

МЕТОД НУЛЬОВОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ПРУЖНЫХ ХВИЛЬ НА ВОЛОКНАХ З ТОНКИМИ МІЖФАЗНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

Запропоновано модифікований метод нульового поля для розв'язання двовимірних задач розсіяння P- та SV-хвиль пружним волокном неканонічної форми з міжфазним тонким включенням малої жорсткості. Взаємодію включення із навколишнім середовищем змодельовано ефективними умовами, записаними на частині поверхні розсіювача. Досліджено збіжність та достовірність запропонованого методу.

Вступ. Розв'язки задач про розсіяння пружних хвиль локальними неоднорідностями – необхідна складова математичного моделювання процесу хвилеутворення у матричних та волокнистих композитах. У таких матеріалах часто виникають зони послабленого зв'язку між структурними елементами. У працях [6, 7, 11, 12] неідеальність контакту складників волокнистого композиту моделювали тонким міжфазним прошарком постійної товщини [7, 11], або міжфазною тріщиною [6, 12]. При цьому розглядали розсіювачі канонічної форми. Вплив міжфазної тріщини на формування хвильових полів у пружному двовимірному середовищі із локальним пружним розсіювачем неканонічної форми за допомогою методу нульового поля (методу Т-матриць) вивчали раніше [5, 8]. Далі методику поширили [2] на задачі поздовжнього зсуву, коли на частині поверхні контакту волокна неканонічної форми та матриці розташована тонка пружна неоднорідність змінної товщини і малої жорсткості. Т-матричний підхід для аналізу впливу відшарування кругового волокна на дифраговані хвильові поля застосовували у праці [3]. Однак запропонована там аналітико-числова реалізація методу не допускає розгляду міжфазних тріщин малої та великої (співрозмірної із контуром розсіювача) довжин.

Нижче метод нульового поля розвинуто для задач розсіяння плоских поздовжньої та поперечної (вертикальна поляризація) хвиль волокном неканонічної форми за наявності на довільній частині контуру волокна тонкої неоднорідності малої жорсткості.

Формулювання задачі розсіяння. Розглянемо необмежене пружне двовимірне середовище W_1 (матрицю) з густиною ρ_1 та модулями Ламе λ_1, μ_1 , що містить обмежену область $W_2 = R^2 \setminus W_1$ (волокно) неканонічної форми з відповідними матеріальними параметрами ρ_2, λ_2, μ_2 (рис. 1). Пружна система перебуває під дією усталених у часі навантажень. Часовий множник $\exp(-i\omega t)$ у подальшому опускаємо (ω – кругова частота, t – час). Вектори переміщень у композиті задовольняють двовимірні рівняння руху [1]

$$(\lambda_j + \mu_j) \operatorname{grad} \operatorname{div} u_j(x) + \mu_j \nabla^2 u_j(x) + \omega \rho_j u_j(x) = 0, \quad x \in W_j, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

де $u_j(x)$ ($u_1(x) = u^{in}(x) + u^{sc}(x)$) ($j = 1, 2$) – переміщення у матриці та волокні відповідно; $u^{in}(x)$ – хвиля, що набігає на волокно; $x = (x_1, x_2)$ – декартові координати з центром всередині області W_2 . Розсіяне поле $u^{sc}(x)$ задовольняє умову випромінювання на безмежності [1]

$$u^{sc}(x) = \sum_{\alpha=p,s} \frac{\exp(ik_{\alpha 1} r + i\pi/4)}{(8\pi k_{\alpha 1} r)^{1/2}} f^\alpha(\omega, \theta) + O(r^{-1}), \quad r \rightarrow \infty; \quad (2)$$

$$x_1 = r \cos \theta, \quad x_2 = r \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi,$$

де $f^\alpha(\omega, \theta)$ – вектори комплексної амплітуди розсіяння поздовжніх ($\alpha = p$) і поперечних ($\alpha = s$) хвиль; (r, θ) – полярні координати; $k_{p1} = \omega[\rho_1 / (\lambda_1 + 2\mu_1)]^{1/2}$ та $k_{s1} = \omega(\rho_1 / \mu_1)^{1/2}$ – хвильові числа поздовжніх та поперечних хвиль у матриці.

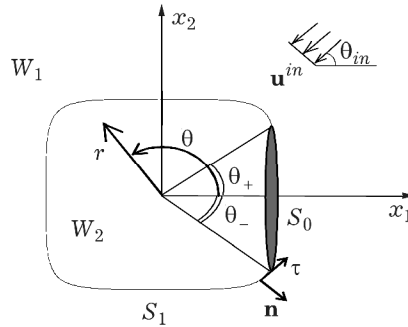


Рис. 1.

На частині S_1 міжфазної поверхні $S = \partial W_2$ волокно ідеально контактує з матрицею:

$$u_1 = u_2, \quad t_1(u_1) = t_2(u_2), \quad x \in S_1, \quad (3)$$

де $t_j(u_j) = n\lambda_j \nabla \cdot u_j + 2\mu_j \frac{\partial u_j}{\partial n} + \mu_j n \times (\nabla \times u_j)$ – вектори напружень; n – зовнішня одинична нормаль до S_1 . На участку кривої $S_0 = S \setminus S_1$ розміщене тонке пружне включення малої жорсткості:

$$\max(\lambda_0, \mu_0) / \max(\lambda_j, \mu_j) = 1, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

де λ_0, μ_0 – модулі Ламе включення. Товщину включення $h(x)$ характеризує малий безрозмірний параметр (l – довжина S_0)

$$\varepsilon = l^{-1} \max_{x \in S_0} h(x) \ll 1. \quad (5)$$

Вважаємо, що довжини хвиль у складових композиту набагато більші за товщину включення, тобто

$$k_{\alpha j} \max_{x \in S_0} |h(x)| \ll 1, \quad \alpha = p, s, \quad j = 1, 2, \quad (6)$$

$k_{p2} = \omega[\rho_2 / (\lambda_2 + 2\mu_2)]^{1/2}$ та $k_{s2} = \omega(\rho_2 / \mu_2)^{1/2}$ – хвильові числа поздовжніх та поперечних хвиль у волокні.

За умов (4)–(6) динамічну взаємодію тонкого включення з навколишнім середовищем можна асимптотично наближено змоделювати ефективними умовами контакту, записаними на поверхні волокна [4, 7]:

$$u_1(x) - u_2(x) = h(x)(\eta_1^{-1} nn + \mu_0^{-1} tt) \cdot t_1(u_1), \quad x \in S_0, \\ t_1(u_1) = t_2(u_2), \quad x \in S_0, \quad (7)$$

де $\eta_1 = (\lambda_0 + 2\mu_0)$; t – одиничний тангенціальний вектор до S .

Метод розв'язку задачі. Аналітико-числовий розв'язок задачі (1)–(3), (7) у дальній хвильовій зоні розсіювача отримаємо за допомогою модифікованого методу нульового поля [2, 8]. Набігальне на волокно та розсіяне ним хвильові поля подамо у вигляді розкладів за векторними циліндричними хвильовими функціями [8, 9]:

$$\begin{aligned}
u^{in}(x) &= u_0 \sum_{\alpha=p,s} \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} a_{\alpha\sigma m}^{in} \operatorname{Re} F_{\alpha\sigma m}^1(\mathbf{x}), \\
u^{sc}(x) &= u_0 \sum_{\alpha=p,s} \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} f_{\alpha\sigma m} F_{\alpha\sigma m}^1(\mathbf{x}) \quad |\mathbf{x}| > r_1, \\
F_{p\sigma m}^j(\mathbf{x}) &= \varepsilon_m^{1/2} \nabla \Psi_{p\sigma m}^j(\mathbf{x}), \quad F_{s\sigma m}^j(\mathbf{x}) = \varepsilon_m^{1/2} \nabla \times \mathbf{e}_z \Psi_{s\sigma m}^j(\mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \\
\Psi_{\alpha\sigma m}^j(\mathbf{x}) &= H_m^{(1)}(k_{\alpha j} r) C_{\sigma m}(\theta), \quad \operatorname{Re} \Psi_{\alpha\sigma m}^j(\mathbf{x}) = J_m(k_{\alpha j} r) C_{\sigma m}(\theta), \quad j = 1, 2, \\
C_{1m}(\theta) &= \cos(m\theta), \quad C_{2m}(\theta) = \sin(m\theta), \quad (8)
\end{aligned}$$

де u_0 – амплітуда хвилі, що набігає на волокно; r_1 – радіус кола, описаного навколо розсіювача; (e_r, e_θ, e_z) – орти циліндричної системи координат; $J_m(x)$ та $H_m^{(1)}(x)$ – функції Бесселя та Ганкеля першого роду порядку m ; $\varepsilon_m = 2 - \delta_{m0}$; δ_{mn} – символ Кронекера. Зв'язок між відомими коефіцієнтами розкладу $a_{\alpha\sigma m}^{in}$ хвилі, що падає, та шуканими коефіцієнтами розкладу $f_{\alpha\sigma m}$ розсіяної волокном хвилі за фіксованих кутів падіння та спостереження хвиль θ_{in} та θ подамо через матрицю переходу з елементами $T_{\alpha\sigma m, \alpha' \sigma' m'}$:

$$f_{\alpha\sigma m} = \sum_{\alpha', \sigma', m'} T_{\alpha\sigma m, \alpha' \sigma' m'} a_{\alpha' \sigma' m'}^{in}. \quad (9)$$

Для набігальної плоскої поздовжньої хвилі (P-хвилі) у (8) маємо

$$u^{in}(x) = u_0 g \exp(ik_{p1} g \cdot x), \quad a_{p\sigma m}^{in} = \frac{\varepsilon_m^{1/2} C_{\sigma m}(\theta_{in})}{i^{m+1} k_{p1}}, \quad a_{s\sigma m}^{in} = 0, \quad (10)$$

для поперечної (SV-хвилі) –

$$u^{in}(x) = -u_0 g \times e_z \exp(ik_{s1} g \cdot x), \quad a_{p\sigma m}^{in} = 0, \quad a_{s\sigma m}^{in} = \frac{\varepsilon_m^{1/2}}{i^{m-1} k_{s1}} C_{\sigma m}(\theta_{in}),$$

одичинний вектор $g = -(\cos \theta_{in}, \sin \theta_{in})$ визначає напрям падіння хвиль.

Скориставшись відомими зовнішнім та внутрішнім гранично-інтегральними поданнями хвильових полів [8, 9], отримаємо систему рівнянь методу нульового поля:

$$\begin{aligned}
\int_S [u_1 \cdot t_1(F_{\alpha\sigma m}^1) - F_{\alpha\sigma m}^1 \cdot t_1(\mathbf{u}_1)] dS &= 4iu_0 \mu_1 k_{s1}^2 a_{\alpha\sigma m}^{in}, \\
\int_S [u_2 \cdot t_2(\operatorname{Re} F_{\alpha\sigma m}^2) - t_2(u_2) \cdot \operatorname{Re} F_{\alpha\sigma m}^2] dS &= 0, \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\int_S [u_1 \cdot t_1(\operatorname{Re} F_{\alpha\sigma m}^1) - t_1(u_1) \cdot \operatorname{Re} F_{\alpha\sigma m}^1] dS = -4iu_0 \mu_1 k_{s1}^2 f_{\alpha\sigma m}, \quad (12)$$

$$\alpha = p, s, \quad \sigma = 1, 2, \quad m = \overline{0, \infty}.$$

Невідомі переміщення та напруження на контурі волокна шукаємо у вигляді рядів за системою тригонометричних функцій з ваговими множниками, що відображають характер поведінки шуканих функцій в околі країв міжфазного включення X_{\pm} , які є точками зміни граничних умов. Припускаємо, що товщина включення $h(x)$, якщо $x \rightarrow X_{\pm}$, володіє асимптотикою

$$h(x) : h_0 |x - x_{\pm}|^{\alpha}, \quad x \in S_0, \quad x \rightarrow x_{\pm}, \quad h_0 = \text{const} \neq 0, \quad 0 \leq \alpha < 1;$$

$$x_{\pm} = (r_*(\theta_{\pm}), \theta_{\pm}),$$

функція $r_*(\theta)$ описує контур волокна в полярній системі координат.

Використовуючи метод послідовного розчеплення асимптотичних розкладів [4, 10], встановлюємо структуру розв'язків в околі країв міжфазної неоднорідності:

$$t_2 \approx \frac{\mu_2 G}{aR_0^{1/2}} [R_0^{i\delta}(1+2i\delta)(n-it)D_1 + R_0^{-i\delta}(1-2i\delta)(n+it)D_2] \quad \text{на } S_1,$$

$$u_1 - u_2 \approx R_0^{1/2} [R_0^{i\delta}(n-it)D_1 + R_0^{-i\delta}(n+it)D_2] \quad \text{на } S_0, \quad R_0 \rightarrow 0, \quad (13)$$

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu_1 + \mu_2(3-4\nu_2)}{\mu_2 + \mu_1(3-4\nu_1)},$$

$$G = \mu_1(\mu_1 + \mu_2(3-4\nu_1))^{-1/2}(\mu_2 + \mu_1(3-4\nu_2))^{-1/2},$$

де R_0 – радіус у полярній системі координат з центром у вершині міжфазного включення; D_1, D_2 – коефіцієнти в асимптотичних поданнях (13); ν_1, ν_2 – коефіцієнти Пуассона матриці та волокна відповідно.

Введемо на S векторну функцію

$$v(x) = \begin{cases} \mathbf{Z}^{-1} \cdot (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2), & x \in S_0, \\ \frac{a}{m_2} \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{t}_2, & x \in S_1, \end{cases} \quad (14)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{cases} R^{1/2} (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2), & x \in S_0, \\ GR^{-1/2} [(1+2i\delta)\mathbf{Z}_1 + (1-2i\delta)\mathbf{Z}_2], & x \in S_1, \end{cases}$$

$$\mathbf{Z}_1 = R^{i\delta}(\mathbf{n}\mathbf{n} - i\mathbf{t}\mathbf{n}), \quad \mathbf{Z}_2 = R^{-i\delta}(\mathbf{n}\mathbf{t} + i\mathbf{t}\mathbf{t}),$$

$$R = a^{-1} |\mathbf{x} - \mathbf{x}_-| |\mathbf{x} - \mathbf{x}_+| |\mathbf{x}_+ - \mathbf{x}_-|^{-1},$$

a – характерний розмір волокна. Враховуючи структуру тензора \mathbf{Z} та співвідношення (13), (14), невідомі напруження і переміщення у (11), (12) виразимо через неперервні на S функції $v(x)$ та $u_2(x)$. Подано їх у вигляді розкладів:

$$v(x) = u_0 \sum_{\sigma'=1}^2 \sum_{m'=0}^{\infty} \mathbf{y}_{1\sigma'm'} C_{\sigma'm'}(\theta),$$

$$\mathbf{u}_2(x) = u_0 \sum_{\sigma'=1}^2 \sum_{m'=0}^{\infty} \mathbf{y}_{2\sigma'm'} C_{\sigma'm'}(\theta) \quad x \in S, \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_{j\sigma'm'} = \sum_{\alpha=p,s} Y_{j\alpha\sigma'm'} \mathbf{e}_{\alpha}, \quad \mathbf{e}_p \equiv \mathbf{n} \quad \mathbf{e}_s \equiv \mathbf{t} \quad j = 1, 2,$$

$Y_{j\alpha\sigma'm'}$ – невідомі коефіцієнти розкладів (15).

Підставивши (15) у рівняння нульового поля (11) та врахувавши умови контакту (3), (7), отримаємо систему лінійних алгебричних рівнянь безмежного порядку для визначення коефіцієнтів $Y_{jp\sigma'm'}$, $Y_{js\sigma'm'}$:

$$\sum_{\alpha', \sigma', m'} (a_{\alpha' \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^1 Y_{1\alpha' \sigma' m'} + a_{\alpha' \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^2 Y_{2\alpha' \sigma' m'}) = 4ik_{s1}^2 \mu_1 a_{\alpha' \sigma m}^{in},$$

$$\sum_{\alpha', \sigma', m'} \left(a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^3 Y_{1\alpha' \sigma' m'} + a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^4 Y_{2\alpha' \sigma' m'} \right) = 0, \quad (16)$$

$$\alpha = p, s, \quad \sigma = 1, 2, \quad m = \overline{0, \infty};$$

$$a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^1 = e_{\alpha'} \cdot \left\{ -\mu_2 a^{-1} \int_{S_1} F_{\alpha \sigma m}^1 \cdot \mathbf{Z} C_{\sigma' m'}(\theta) dS + \right.$$

$$\left. + \int_{S_0} \left[t_1(F_{\alpha \sigma m}^1) - h^{-1}(\theta) (\eta_1(e_p \cdot F_{\alpha \sigma m}^1) e_p + \mu_0(e_s \cdot F_{\alpha \sigma m}^1) e_s) \right] \cdot \mathbf{Z} C_{\sigma' m'}(\theta) dS \right\},$$

$$a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^2 = e_{\alpha'} \cdot \int_S t_1(F_{\alpha \sigma m}^1) C_{\sigma' m'}(\theta) dS,$$

$$a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^3 = -e_{\alpha'} \cdot \left\{ \mu_2 a^{-1} \int_{S_1} (\operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^2) \cdot \mathbf{Z} C_{\sigma' m'}(\theta) dS + \right.$$

$$\left. + \int_{S_0} \left[\eta_1(e_p \cdot \operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^1) e_p + \mu_0(e_s \cdot \operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^1) e_s \right] \cdot \mathbf{Z} h^{-1}(\theta) C_{\sigma' m'}(\theta) dS, \right.$$

$$a_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}^4 = e_{\alpha'} \cdot \int_S t_2(\operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^2) C_{\sigma' m'}(\theta) dS.$$

Із (2), (8) для амплітуд хвильових полів у дальній зоні маємо:

$$f^p(\omega, \theta) = u_0 f^p(\omega, \theta) \mathbf{e}_r, \quad f^s(\omega, \theta) = u_0 f^s(\omega, \theta) \mathbf{e}_\theta,$$

$$f^\alpha(\omega, \theta) = \frac{(-1)^{\delta_{\alpha s}} i k_{\alpha 1}}{u_0 \mu_1 k_{s1}^2} \sum_{\sigma, m} \left\{ \varepsilon_m^{1/2} i^{-m} C_{\sigma m}(\theta) \int_S \left[\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{t}_1(\operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^1) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \mathbf{t}_1(\mathbf{u}_1) \cdot \operatorname{Re} F_{\alpha \sigma m}^1 \right] dS \right\}. \quad (17)$$

Подання (17) з урахуванням (9) можна записати у вигляді

$$f^\alpha(\omega, \theta) = 4(-1)^{\delta_{\alpha s}} k_{\alpha 1} \sum_{\sigma, m} \sum_{\alpha', \sigma', m'} \varepsilon_m^{1/2} i^{-m} C_{\sigma m}(\theta) T_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'} a_{\alpha' \sigma' m'}^{in},$$

де T -матриця з елементами $T_{\alpha \sigma m, \alpha' \sigma' m'}$ зв'язана з оберненою матрицею системи рівнянь (16) [8].

Ефективність та достовірність методу. Числові розрахунки виконували за падіння на розсіювач плоскої хвилі (10). Контур поперечного перерізу волокна описує параметричне рівняння

$$r(\varphi) = \frac{\sqrt{2}a}{1+\beta} \sqrt{1+\beta^2 - 2\beta \cos[(N+1)\varphi]},$$

$$\theta(\varphi) = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi + \beta \sin(N\varphi)}{\cos \varphi - \beta \cos(N\varphi)}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

при $N = 3$, $\beta = 1/9$ (волокно квазіквадратної форми).

Товщину включення подамо у вигляді

$$h(x) = 4^\alpha \varepsilon a (\theta - \theta_-)^\alpha (\theta_+ - \theta)^\alpha / (\theta_+ - \theta_-)^{2\alpha}, \quad \theta_- \leq \theta \leq \theta_+, \quad x \in S_0.$$

На рис. 2 зображено логарифм Δ_1 відносної похибки обчислень поперечного перерізу $\sigma_p = \frac{1}{K_{p1}} \operatorname{Im}(f^p(\omega, \pi + \theta_{in}))$ залежно від порядку редукції M

системи рівнянь (16):

$$\Delta_1 = \log \left| \left(\sigma_p(M) - \sigma_p(M-1) \right) / \sigma_p(M) \right|.$$

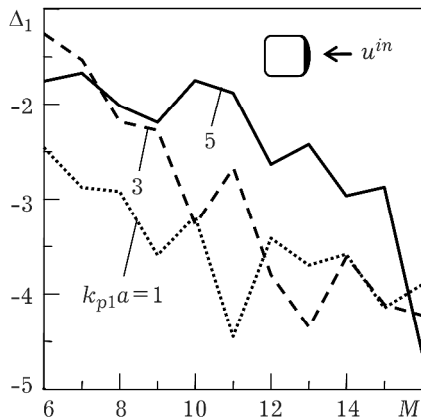


Рис. 2.

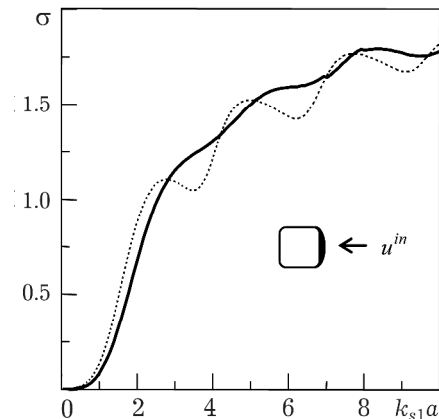


Рис. 3.

Під час обчислень припускали, що в епоксидній матриці ($\lambda_1 = 2,29$ ГПа, $\mu_1 = 1,28$ ГПа, $\rho_2 = 1250$ кг/м³) міститься скляне волокно ($\lambda_2 = 29,9$ ГПа, $\mu_2 = 29,9$ ГПа, $\rho_2 = 2550$ кг/м³) за параметрів включення $(\lambda_0 + 2\mu_0) / \mu_1 = 2\epsilon$, $\mu_0 / \mu_1 = 0,5\epsilon$, $\alpha = 0,5$, $\theta_{\pm} = \pm 45^\circ$. Поздовжня хвиля падає під кутом $\theta_{in} = 0^\circ$. Як бачимо, із ростом хвильового розміру волокна $k_{p1}a$ необхідна точність обчислень досягається за більшого порядку редукції системи (16). В результаті числового експерименту встановили, що для розглянутих розсіювачів порядок редукції M системи рівнянь (7) можна вибрати так: $M = 6 + m_d$ при $k_{p1}a \leq 3$, $M = E(2ka) + m_d$, якщо $3 < k_{p1}a \leq 5$ ($E(x)$ – ціла частина x). Параметр m_d визначали числово.

На рис. 3 наведено спектральну залежність нормованого перерізу розсіяння $\sigma = \sigma_p / (2a)$ при $\nu_1 = \nu_2 = 1/3$, $\mu_1 = \mu_2 = 8 \times 10^{10}$ Па, що відповідає дифракції поздовжньої хвилі плоским тонкостінним включенням довжиною $2a$. Параметри тонкостінного включення такі ж, як і на рис. 2. Суцільну криву отримали за запропонованим алгоритмом, а точкову – у праці [4] методом сингулярних інтегральних рівнянь. У низькочастотній $k_{s1}a < 0,5$ області криві майже збігаються, а на інтервалі середніх та високих частот величина перерізу розсіяння, отримана у праці [4], коливається навколо серединної лінії, що майже збігається із кривою, побудованою за запропонованим методом. Такі порівняльні характеристики підтверджують достовірність описаного методу.

Висновки. Метод нульового поля адаптовано для задач про розсіяння Р- та SV-хвиль пружним волокном неканонічної форми за наявності тонкого міжфазного включення малої жорсткості. Модифікація методу полягає у поданні шуканих переміщень та напружень на поверхні волокна через спеціально введені векторні функції, що адекватно описують асимптотичну поведінку механічних величин в околі країв міжфазної неоднорідності. Такий підхід дає можливість суттєво зменшити порядок редукції відповідних систем лінійних алгебричних рівнянь. Шляхом числового експерименту встановлено співвідношення між хвильовим розміром розсіювача та порядком редукції, за якого відносна похибка обчислень менша за 10^{-4} .

1. Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А. Дифракция упругих волн. – К.: Наук. думка, 1978. – 308 с.
2. Кунець Я., Матус В. Коливання необмеженого середовища із пружним волоконном та тонкою міжфазною неоднорідністю малої жорсткості // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2015. – Вип. 22. – С. 77–85.
3. Kim Y., Varadan V. V., Varadan V. K. Modified null field method for P- and SV-wave scattering from a partially debonded fiber // Composite Interfaces. – 1996. – 4, № 4. – P. 177–196.
4. Kit H. S., Kunets Ya. I., Yemets V. F. Elastodynamic scattering from a thin-walled inclusion of low rigidity // Int. J. Eng. Sci. – 1999. – 37. – P. 331–345.
5. Kunets Y. I., Matus V. V., Mykhas'kiv V. V. et al. Scattering of a SH-wave by an elastic fiber of nonclassical cross section with an interface crack // Mech. Composite Mat. – 2008. – 44. – P. 165–172.
6. Kushch V. I., Shmegeera S. V., Mishnaevsky L. B. Elastic interaction of partially debonded circular inclusions. I. Theoretical solution // Int. J. of Solids and Struct. – 2010. – 47. – P. 1961–1971.
7. Martin P. A. Boundary integral equations for the scattering of elastic waves by elastic inclusions with thin interface layers // J. of Nondest. Eval. – 1992. – 11, № 3–4. – P. 167–174.
8. Matus V., Kunets Y., Mykhas'kiv V., Boström A., Zhang Ch. Wave propagation in 2D elastic composites with partially debonded fibres by the null field approach // Waves in Random and Complex Media. – 2009. – 19, № 4. – P. 654–669.
9. Mishchenko M. I., Martin P. A. Peter Waterman and T-matrix methods // J. of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. – 2013. – 123. – P. 2–7.
10. Ueda S., Biwa S., Watanabe K. et al. On the stiffness of spring model for closed crack // Int. J. Eng. Sci. – 2006. – 44. – P. 874–888.
11. Wang X., Sudak L. J. Scattering of elastic waves by multiple elastic circular cylinders with imperfect interface // Waves in Random and Complex Media. – 2007. – 17, № 2. – P. 159–187.
12. Yang Y., Norris A. N. Longitudinal wave scattering from a partially bonded fiber // Wave Motion – 1992. – 15. – P. 43–59.

МЕТОД НУЛЕВОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ УПРУГИХ ВОЛН НА ВОЛОКНАХ С ТОНКИМИ МЕЖФАЗНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Предложен модифицированный метод нулевого поля для решения двумерных задач рассеяния P- и SV-волн упругим волокном неканонической формы с межфазным тонким включением малой жёсткости. Взаимодействие включения с окружающей средой смоделировано эффективными граничными условиями на части поверхности рассеивателя. Исследована сходимость и достоверность предложенного метода.

NULL FIELD METHOD FOR DIFFRACTION OF ELASTIC WAVE ON ELASTIC FIBERS WITH THIN INTERPHASE INHOMOGENEITIES

The modified null field approach is proposed for solving two-dimensional scattering problems of P- and SV-waves by an elastic fiber of a non-canonical form with thin interphase inclusion of low rigidity. The interaction of inclusion with the environment is modeled by the effective boundary conditions recorded on the part of the surface scatterer. The convergence and validity of the proposed method are analyzed.