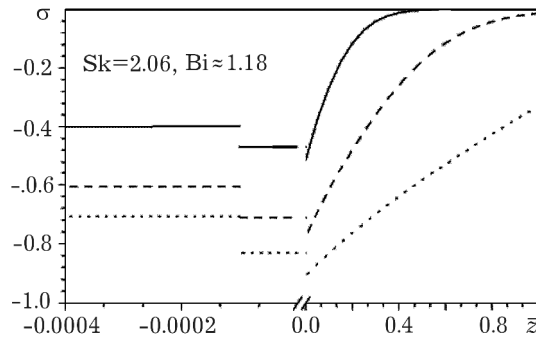


Рис. 4. Розподіл напружень  $\sigma = \mathcal{G}^i(\bar{z}, Fo)$  у системі основа–двошаровий покритв для деяких моментів часу:  
суцільна крива –  $Fo = 0.02$ ; штрихова –  $0.1$ ; пунктирна –  $0.5$ .

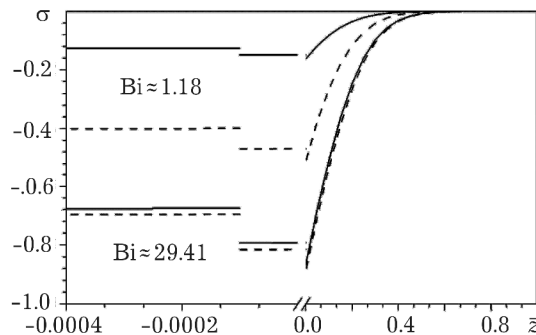


Рис. 5. Розподіл напружень  $\sigma = \mathcal{G}^i(\bar{z}, Fo)$  у системі основа–двошаровий покритв у фіксованому моменті часу:  
суцільні криві –  $Sk = 0$ ; штрихові –  $2.06$ .

Отже, стискальні напруження в покритві мають розривний характер і зростають з часом. Їх стрибок на поверхні поділу шарів залежить від величини  $\frac{E_2\alpha_2}{1-\nu_2} / \frac{E_1\alpha_1}{1-\nu_1}$ , а на поверхні контакту покритву з півпростором – від  $\frac{E_1\alpha_1}{1-\nu_1} / \frac{E_{II}\alpha_{II}}{1-\nu_{II}}$  [14].

Як і для температурного поля, якщо  $\mu \geq 500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  ( $Bi \geq 29.41$ ), променева складова незначно впливає на термонапружений стан системи, що особливо помітно проявляється у характері розподілу стискальних напружень вглиб півпростору та дещо менше – на їх значення в шарах покритву (рис. 5).

**Висновки.** З використанням узагальнених нелінійних граничних умов, методу квазілінеаризації та інтегрального перетворення Лапласа отримано співвідношення для визначення термонапруженого стану півпростору з багатошаровим тонким покритвом за променево-конвективного теплообміну з довкіллям. Процеси охолодження та нагрівання системи об'єднано та описано єдиними співвідношеннями. Для системи півпростір–двошаровий зносостійкий покритв досліджено вплив параметрів променево-конвективного теплообміну на нестационарне температурне поле та зумовлений ним термонапружений стан. Виявлено область зміни коефіцієнта теплообміну, в якій вплив променевої складової на термонапружений стан системи несуттєвий.

1. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – М.: Мир, 1968. – 184 с.
2. Гачкевич О., Терлецький Р., Турій О. Моделювання термомеханічної поведінки опромінюваних шаруватих тіл // Вісник Київськ. нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2015. – Спецвип. – С. 59–64.
3. Кушнір Р. М., Попович В. С. Про визначення усталеного термопружного стану багатошарових структур за високотемпературного нагрівання // Вісник Київськ. нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2013. – № 3. – С. 42–47.
4. Кушнір Р. М., Процюк Б. В., Сянюта В. М. Температурні напруження та переміщення в багатошаровій пластині з нелінійними умовами теплообміну // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – 38, № 6. – С. 31–38.  
Te same: Kushnir R. M., Protsyuk B. V., Synyuta V. M. Temperature stresses and displacements in a multilayer plate with nonlinear conditions of heat exchange // Mater. Sci. – 2002. – 38, № 6. – P. 798–808.
5. Кушнір Р., Процюк Ю. Термопружний стан шаруватих термочутливих циліндрів і куль за конвективно-променевого теплообміну // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2008. – Вип. 8. – С. 103–112.
6. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1967. – Вып. 7. – С. 227–233.
7. Процюк Б. В., Горун О. П. Квазістатичний термопружний стан термочутливого трискладового шару за конвективно-променевого теплообміну // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2015. – 58, № 2. – С. 98–108.  
Te same: Protsyuk B. V., Horun O. P. Quasistatic thermoelastic state of a heat-sensitive three-component layer under the conditions of convective-radiative heat exchange // J. Mathematical Sci. – 2017. – 223, No. 2. – P. 117–131.
8. Процюк Б. В., Горун О. П. Термопружний стан півбезмежного термочутливого трикомпонентного стрижня за конвективно-променевого теплообміну // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2016. – 52, № 3. – С. 15–22.
9. Ракоча І., Валяшек В. Математичне моделювання та визначення термопружного стану двоскладового термочутливого циліндра за конвективно-променевого нагрівання // Вісник Тернопільск. нац. техн. ун-ту. – 2015. – 77, № 1. – С. 87–97.
10. Терлецький Р. Ф., Турій О. П. Моделирование термомеханического поведения слоистых тел с учетом эффектов излучения и поглощения тепловой энергии // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – Вып. 45. – С. 19–31.
11. Турій О. Нелінійна контактнo-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з'єднаної проміжковим шаром // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 9. – С. 118–132.
12. Турій О. Моделювання термомеханічної поведінки опромінюваних шаруватих тіл із тонкими прошарками за врахування поглинання та випромінення теплової енергії // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2013. – Вип. 17. – С. 195–208.
13. Шевчук В. А. Аналитическое решение нестационарной задачи теплопроводности для полупространства с многослойным покрытием // Инж.-физ. журн. – 2013. – 86, № 2. – С. 423–431.  
Te same: Shevchuk V. A. Analytical solution of nonstationary heat conduction problem for a half-space with a multilayer coating // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2013. – 86, № 2. – P. 450–459.
14. Шевчук В. А. Задача термопружності для півпростору з багатошаровим покриттям // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2013. – Вип. 11. – С. 157–163.
15. Шевчук В., Гавриць О. Дослідження температурного поля півпростору з багатошаровим покриттям за променево-конвективного теплообміну // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2014. – Вип. 20. – С. 229–240.
16. Шевчук В., Гавриць О., Шевчук П. Нелінійна крайова задача радіаційно-конвективного теплообміну тіл з багатошаровими покриттями // Машинознавство. – 2010. – № 5. – С. 21–25.
17. Сапро А. A quasilinearization approach for the transient response of bodies with surface radiation // Lett. Heat Mass Transfer. – 1977. – 4, № 4. – P. 291–298.



18. Sayman O., Sen F., Celik E., Arman Y. Thermal stress analysis of Wc-Co/Cr-Ni multilayer coatings on 316L steel substrate during cooling process // Materials and Design. – 2009. – 30, № 3. – P. 770–774.
19. Shevchuk V. A. Generalized boundary conditions to solving thermal stress problems for bodies with thin coatings / Ed. R. B. Hetnarski. Encyclopedia of Thermal Stresses. – Dordrecht Heidelberg New York London: Springer, 2014. – 4. – P. 1942–1953.

#### ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВА С МНОГОСЛОЙНЫМ ПОКРЫТИЕМ ПРИ ЛУЧИСТО-КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛОБМЕНЕ

С использованием обобщенных нелинейных граничных условий, метода квазилинеаризации и интегрального преобразования Лапласа построена итерационная процедура определения температурного поля и соответствующих термо-напряжений в системе полупространство-многослойное покрытие при лучисто-конвективном теплообмене с окружающей средой. Процессы нагрева и охлаждения описаны едиными соотношениями. Исследовано влияние условий теплообмена со средой на термомеханические процессы в системе полупространство-двухслойное износостойкое покрытие при нагреве.

#### THERMOELASTIC STATE OF A HALF-SPACE WITH A MULTILAYER COATING UNDER THE CONDITIONS OF RADIATIVE-CONVECTIVE HEAT EXCHANGE

Using generalized nonlinear boundary conditions, the quasilinearization method and the Laplace integral transformation, the iterative procedure of investigation of the temperature field and appropriate thermal stresses in the "half-space-multilayer coating" system under the conditions of radiative-convective heat exchange with the environment has been built. The processes of heating and cooling are presented by single expressions. The investigation of the influence of conditions of heat exchange with ambient medium on thermomechanical processes in the "half-space-twolayer wear-resistant coating" system under heating has been conducted.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
20.09.17